Nayara de Souza Felix O uso dos materiais manipuláveis no ensino das operações com frações no 5.º ano do 2.º CEB. PV - ESEV 2024

Politécnico de Viseu
Escola Superior de Educação de Viseu

O uso dos materiais manipuláveis no ensino das operações com frações no 5.º ano do 2.º CEB.

Nayara de Souza Felix

2024

PV - ESEV 2024

O uso dos materiais manipuláveis no ensino das operações com frações no 5.º ano do 2.º CEB.

Nayara de Souza Felix

Politécnico de Viseu

Escola Superior de Educação de Viseu

O uso dos materiais manipuláveis no ensino das operações com frações no 5.º ano do 2.º CEB.

Nayara de Souza Felix

Monografia
Mestrado em Ensino do 1.º CEB e de Matemática e Ciências Naturais no 2.º CEB

Trabalho efetuado sob a orientação da
Professora Doutora Ana Patrícia e Professora Doutora Cátia Rodrigues

2024

Resumo

A análise crítica enquadra-se no Mestrado em Ensino do 1.º CEB e de Matemática e Ciências Naturais no 2.º CEB, no qual a prática supervisionada é componente fundamental da formação docente. A prática supervisionada permitiu relacionar a teoria e prática, desenvolver competências pedagógicas e refletir criticamente sobre as intervenções em contextos reais.

No estudo qualitativo realizado, investigou-se o uso de materiais manipuláveis na aprendizagem das operações com frações em alunos do 5.º ano do 2.º CEB, por meio de sete tarefas envolvendo materiais manipuláveis. Os resultados demonstraram que o uso desses materiais facilitou a compreensão das operações, a transição entre representações matemáticas e a elaboração de generalizações. Conclui-se que o uso intencional e planeado dos materiais manipuláveis, aliado a outras estratégias didáticas, contribui para uma aprendizagem mais significativa. A prática supervisionada e o estudo reforçam a importância da experiência em contextos reais e dos recursos concretos no ensino da matemática.

Palavras-chave: materiais manipuláveis, operações com frações, representação, generalização, 5.º ano.

Abstract

The critical analysis is part of the Master's Degree in Teaching in the 1st Cycle of Basic Education and in Mathematics and Natural Sciences in the 2nd Cycle of Basic Education, in which supervised practice is a fundamental component of teacher training. The supervised practice allowed for the connection between theory and practice, the development of pedagogical skills, and critical reflection on interventions in real-life contexts.

In the qualitative study conducted, the use of manipulatives in learning operations with fractions was investigated in 5th-grade students of the 2nd Cycle of Basic Education through seven tasks involving manipulatives. The results showed that the use of these materials facilitated the understanding of operations, the transition between mathematical representations, and the development of generalizations. It is concluded that the intentional and planned use of manipulatives, combined with other didactic strategies, contributes to more meaningful learning. The supervised practice and the study reinforce the importance of experience in real-life contexts and of concrete resources in mathematics teaching.

Keywords: manipulative materials, fraction operations, representation, generalization, 5th grade.

Índice

Índice de imagens

Índice de tabelas

Politécnico
de Viseu

Escola Superior
de Educação
de Viseu

DECLARAÇÃO DE INTEGRIDADE CIENTÍFICA

Nayara de souza Felix, n.º 13551 do curso de Mestrado em Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico e de Matemática e Ciências Naturais no 2.º Ciclo do Ensino Básico, declara sob compromisso de honra, que o Projeto Final é inédito e foi especialmente escrito para este efeito.

Viseu, 22/Novembro/2024

O aluno, Nayara de Souza Felix ______________________

Politécnico de Viseu

Escola Superior de Educação de Viseu

PARECER SOBRE ACEITAÇÃO DE DISSERTAÇÃO / TRABALHO DE PROJETO / RELATÓRIO FINAL DE ESTÁGIO

A Professora Doutora Ana Patrícia Martins (orientadora) e a Professora Doutora Cátia Rodrigues (coorientadora), da aluna Nayara de Souza Felix, número 13551 da Escola Superior de Educação de Viseu do Instituto Politécnico de Viseu considera que o seu trabalho "O uso dos materiais manipuláveis no ensino das operações com frações no 5.º ano do 2.º CEB", reúne os requisitos para ser sujeito à apreciação do júri.

Viseu, 22 de Novembro de 2024

O Orientador, Ana Patrícia Martins

O Coorientador, Cátia Sofia Nunes Rodrigues

modQ*sac.26

Agradecimentos

À minha família, em especial à minha mãe, Zenilda Felix, e à minha irmã, Thalita Felix, pelo apoio incondicional, amor e incentivo ao longo de toda a minha trajetória académica. A vossa presença constante e as vossas palavras de conforto foram fundamentais para poder alcançar este momento.

Às minhas orientadoras, pela dedicação, paciência e partilha de conhecimento. As vossas orientações rigorosas e críticas construtivas foram determinantes para o desenvolvimento deste trabalho.

À professora cooperante Mariana Marques, pela valiosa colaboração durante o estágio. O seu apoio revelou-se essencial para a concretização das tarefas propostas nesta dissertação

Introdução geral

O presente Relatório Final de Estágio (RFE), desenvolvido no âmbito do Mestrado em Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico (CEB) e de Matemática e Ciências Naturais no 2.º CEB, da Escola Superior de Educação de Viseu, está organizado em duas partes distintas e complementares.

A primeira parte consiste numa análise crítica das experiências das práticas supervisionadas realizadas nas unidades curriculares de Prática de Ensino Supervisionada no 1.º CEB I e II, bem como nas unidades correspondentes no 2.º CEB, nas áreas disciplinares de Matemática e Ciências Naturais. Esta análise incide sobre as práticas supervisionadas desenvolvidas ao longo dos dois anos do curso, sendo o primeiro ano dedicado ao 1.º CEB e o segundo ao 2.º CEB. Para esta reflexão, foram considerados os documentos produzidos durante o percurso formativo, nomeadamente planificações, relatórios reflexivos, caracterizações dos contextos educativos e os Padrões de Desempenho Docente, definidos no Despacho n.º 16 034/2010 (Ministério da Educação, 2010). Esta secção inclui ainda uma introdução e uma conclusão próprias, com o objetivo de contextualizar e sintetizar o desenvolvimento ao longo do estágio.

A segunda parte do relatório é dedicada ao estudo de investigação realizada, centrando-se na utilização de materiais manipuláveis no ensino das operações com frações no 5.º ano. O principal objetivo desta investigação consiste em compreender os papéis que os materiais didáticos podem assumir na aprendizagem das operações com frações, junto de alunos do 5.º ano do 2.º CEB, no contexto da escola onde decorreu o estágio.

A escolha do tema surge da experiência no 1.º CEB, onde foi possível observar que os alunos apresentavam dificuldades significativas na área da Matemática. Constatou-se, contudo, que a utilização de materiais manipuláveis contribuía para uma compreensão mais eficaz dos conceitos matemáticos. Esta perceção foi reforçada pelos dados apresentados por Simões e Pires (2022), os quais, com base nas provas de aferição realizadas no ano letivo de 2021/2022 no 5.º ano de escolaridade, evidenciaram um elevado nível de insucesso, particularmente no domínio "Números e Operações", que abrange maioritariamente conteúdos relacionados com frações.

A estrutura da investigação contempla: uma introdução ao tema; uma breve contextualização do problema de investigação; uma revisão da literatura; a descrição da metodologia adotada; a apresentação e discussão dos resultados; a conclusão específica da investigação; a conclusão geral do relatório; as referências bibliográficas e, por fim, os anexos que complementam o trabalho desenvolvido.

Parte I: Análise crítica do estágio

Introdução

No âmbito do Mestrado em Ensino do 1.º CEB e de Matemática e Ciências Naturais no 2.º CEB, a prática supervisionada é desenvolvido nas unidades curriculares de Prática de Ensino Supervisionada (PES) no 1.º CEB I e II, bem como nas unidades curriculares de Prática de Ensino Supervisionada em Matemática e Ciências Naturais no 2.º CEB I e II.

Este ciclo de estudos tem a duração de dois anos letivos. No primeiro ano, a prática supervisionada decorre no 1.º CEB e no segundo ano, se realiza no 2.º CEB, nas áreas disciplinares de Matemática e Ciências Naturais. Cada estágio é implementado ao longo de 15 semanas por semestre, durante quatro semestres consecutivos, totalizando 30 semanas de prática pedagógica no 1.º CEB e 30 semanas no 2.º CEB.

Relativamente à organização do estágio, no 1.º CEB, a prática pedagógica foi realizada com uma turma do 2.º ano no primeiro semestre e, no segundo semestre, com uma turma do 1.º ano. Já no 2.º CEB, a intervenção educativa decorreu ao longo de todo o ano letivo nas mesmas turmas: uma turma do 5.º ano na área de Matemática e uma turma do 6.º ano na área de Ciências Naturais.

Neste contexto, as análises das práticas supervisionada tem como principal objetivo apresentar uma análise crítica das práticas pedagógicas desenvolvidas no âmbito das unidades curriculares de nas unidades curriculares de PES no 1.º CEB I e II, bem como nas unidades curriculares de PES em Matemática e Ciências Naturais no 2.º CEB I e II. De acordo com os documentos orientadores da unidade curricular, esta visa promover a reconceptualização e o aprofundamento dos conhecimentos profissionais necessários à docência, articulando-os com contextos reais de intervenção pedagógica e investigação.

Essa parte do RFE está estruturado em duas partes principais. A primeira parte é dedicada à análise crítica das práticas pedagógicas desenvolvidas durante os estágios no 1.º CEB, com base em documentos produzidos ao longo da formação, tais como: planificações das intervenções, relatórios semanais de caráter reflexivo, documentos de caracterização do contexto educativo e análises individuais de alunos com diferentes níveis de desempenho académico. A segunda parte do relatório centra-se na análise crítica das práticas pedagógicas desenvolvidas nos estágios no 2.º CEB, com base nos mesmos tipos de documentos, incluindo adicionalmente os Padrões de Desempenho Docente definidos pelo Ministério da Educação no Despacho n.º 16 034/2010.

Em todos os semestres, os documentos elaborados no âmbito das práticas supervisionadas foram organizados e reunidos num portefólio individual, posteriormente submetido na plataforma Moodle, para efeitos de avaliação.

Adicionalmente, cada estágio foi orientado por um cronograma semanal, que definia, de forma sistemática, as atividades a desenvolver. A estrutura e organização deste cronograma variaram consoante o semestre, tendo sido incluído no relatório um exemplo ilustrativo da sua organização.

Tabela 1

Cronograma Do Contexto De Estágio

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15		
	19/fev	26/fev	04/mar	11/mar	18/mar	08/abr	15/abr	22/abr	29/abr	06/mai	13/mai	20/mai	27/mai	03/jun	10/jun	**total**	
Matemática																**40,83**	horas
																40,83	horas
CN																**17,5**	horas
																17,5	horas
Reflexão																**28**	horas
Projeto de Intervenção																**7**	horas
															soma	**151,7**	**horas**

Intervenção individual		base: 3 blocos Mat+1 bloco CN (7 semanas) / 4 blocos Mat+2 blocos CN (7 semanas)
Observação		base: colega/cooperante (3 blocos Mat+1 bloco CN (7 semanas) / 4 blocos Mat+2 blocos CN (7 semanas)
Reflexão		base: 2h/semana
Projeto de intervenção		base: 1h/semana

alguns aspetos a considerar para compensação de aulas: feriados (25/4;01/05), semana académica, n.º horas observação, ...

A prática supervisionada constitui uma base essencial para a melhoria da prática pedagógica e didática, ao permitir o desenvolvimento de capacidades que não podem ser plenamente adquiridas através da teoria, tais como a gestão da sala de aula, a relação com os alunos e a interação com as diversas dimensões da escola, incluindo o relacionamento com outros professores e funcionários.

Além disso, possibilita a aplicação dos conhecimentos previamente adquiridos ao longo da formação, como a elaboração de planificações de aulas. Esta experiência de estágio proporciona aos alunos uma oportunidade para compreenderem melhor os diversos desafios inerentes à prática letiva, promovendo, simultaneamente, uma reflexão crítica sobre a mesma. Contribui, assim, para a formação de um docente mais preparado e consciente das exigências e necessidades da prática profissional, tornando-o um profissional mais conhecedor e proficiente nas diferentes dimensões dos saberes docentes.

Neste enquadramento, o presente trabalho tem como objetivo apresentar uma caracterização dos contextos de estágio, bem como uma análise do desempenho demonstrado durante os mesmos e, por fim, refletir sobre a forma como a experiência de estágio influenciou a escolha do tema de investigação, que é: compreender os papéis dos materiais didáticos na aprendizagem das operações com frações no 2.º CEB. Considera-se, assim, que essa analise sobre as práticas pode contribuir para a reflexão sobre a relevância da prática de ensino supervisionada na formação de professores, bem como para o aperfeiçoamento das práticas pedagógicas no ensino da Matemática e das Ciências Naturais.

1. Prática de ensino supervisionada no 1.º CEB

1.1. Caracterização do Ambiente Educativo e do Estágio

No 1.º semestre do 1.º ano do curso, o estágio foi realizado numa turma do 2.º ano do 1.º CEB, composta por 19 alunos, dos quais 8 eram raparigas e 11 rapazes. No que se refere às idades, 16 alunos tinham 7 anos, 2 tinham 8 anos e 1 aluno tinha 9 anos. Apenas uma aluna já havia sido retida e apresentava dificuldades de aprendizagem.

De modo geral, a turma não revelava grandes dificuldades de aprendizagem específicas. Apenas um aluno possuía o diagnóstico de Perturbação de Hiperatividade e Défice de Atenção (PHDA), e uma aluna apresentava dificuldades ao nível da fala, frequentando semanalmente sessões de Terapia da Fala. Esta aluna realizava trocas fonéticas do português europeu para o português do Brasil (nomeadamente a substituição do som [t] por [tch], entre outras).

Em termos étnicos, a maioria dos alunos era de nacionalidade portuguesa, havendo apenas um aluno de nacionalidade brasileira e um de origem africana (não especificada), sendo todos falantes da língua portuguesa.

No que diz respeito ao ambiente educativo, a organização temporal da turma previa uma componente letiva das 9h00 às 12h00 e das 14h00 às 16h00. As Atividades de Enriquecimento Curricular (AEC) decorriam das 12h00 às 12h50 ou das 13h00 às 13h50, e ainda entre as 16h10 e as 17h50. O horário variava consoante a turma.

As Atividades de Tempos Livres (ATL) tinham lugar das 8h00 às 9h00 e, posteriormente, das 16h10 às 17h00 ou das 17h00 às 19h00. Estas atividades eram organizadas em colaboração com a Associação de Pais e destinavam-se às famílias que manifestavam necessidade, mediante inscrição e pagamento. Em termos de espaço, a escola dispunha de uma área total superior a 2000 m².

Em síntese, as principais características da turma de estágio encontram-se descritas na tabela seguinte:

Tabela 2

Caracterização Da Turma A, Do 2.º Ano Do 1.º CEB

Número de alunos	19

Idades	7-9
Género	8 meninas 11 meninos
Alunos de nacionalidade estrangeira	1 brasileiro 1 indiano 1 africano
Alunos com Necessidade de Saúde Especiais (NSE)	1
Alunos repetentes	1

No segundo semestre, o estágio foi realizado numa turma do 1.º ano do 1.º CEB, composta por 23 alunos, dos quais 11 eram raparigas e 12 rapazes. Nenhum dos alunos apresentava necessidade de aprendizagem específica.

Esta turma enfrentava um cenário particularmente desafiante em termos de estabilidade docente, uma vez que a professora titular se encontrava em licença médica desde o início do estágio. Esta ausência prolongada originou uma sucessão de docentes ao longo do período, o que teve impacto na continuidade e consistência do processo de ensino-aprendizagem.

Durante esse período, os alunos foram acompanhados por vários professores, salientando-se a presença inicial de um professor, seguido de uma professora que assegurou o acompanhamento da turma durante a maioria do estágio.

No que diz respeito à diversidade étnica, esta turma revelou-se mais heterogénea do que a anteriormente descrita. O grupo étnico predominante era constituído por alunos portugueses (12), seguido por alunos brasileiros (8). Além disso, a turma incluía um aluno de etnia cigana, um aluno de ascendência francesa e uma aluna ucraniana.

No que respeita à organização temporal, a componente letiva decorria das 9h00 às 12h00 e das 14h00 às 16h00. As Atividades de Enriquecimento Curricular (AEC) tinham lugar das 12h00 às 12h50, integrando disciplinas como Artes Visuais e Educação Moral, sendo que alguns alunos não participavam nestas atividades.

Em síntese, as principais características da turma de estágio encontram-se descritas na tabela seguinte:

Tabela 3

Caracterização Da Turma A, Do 1.º Ano De 1.º CEB

Número de alunos	23
Idades	6-7
Género	11 meninas 12 meninos
Alunos de nacionalidade estrangeira	8 brasileiro 1 cigano 1 ucraniano 1 francês
Alunos com Necessidade de Saúde Especiais (NSE)	3*
Alunos repetentes	0

Nota: *apresentam comportamentos que poderiam ser sinalizados, somente num dos casos os pais aceitaram a avaliação do aluno.

A preparação para a intervenção pedagógica inicia-se com o plano de aula, o qual foi sendo progressivamente adaptado às preferências do professor supervisor. A principal alteração observada entre o início e o final do semestre foi a explicitação dos conteúdos a lecionar em cada área curricular, o que permitiu uma melhor compreensão dos conteúdos a desenvolver em cada aula.

Além disso, o tempo estipulado nos planos de aula revelou-se, com algumas exceções, adequado, e a formulação dos objetivos foi, sempre que possível, sustentada nas Aprendizagens Essenciais das respetivas áreas curriculares. Os objetivos das atividades de Cidadania e Desenvolvimento foram igualmente fundamentados nos documentos disponibilizados no portal da Educação para a Cidadania. Assim, os objetivos definidos e elaborados nos planos de aula foram sempre fundamentados em documentos curriculares oficiais.

A articulação entre objetivos, atividades, recursos e avaliação revelou-se fundamental, tendo-se partido das atividades para orientar os restantes elementos. Em alguns planos, essa articulação mostrou-se mais eficaz devido à natureza das atividades propostas, enquanto noutros se verificaram maiores dificuldades na sua elaboração. A articulação entre os temas curriculares a lecionar constituiu um dos pontos frágeis da intervenção pedagógica, tendo sido concretizada apenas numa das intervenções, sendo este um dos aspetos a melhorar futuramente.

Apesar da fraca articulação temática, as atividades propostas foram pertinentes e organizadas de forma sequencial. No entanto, a exploração criativa das intervenções foi limitada, tanto pela complexidade das atividades como pelas dificuldades específicas das turmas. Relativamente aos materiais, estes foram desenvolvidos conforme a necessidade das atividades, tendo-se privilegiado a reutilização, como no caso da caixa de teatro de sombras e dos tabuleiros.

Quanto à utilização adequada dos conceitos científicos, esta implicou investigação em fontes fidedignas e adaptação das explicações ao nível de desenvolvimento dos alunos. Este processo garantiu o domínio científico e a clareza pedagógica, em consonância com o pensamento de Ball et al. (2008), que identificam dois grandes tipos de conhecimento que o professor deve possuir: "o conhecimento científico da área curricular e o conhecimento pedagógico da área curricular" (p. 403).

No que concerne aos recursos didáticos, os mais utilizados foram as Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC), o ábaco e o material multibásico. As TIC foram integradas nas práticas pedagógicas como ferramentas de apoio à aprendizagem e à motivação dos alunos, destacando-se, entre os principais recursos, os vídeos e jogos eletrónicos. Sobre a importância das TIC, Mercado e Marques (2002) referem:

> O uso da informática pode contribuir para auxiliar os professores na sua tarefa de transmitir o conhecimento e adquirir uma nova maneira de ensinar cada vez mais criativa, dinâmica, auxiliando novas descobertas, investigações e levando sempre em conta o diálogo. E, para o aluno, pode contribuir para motivar a sua aprendizagem e aprender, passando assim, a ser mais um instrumento de apoio no processo de ensino-aprendizagem, abrindo possibilidade de novas relações entre os alunos, que estão inseridos numa sociedade diferente da dos seus pais (p. 129).

A exploração de recursos ocorreu por meio da combinação entre TIC motivacionais e materiais manipuláveis, como o ábaco e o material multibásico, com o objetivo de concretizar conceitos matemáticos. Tal como refere Ribeiro (1995), os materiais manipuláveis, assim como as TIC, são relevantes porque:

> Apresentam-se, desta forma, como objectos concretos que incorporam conceitos matemáticos, apelam a diferentes sentidos e podem ser tocados, movidos, rearranjados e manipulados pelas crianças. Estes são os materiais didácticos mais largamente referidos na literatura, certamente com maior projecção, e alvo de maior atenção por parte dos investigadores (p. 7).

Relativamente à gestão da aula, as fases de introdução e desenvolvimento foram mais fáceis de implementar, enquanto as etapas de discussão e sistematização exigiram uma mediação ativa — nomeadamente, a formulação de perguntas claras, o aproveitamento das respostas dos alunos e a resolução de conflitos entre perspetivas divergentes. Nas etapas finais da aula, a avaliação da compreensão dos alunos e a devolução de *feedback* constituíram desafios significativos. Um ponto forte identificado foi a circulação ativa pelo espaço da sala, permitindo acompanhar o progresso, identificar dificuldades e prestar orientação individualizada durante a realização das atividades.

A diferenciação pedagógica revelou-se essencial para manter o ritmo da aula, permitindo que alunos com diferentes níveis de desempenho realizassem tarefas diferenciadas. A flexibilidade na implementação pedagógica, mesmo em turmas desafiadoras, foi crucial para criar condições de envolvimento, participação e interesse por parte de todos os alunos, equilibrando os objetivos planeados com as necessidades individuais.

A aprendizagem colaborativa em grupos, especialmente nas atividades de Expressões Artísticas, fomentou o envolvimento dos alunos e reduziu conflitos, promovendo um relacionamento mais respeitador entre os pares. Além disso, a gestão e resolução de conflitos constituiu um desafio diário, sobretudo devido à imaturidade de muitos alunos, associada à sua idade. Assim, a mediação sensível, aliada a um vínculo afetivo e sensorial entre a professora estagiária e os alunos, foi central para a gestão dos conflitos, exigindo uma dedicação constante na harmonização entre as intervenções pedagógicas e o clima emocional da sala.

A autorreflexão desenvolvida ao longo do estágio foi determinante para a melhoria das competências profissionais e para o ajustamento das estratégias pedagógicas, permitindo identificar pontos fortes e fragilidades na implementação das intervenções. A observação externa por parte da professora cooperante e da colega estagiária foi igualmente fundamental para enriquecer esta reflexão.

O estágio destacou-se por ser particularmente desafiante, principalmente devido à inexperiência e à complexidade inerente ao 1.º ano do 1.º CEB, bem como aos comportamentos frequentemente disruptivos dos alunos. Neste contexto, é possível destacar pontos fortes como o planeamento detalhado e sustentado teoricamente, a dedicação e flexibilidade na adaptação às necessidades da turma, bem como a utilização diversificada de estratégias pedagógicas. Por outro lado, os pontos a melhorar incluem a articulação entre temas curriculares, a gestão de conflitos e a exploração criativa das atividades.

A prática supervisionada evidenciou a importância da comunicação clara, do uso de materiais manipuláveis, do planeamento ajustado às necessidades da turma e da colaboração entre colegas. Em termos comparativos, o estágio no 1.º ano do 1.º CEB revelou-se mais exigente do que o realizado no 2.º ano, devido às maiores dificuldades de autorregulação dos alunos e ao processo crítico de alfabetização e desenvolvimento de bases matemáticas, exigindo metodologias mais diferenciadas.

Em síntese, o estágio reforçou a importância dos materiais manipuláveis e da adaptação metodológica às fases de desenvolvimento dos alunos. Em síntese, o estágio no 1.º ano do 1.º CEB exigiu um maior apoio emocional e a utilização pontual de materiais orientados para as dificuldades específicas dos alunos e no 2.º ano, se observou uma integração mais ampla, embora acompanhada de desafios estruturais à sua aplicação.

1.2. A análise conforme as dimensões dos padrões de desempenho docente

No que se refere ao Desempenho Profissional, Social e Ético, destaca-se a reflexão constante presente nos relatórios semanais (Imagem 1), a qual permite uma análise crítica e fundamentada das práticas pedagógicas.

Imagem 1

Exemplo como evidência de um relatório semanal

Escola Superior de Educação de Viseu
Mestrado em Ensino do 1.º CEB e Ensino de Matemática e Ciências Naturais no 2.º CEB

Prática de Ensino Supervisionada no 1.º ano do 1.º CEB — relatório semanal, referente às planificações/ implementação n.º 9, n.º10 e n.º 11 (semana 4).

1. Informação sobre o desempenho das crianças relevantes para planificações com a turma;

Na segunda-feira, os alunos foram capazes de relatar suas atividades durante as férias e explicar algumas tradições da Páscoa, como a caça aos ovos e a ida à missa ou ao culto de Páscoa. Embora alguns alunos não comemorem a Páscoa, conseguiram contar o que fizeram durante as férias. No entanto, os alunos demoraram muito tempo para falar e interromperam uns aos outros frequentemente.

Dificuldades semelhantes foram observadas na discussão sobre a ilustração da página 64 e 65 do manual de Estudo do Meio. Em relação aos vídeos, os alunos demonstraram mais interesse pelo time-lapse da tulipa. Já sobre o tangram, os alunos mostraram um interesse acima do esperado e pediram para trabalhar com o quebra-cabeça novamente na terça e quarta-feira. No entanto, os alunos em geral tiveram dificuldades para descrever o tangram. Um aluno em particular, porém, foi capaz de lembrar o conceito de congruência, estudado antes das férias da Páscoa.

Na terça-feira, os alunos gostaram mais do poema "Cavalinho, Cavalinho" e foram capazes de dizer qual poema tinham gostado mais, participando ativamente no início da aula. No entanto, deixou-se muito tempo para a ilustração.

Na atividade sobre orientação, onde foram utilizados robôs, os alunos não conseguiram completar todos os percursos na ficha devido à falta de trabalho em grupo, muitas conversas ou brigas/discussões, levando mais tempo do que o planeado. Na dramatização, a maioria dos alunos acabou por copiar ou imitar uns aos outros, levando mais tempo do que o esperado e não sendo possível falar sobre o bem-estar animal.

Na quarta-feira, a maioria dos alunos foi capaz de ler as palavras, embora alguns alunos tenham apresentado grande dificuldade na leitura de palavras isoladas. Já sobre a composição e decomposição das figuras geométricas, os alunos não tiveram grandes dificuldades e a utilização dos tablets com a atividade no Geogebra ajudou-os a compreender como as figuras podem formar outras figuras.

Em relação à ilustração no espaço exterior, uma aluna recusou-se a fazer o desenho e começou a chorar quando se disse que o tempo havia acabado, enquanto os outros alunos conseguiram fazer a atividade sem problemas. Na ficha de arte e matemática, os alunos não tiveram dificuldades e a atividade correu bem.

Nayara de Souza Felix n.º 13 551.

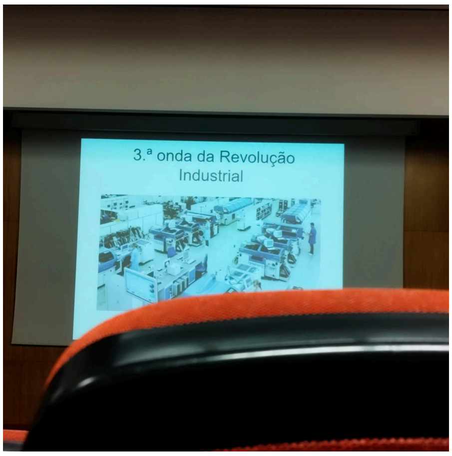
Os indicadores — reconhecimento da responsabilidade profissional na promoção e sucesso das aprendizagens, aliado ao reconhecimento do dever de promoção do desenvolvimento integral de cada aluno, assim como da responsabilidade na promoção de ambientes de trabalho seguros, exigentes e estimulantes — são evidenciados nas planificações, no dia a dia das implementações e no desenvolvimento do projeto de implementação.

Assim como o reconhecimento da relevância do trabalho colaborativo na prática profissional, que se observa no trabalho com as colegas e a professora cooperante. Com base no descrito, determina-se que a classificação que melhor se adequa ou o nível que melhor descreve é: bom.

Além disso, destaca-se como evidência do compromisso com o Desempenho Profissional a participação na palestra “Ciência, Educação e Sociedade”, com o Professor Carlos Fiolhais, que decorreu no dia 10 de maio, às 18h30, no auditório da ESTGV, integrada no projeto "Descobre o Cientista que Há em Ti", dinamizado por alunos do Mestrado 1.º CEB / 2.º CEB Mat/CN (Imagem 2).

Imagem 2

Evidência do compromisso com o Desempenho Profissional



No que se refere ao desenvolvimento do ensino, observou-se um bom desempenho da prática letiva realizada no estágio, dado que os alunos obtiveram, globalmente, resultados bons, tanto ao nível académico como do saber estar em sala de aula. Além disso, destaca-se o conhecimento científico, pedagógico e didático inerente à disciplina/área disciplinar, apesar das dificuldades decorrentes da inexperiência. Ao longo das implementações, verificou-se sempre preocupação com a correção científica e com a didática. Destaca-se também a planificação (Imagem 3) do ensino, conforme as finalidades e as aprendizagens previstas no currículo, e a rentabilização dos meios e recursos disponíveis; assim como a conceção e planificação de estratégias adequadas aos diferentes alunos e contextos.

Imagem 3

Evidência dum plano de aula 1.º semestre em PES I:

Plano de Aula n.º 6 **Data: 29/11/2022**

Áreas Disciplinares: Conteúdos	Objetivos/Conhecimentos/ Capacidades/Atitudes	Atividades de Ensino-Aprendizagem	Avaliação	Recursos/ Materiais	Tempo
Matemática: Números e Operações: — Adição e subtração.	— Resolver problemas de adição e subtração.	— Diálogo professora estagiária/aluno/alunos sobre adição e subtração. — Resolução da ¹ficha 1- problemas de adição e subtração. (Anexo)(obs) — Correção da ficha 1- problemas de adição e subtração.	Correção da ficha 1- problemas de adição e subtração.	• Fichas	9:00 9:30 10:00
Português: — Gramática: ortografia.	— Desenvolver a competência ortográfica.	— Leitura oral pela professora estagiária do texto narrativo "A folha e o pirilampo" do manual de português página 60, acompanhada de leitura silenciosa pelos alunos. — A professora estagiária tira de um bloco de cartas uma carta contendo uma palavra e chama dois alunos para irem ao quadro escrevê-la.(As palavras foram retiradas do texto "A folha e o pirilampo")(Anexo) — A professora estagiária retira do bloco de cartas a carta usada e seleciona outra carta. — Chama outros dois alunos para irem ao quadro escrevê-la.(repetir o processo)	Análise da ortografia das palavras escritas.	• Bloco de cartas com as palavras. • Giz • Manual	10:30
INTERVALO					
Português: — Leitura e Escrita. — Gramática:	— Ler com velocidade adequada o texto. — Desenvolver a	— Diálogo professora estagiária/aluno/alunos sobre como se deve ler um texto. — ²Ditado a pares (Obs)	Análise da capacidade de ler numa	• Fragmentos do texto.	11:00

Nayara de Souza Felix, n.º 13551.

Dessa forma, evidenciam-se os planos de aula realizados sempre antes de todas as sessões, nos quais foram explicitados os objetivos, as atividades, os materiais e os recursos a utilizar. Ou seja, todos os planos de aula elaborados durante os estágios podem ser referenciados como preparação das atividades letivas (Imagem 4).

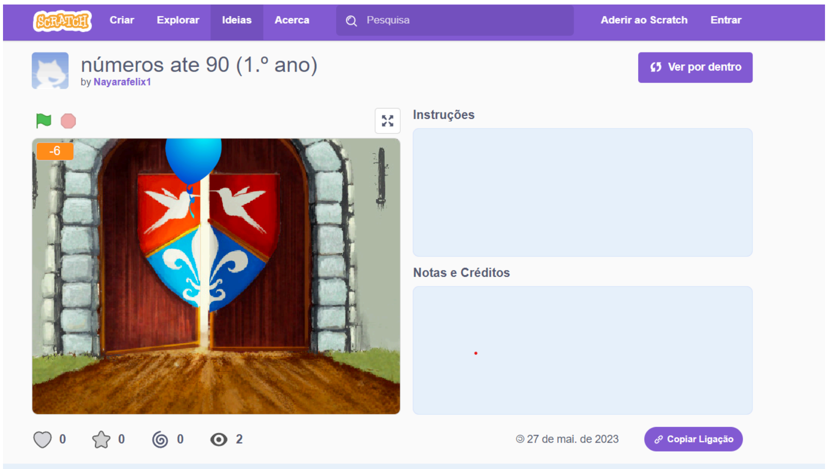
Imagem 4

Evidência de jogo elaborado como recurso para a aula

Plano de Aula n.º 26 **Data: 29/05/2023**

Matemática: Números: - Números naturais • Usos do número natural • Representação • Decomposição de números naturais	— Ler e representar números, pelo menos até 90, usando a representação do MAB.	— Diálogo professora estagiária/aluno/alunos sobre quando a menina do texto "visita ao castelo" chegou à porta do castelo ela descobriu que para entrar no castelo precisava jogar um jogo. — Realização do jogo "números até 90 (1.º ano)" no scratch.² — Diálogo professora estagiária/aluno/alunos sobre as dezenas e a representação no MAB (material multibásico): quantas dezenas tem o número 10? e o 20? Quando é que passamos das unidades para as dezenas? Conseguem contar de 10 em 10? Como uma dezena é representada no MAB? e duas dezenas? — Resolução das atividades das páginas	- Observar a capacidade de compreender a lógica do sistema decimal através da resolução de problemas do manual.	- Manual - Computador - Projetor - Internet	11:00 11:15 11:30

Nayara de Souza Felix, n.º 13551.



Relativamente à relação pedagógica com os alunos, evidencia-se o esforço de trabalhar diferentes estratégias de motivação, como vídeos e teatro de sombras, e, ao mesmo tempo, utilizar estratégias que se mostraram eficientes, principalmente os jogos, incluindo alguns elaborados pela professora estagiária (imagem 4), compreendendo assim as necessidades pedagógicas dos alunos.

Destaca-se a comunicação com rigor e sentido do interlocutor, bem como a promoção e gestão de processos de comunicação e interação entre os alunos, ambas observáveis nas implementações. Além disso, observou-se o desenvolvimento de atividades de avaliação das aprendizagens para efeitos de diagnóstico e a regulação do processo de ensino, avaliação e certificação de resultados, por meio do desempenho em sala, testes, questões em aula e autoavaliação dos alunos. Com base no descrito, determina-se que a classificação que melhor se adequa, ou o nível que melhor descreve, é: bom.

No que se refere à participação na escola e à relação com a comunidade educativa, o envolvimento foi limitado, atendendo às características do estágio, que não permitiram uma integração mais direta. Ainda assim, houve alguma participação indireta, mediada pela professora cooperante, nomeadamente na participação dos encarregados de educação, como numa atividade em que os pais foram convidados a ler histórias para os alunos em sala de aula. Com base no descrito, determina-se que a classificação que melhor se adequa, ou o nível que melhor descreve, é: regular.

Por fim, no que se refere ao Desenvolvimento e Formação Profissional ao Longo da Vida, destaca-se o desenvolvimento de estratégias de aquisição e atualização de conhecimento profissional (científico, pedagógico e didático) e a análise crítica da ação, resultando em conhecimento profissional que mobiliza para a melhoria das suas práticas, dado que ainda se encontra em formação e que a reflexão semanal foi parte fundamental do estágio.

Ademais, parte essencial do estágio é o trabalho com a colega de estágio, assim como com a professora cooperante, e também envolveu o trabalho com as colegas do IPP. Assim, destaca-se o desenvolvimento de conhecimento profissional a partir do trabalho colaborativo com pares. Com base no descrito, determina-se que a classificação que melhor se adequa, ou o nível que melhor descreve, é: bom.

2. Prática de ensino supervisionada no 2.º CEB

2.1. Caracterização do Ambiente Educativo e do Estágio

O estágio no 2.º CEB foi realizado durante dois semestres no 2.º ano do mestrado em Ensino do 1.º CEB e de Matemática e Ciências Naturais no 2.º CEB, nas unidades curriculares Prática de Ensino Supervisionada em Matemática e Ciências Naturais no 2.º CEB I e II.

No 1.º semestre, o estágio decorreu entre 18 de setembro de 2023 e 12 de janeiro de 2024, totalizando 15 semanas, sendo as três primeiras dedicadas à observação, seguidas de quatro semanas de intervenções em grupo e as restantes de intervenção individual. O estágio realizou-se no 2.º CEB, nas áreas de Matemática e Ciências Naturais, num agrupamento escolar de Viseu. As intervenções em Matemática ocorreram numa turma de 5.º ano do 2.º CEB e, em Ciências Naturais, numa turma do 6.º ano do mesmo ciclo.

Além disso, na área de Matemática decorreram intervenções de dois blocos em todas as semanas de intervenção; enquanto em Ciências Naturais as intervenções ocorreram em apenas um bloco semanal. O estágio desenvolveu-se em três fases: preparação, intervenção e reflexão. Assim, a preparação para a intervenção concretizou-se através da elaboração, na área de Matemática, de um roteiro e, na área de Ciências Naturais, duma planificação. As reflexões eram realizadas semanalmente.

As observações decorreram numa turma de 5.º ano do 2.º CEB pertencente ao mesmo agrupamento, mas distinta da escola onde ocorreram as intervenções, sendo focadas, principalmente, nas intervenções do colega de estágio e da professora cooperante.

Por fim, o estágio incluiu a elaboração de um projeto de intervenção que propunha um jogo na área da Matemática, passível de adaptação à área das Ciências Naturais, a partir da modificação e combinação de jogos de cartas e jogos do estilo role-playing game (RPG).

No 2.º semestre, o estágio decorreu entre 12 de fevereiro e 10 de junho de 2024, totalizando igualmente 15 semanas, sendo a primeira dedicada à observação e preparação para o início da intervenção. O estágio manteve-se nas áreas de Matemática e Ciências

Naturais, no mesmo agrupamento escolar de Viseu, com intervenções em Matemática numa turma de 5.º ano e em Ciências Naturais numa turma de 6.º ano.

Nesta fase, as intervenções em Matemática ocorreram em três blocos semanais, enquanto em Ciências Naturais se realizaram em dois blocos. O desenvolvimento do estágio seguiu o mesmo modelo, em três momentos fundamentais: preparação, intervenção e reflexão, sendo a fase de preparação concretizada pela elaboração, em Matemática, de um roteiro e, em Ciências Naturais, duma planificação. As reflexões mantiveram-se semanais, baseadas nas observações e intervenções realizadas.

As observações ocorreram, novamente, numa turma de 5.º ano do mesmo agrupamento, distinta da turma de intervenção, centrando-se principalmente nas intervenções do colega de estágio.

Neste semestre, o projeto de intervenção teve como tema os poliedros, com a elaboração de um cartaz que organizava um trabalho de pesquisa sobre um poliedro à escolha dos alunos.

A intervenção em Matemática decorreu numa turma de 5.º ano do 2.º CEB, composta por 20 alunos, embora, por estar integrada no programa "Turma Mais", apenas 15 alunos estejam presentes em sala de aula, sendo que 5 alunos trabalham com outra professora. Estes cinco alunos são revezados a cada duas ou três semanas, consoante o seu desenvolvimento.

De forma geral, os alunos não apresentam comportamentos inadequados, sendo que apenas dois alunos se destacam pelo nível de dificuldades. Estes dois alunos são portugueses ciganos e apresentam também baixa assiduidade. Para além destes, a turma é composta por 12 alunos portugueses, 5 brasileiros e 1 aluno africano, cuja nacionalidade não foi revelada. No que se refere ao género, a turma inclui 9 meninas e 11 meninos.

A intervenção em Ciências Naturais realizou-se numa turma de 6.º ano, constituída por 25 alunos, que está inserida no programa "Turma Digital". Neste programa, os alunos dispõem de manuais digitais e computadores ou "tablets", o que, no entanto, origina diversos problemas, nomeadamente no funcionamento dos equipamentos e da ligação à internet.

De modo geral, também nesta turma não se verificam comportamentos inadequados, com exceção de dois alunos que apresentam dificuldades específicas: um aluno com dificuldades decorrentes da capacidade linguística, dado ser de origem ucraniana, e outro com dificuldades intelectuais. Em termos de nacionalidade e etnia, a turma é composta por 22 alunos portugueses, 1 aluno africano (com nacionalidade não revelada) e 2 ucranianos. Relativamente ao género, a turma integra 13 meninas e 12 meninos.

Ao refletir sobre o desempenho neste estágio, considera-se que houve um bom desempenho nas dimensões da reflexão crítica, responsabilidade profissional e trabalho colaborativo. Igualmente, o conhecimento científico, pedagógico e didático, a planificação do ensino, a organização das estratégias de ensino, comunicação, avaliação e reorientação da planificação foram áreas de desempenho positivo. Contudo, a participação na escola e na comunidade educativa revelou-se limitada, devido às características específicas do estágio.

Para concluir, o desempenho apresentado no estágio é, de forma holística, muito bom, sendo esta uma oportunidade excelente para a reflexão crítica sobre o próprio desempenho, fundamental para o desenvolvimento profissional.

No estágio no 2.º CEB, o período de observação foi reduzido, não sendo suficiente para tecer conclusões acerca do uso dos materiais didáticos. No entanto, verificou-se que, tal como no 1.º CEB, o manual escolar é o material didático com que os alunos têm maior contacto.

Durante todo o estágio, observou-se a utilização de diversos materiais para além dos usados na implementação do projeto de investigação, maioritariamente materiais estruturados, como transferidor, compasso, régua, calculadora, sólidos geométricos e o programa Excel.

Observa-se que a maioria dos materiais didáticos utilizados incide na área da geometria e da medida, sendo principalmente recursos para a construção de figuras geométricas, com especial destaque para os triângulos.

No que diz respeito aos conteúdos algébricos, o uso de materiais é menor, apesar da sua importância reconhecida na literatura, como argumenta Witzel (2005), e como será desenvolvido no projeto de investigação.

2.2. A análise conforme as dimensões dos padrões de desempenho docente

No que se refere ao Desempenho Profissional, Social e Ético, evidencia-se uma postura marcada pela reflexão contínua, manifestada nos relatórios semanais (imagem 5), que sustentam uma análise crítica das práticas pedagógicas. Demonstra-se clara consciência da responsabilidade profissional na promoção do sucesso educativo, assim como um firme compromisso com o desenvolvimento integral de cada aluno.

Imagem 5

Evidência dum relatório semanal

Anexos 1

Relatório n.º3 - 04/03/2024 - 08/03/2024

5.º D - Matemática

A aula iniciou com a indicação do sumário e o número da lição conforme o costume, em seguida por meio do tangam e da observação das diversas imagens criadas com o material concluir que essas imagens são construidas pelas mesmas figuras e, portanto, tem a mesma área. E assim, na matemática disse equivalente.

Nos exercícios os alunos não tiveram dificuldades em decompor a figura, mas apresentaram dificuldades em inferir as medidas dos lados das figuras decompostas e também de aceitar diferentes decomposições. Além disso, alguns alunos também demonstraram a necessidade de decompor a figura em muitas figuras, foi recomendado que primeiro dividissem a figura em dois e caso precisarem dividissem em 3 ou mais.

Na segunda aula foi dado continuidade a resolução de exercícios e as dificuldades apresentados pelos alunos na aula anterior foi trabalhada de forma mais pormenorizada nas discussões das resoluções dos exercícios.

No entanto, alguns alunos apresentaram dificuldades em lembrar o significado de figuras equivalentes e também apresentaram grande dificuldade em reconhecer a mudança de unidade de medida. Além disso, os alunos tiveram muitas dificuldades para relacionar a área, o perímetro e os lados das figuras e realizar cálculos entre eles. Dessa forma, foi necessário resolver o exercício em grande turma e, passo a passo, reforçar os conceitos de perímetro e área e a relação desses conceitos com o lado da figura.

6.º A - Ciências Naturais

A aula foi iniciada por meio da leitura e da discussão sobre a morfologia e funções do sistema cardiovascular e os seus componentes, além disso, também é discutido as diferenças e funções entre artérias, capilares e veias.

Para os alunos tivessem algum registo dos conceitos fundamentais apresentados nessa aula, foi pedido que os alunos transcrevessem as funções desses componentes do sistema cardiovascular.

Em seguida, os alunos realizaram os exercícios para a consolidação dos conceitos trabalhos na discussão. Durante a resolução dos exercícios, alguns alunos apresentaram dificuldades em entender a complexidade do sistema cardiovascular e como os seus órgãos interagem. Além disso, alguns alunos confundiram as funções e características das artérias, capilares e veias.

Assim, promovido uma segunda discussões em grupo para permitir que os alunos compartilhassem o seu entendimento e esclarecessem dúvidas uns dos outros.

Destaca-se, ainda, o reconhecimento do papel fundamental do professor na criação de ambientes de aprendizagem seguros e estimulantes. Estas dimensões encontram-se claramente refletidas nos roteiros de aula (imagem 6) e nas planificações (imagem 7), bem como na condução das implementações e no desenvolvimento das intervenções.

Imagem 6

Evidência dum roteiro em Matemática

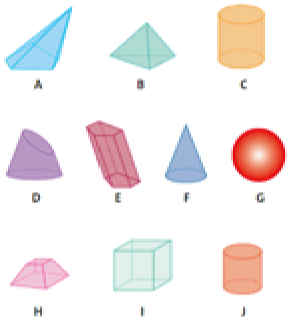
Anexo 2
2a: roteiro de matemática

Roteiro n.º9-19/04/2024

Enunciado

1. Observe a classificação dos sólidos. Qual característica diferencia os sólidos e que justifique essa classificação?

1.1. Indica quais dos sólidos abaixo são poliedros e quais não são poliedros.



2. Sobre os poliedros:

2.1. Indica o nome das partes destacadas dos poliedros.

Imagem 7

Evidência duma planificação em Ciências Naturais

2b: planificação de ciências naturais

Plano de Aula n.º 2 **Data: 12/03/2024**

Tema Organizador	Objetivos	Atividades de Ensino Aprendizagem	Avaliação	Recursos/ Materiais	Tempo
PROCESSOS VITAIS COMUNS AOS SERES VIVOS	Identificar os constituintes do sangue, relacionando-os com a função que desempenham, através de uma atividade laboratorial;	- Registo do sumário da aula e as respectivas lições do dia no quadro; - Distribuição da turma em dois grupos; - Observação da amostra de sangue no microscópio; - Registro das observações feitas no microscópios; - Discussão sobre a composição do sangue humano; - Indicação do T.P.C.	- Capacidade de inferir informações sobre a composição do sangue por meio da observação das amostras de sangue humano;	- Microscópio; - Amostra de sangue; - Caderno diário; - Quadro Interativo; - Ficha de observação;	5 min 5 min 15 min 5 min 15 min 5 min

Anexos: Ficha de observação

A relevância do trabalho colaborativo na prática profissional é evidenciada pelo trabalho conjunto com as colegas do IPP II, nomeadamente na atividade experimental sobre a circulação da seiva bruta (imagem 8), assim como pela participação no projeto solicitado pela bibliotecária, relacionado com a história e a Matemática (imagem 9). Destaca-se também o trabalho contínuo com a colega de estágio e a professora cooperante, bem como a colaboração com a professora responsável pela Turma Mais. Com base no exposto e após ponderação com a professora cooperante, a classificação que melhor se adequa é: muito bom.

Imagem 8

Trabalho conjunto com as colegas de IPP II

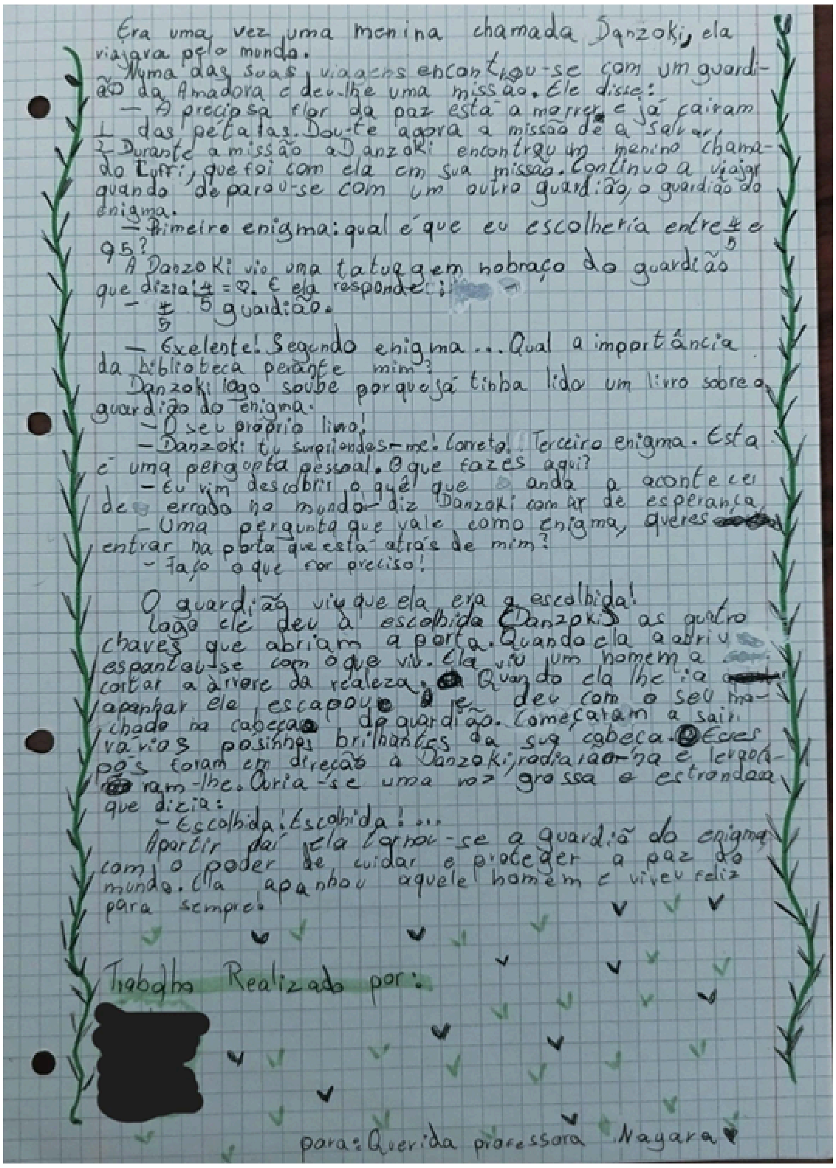
Plano de Aula n.º 13 **Data: 10/05/2024**

Tema Organizador	Objetivos	Atividades de Ensino Aprendizagem	Avaliação	Recursos/ Materiais	Tempo
PROCESSOS VITAIS COMUNS AOS SERES VIVOS	Explicar a influência de fatores que intervêm no processo fotossintético, através da realização de atividades experimentais, analisando criticamente o procedimento adotado e os resultados obtidos e integrando saberes de outras disciplinas;	Atividade experimental sobre a circulação da seiva bruta realizadas pelas alunas de IPP II.	- Observação da capacidade de relacionar a mudança de cor da flor com a absorção da seiva bruta;	Descritos na ficha de atividade em anexo	50 min

Anexos

Imagem 9

Projeto solicitado pela bibliotecária sobre a história com Matemática


Era uma vez uma menina chamada Danzoki, ela viajava pelo mundo.
Numa das suas viagens encontrou-se com um guardião da Amadora e deu-lhe uma missão. Ele disse:
— A preciosa flor da paz está a morrer e já caíram $\frac{1}{2}$ das pétalas. Dou-te agora a missão de a salvar.
Durante a missão a Danzoki encontrou um menino chamado Luffi, que foi com ela em sua missão. Continuou a viajar quando deparou-se com um outro guardião, o guardião do enigma.
— Primeiro enigma: qual é que eu escolheria entre $\frac{4}{5}$ e 95?
A Danzoki viu uma tatuagem no braço do guardião que dizia: $\frac{4}{5}$ = ♡. E ela responde:
— $\frac{4}{5}$ guardião.
— Excelente! Segundo enigma... Qual a importância da biblioteca perante mim?
Danzoki logo soube porque já tinha lido um livro sobre o guardião do enigma.
— O seu próprio livro!
— Danzoki tu surpreendes-me! Correto! Terceiro enigma. Esta é uma pergunta pessoal. O que fazes aqui?
— Eu vim descobrir o quê que anda a acontecer de errado no mundo — diz Danzoki com ar de esperança.
— Uma pergunta que vale como enigma, queres entrar na porta que está atrás de mim?
— Faço o que for preciso!
O guardião viu que ela era a escolhida!
Logo ele deu à escolhida Danzoki as quatro chaves que abriam a porta. Quando ela a abriu espantou-se com o que viu. Ela viu um homem a cortar a árvore da realeza. Quando ela lhe ia apanhar ele escapou e deu com o seu machado na cabeça do guardião. Começaram a sair vários pozinhos brilhantes da sua cabeça. Esses pós foram em direção à Danzoki, rodiaram-na e levaram-lhe. Ouvia-se uma voz grossa e estrondosa que dizia:
— Escolhida! Escolhida!...
A partir daí ela tornou-se a guardiã do enigma com o poder de cuidar e proteger a paz do mundo. Ela apanhou aquele homem e viveu feliz para sempre!
Trabalho Realizado por:
[redacted]
para: Querida professora Nayara ♥

Relativamente ao desenvolvimento do ensino, observa-se um desempenho positivo na prática letiva desenvolvida durante o estágio, evidenciado pelos bons resultados alcançados pelos alunos, tanto ao nível académico como nas dimensões do saber ser e estar. Destaca-se, inclusive, a ausência de classificações negativas nas disciplinas de Matemática e Ciências Naturais.

O domínio dos conhecimentos científicos, pedagógicos e didáticos inerentes às disciplinas foi notório, ainda que se reconheçam limitações naturais decorrentes da inexperiência. Ao longo das implementações, verificou-se uma preocupação constante com a correção científica e a adequação das estratégias didáticas adotadas, refletida na utilização diversificada de recursos didáticos.

A planificação do ensino foi realizada em consonância com os objetivos e aprendizagens previstos no currículo, evidenciando uma utilização eficaz dos recursos disponíveis, a conceção de estratégias diferenciadas adaptadas às necessidades específicas dos alunos e aos contextos de ensino, assim como a articulação coerente dos diversos instrumentos e momentos de avaliação.

As atividades foram preparadas conforme as planificações para as disciplinas de Matemática e Ciências Naturais do 2.º CEB, fundamentadas nas Aprendizagens Essenciais e competências definidas no Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória. Estes aspetos constituem elementos centrais da reflexão que permeia a elaboração das planificações e roteiros de aula.

Na disciplina de Ciências Naturais, um recurso indispensável foi o acesso a computadores e à internet, dado que a turma em questão integra o programa “Turma Digital”. Apesar do potencial pedagógico destes recursos, verificou-se que a infraestrutura disponível não favorece o processo de ensino-aprendizagem, devido à baixa velocidade da internet, que afecta tanto a docente como os alunos. Além disso, foram utilizados materiais específicos, como esfregaços de sangue e microscópios, para complementar as atividades experimentais.

No âmbito da Matemática, recorreu-se a diversos materiais didáticos, destacando-se o material Cuisenaire, materiais elaborados pela própria professora estagiária, e o papel como recurso não estruturado para o trabalho com frações. Também foram utilizados dados e moedas para o estudo de probabilidades, bem como o programa Excel para apoiar atividades específicas (imagem 10).

Imagem 10

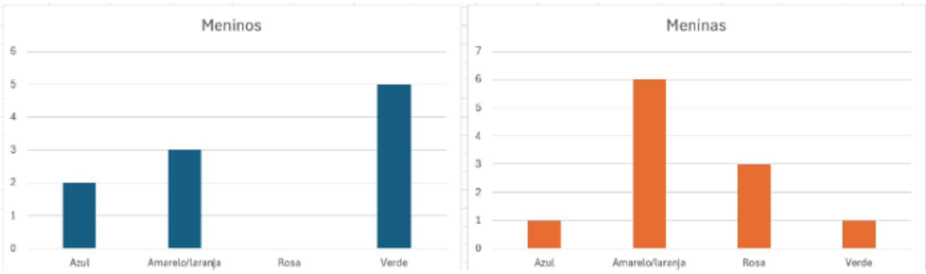
Roteiro n.º20-21/05/2024 evidência do uso do Excel

Primeiramente, a professora deve indicar aos alunos o sumário: gráficos barras justapostas e lição n.ºxxx. Em seguida, a professora apresenta os diferentes gráficos, barras e circulares, no Excel.

Para apresentar os diferentes gráficos, a professora pergunta aos alunos a sua cor favorita das apresentadas na lista, criando a seguinte tabela:

	Meninos	Meninas
Azul	2	1
Amarelo/laranja	3	6
Rosa	0	3
Verde	5	1

E a partir da tabela criar os seguintes gráficos de barra:



A avaliação dos alunos foi realizada de forma diversificada, assumindo um papel orientador na prática docente e no planeamento das atividades letivas. Atendeu-se especialmente às necessidades dos alunos com maiores dificuldades, recorrendo à observação em sala de aula, à análise dos trabalhos realizados, à aplicação de testes e às questões colocadas durante as aulas.

Assim, a avaliação das aprendizagens contemplou as vertentes diagnóstica, formativa e somativa, sendo operacionalizada por meio de trabalhos propostos, desempenho em sala, testes, questões-aula e autoavaliação dos alunos.

Destacam-se as estratégias de ensino adaptadas à diversidade dos alunos e aos recursos disponíveis, promovendo o desenvolvimento cognitivo e a criatividade. Valorizaram-se os contributos dos alunos, sobretudo na apresentação de estratégias de resolução das tarefas propostas na disciplina de Matemática. Na disciplina de Ciências Naturais, essa valorização manifestou-se no diálogo pedagógico constante e na autonomia conferida aos alunos na escolha do formato dos trabalhos e na seleção dos colegas para a sua realização.

Verificou-se também uma comunicação rigorosa e adequada ao perfil dos alunos, bem como a promoção e gestão eficaz dos processos de interação entre eles, observáveis ao longo das implementações.

A reorientação da planificação e do desenvolvimento das práticas de ensino ocorreu sempre que necessário, sendo maioritariamente motivada por imprevistos externos ao processo de ensino-aprendizagem, como alterações no calendário escolar ou outras dinâmicas da vida escolar, e não por dificuldades de aprendizagem dos alunos. Com base no exposto e em ponderação com a professora cooperante, a classificação que melhor descreve este desempenho é: Muito Bom.

No que se refere à participação na escola e à relação com a comunidade educativa, não se identificam indicadores específicos de maior envolvimento, devido às características do estágio, que limitaram uma integração mais direta e contínua. Contudo, registou-se alguma participação em iniciativas promovidas pela escola, como atividades organizadas pelos professores de Educação Moral — uma visita a um parque, bem como em tarefas solicitadas pela bibliotecária, nomeadamente no projeto “Histórias com Matemática”. Considerando o grau de participação e após reflexão com a professora cooperante, conclui-se que a classificação mais adequada é: Bom.

Por fim, relativamente ao desenvolvimento e formação profissional ao longo da vida, destaca-se o empenho na aquisição e atualização contínua do conhecimento profissional — científico, pedagógico e didático — aliado a uma análise crítica constante da ação docente. Este processo tem resultado num conhecimento profissional que motiva a melhoria das práticas, especialmente considerando que a estagiária ainda se encontra em formação e que a reflexão semanal constituiu uma parte fundamental do estágio.

Destaca-se também a importância do trabalho colaborativo desenvolvido com a colega de estágio, a professora cooperante e as colegas do IPP II, o que tem contribuído significativamente para o desenvolvimento do conhecimento profissional. Com base no exposto e após ponderação com a professora cooperante, a classificação atribuída é: Muito Bom.

Conclusão

Ao longo dos estágios no 1.º e no 2.º CEB, foi possível vivenciar a experiência do processo de ensino em diferentes papéis, tais como professor nas intervenções individuais, observador nas intervenções dos colegas e professor colaborador nas intervenções em grupo. Essas experiências foram fundamentais para o desenvolvimento de competências relacionadas com a docência. Assim, é possível identificar, no âmbito do desempenho nos estágios, tanto pontos fortes como aspetos a melhorar.

Relativamente aos pontos fortes, destaca-se, tanto no 1.º como no 2.º CEB, a capacidade de elaborar planos e roteiros de aula que proporcionam uma abordagem clara aos tópicos abordados. Salienta-se também a aptidão para compreender as necessidades específicas dos alunos e das turmas, adaptando estratégias pedagógicas conforme as dificuldades ou facilidades apresentadas. Além disso, evidencia-se a dedicação em assegurar o bem-estar dos alunos, promovendo um ambiente de aprendizagem acolhedor e uma boa relação afetiva.

Por outro lado, foram identificados alguns aspetos a melhorar. Uma das dificuldades evidenciadas foi a gestão do tempo das tarefas propostas, sobretudo no 1.º CEB, o que dificultou a execução completa dos planos de aula dentro do tempo previsto. Consequentemente, revelou-se também um desafio lidar com imprevistos e adaptar as tarefas quando o planeamento não decorria conforme esperado. Estes aspetos mostraram-se, contudo, fundamentais para a formação profissional, na medida em que permitiram reflexões aprofundadas sobre a prática docente.

Adicionalmente, a gestão dos comportamentos constituiu um desafio comum em ambos os estágios, embora em contextos diferentes. No 1.º CEB, a turma mostrou-se desafiante devido à imaturidade emocional natural da idade, agravada por serem muitos alunos. Já no 2.º CEB, os alunos apresentaram dificuldades em manter comportamentos adequados em sala, embora esses casos tenham sido de mais fácil gestão.

Considerando as diferenças significativas entre as práticas pedagógicas nos dois ciclos e as suas especificidades, observa-se um progresso notório na autoconfiança, sobretudo durante o estágio no 2.º CEB, beneficiando da experiência adquirida no 1.º CEB e duma preferência pessoal pela prática nesse ciclo.

De forma geral, apesar das diferenças entre as experiências, verifica-se um ponto comum nas estratégias pedagógicas utilizadas no ensino da Matemática. Em ambos os ciclos, a aproximação dos conceitos matemáticos abstratos ao concreto revelou-se eficaz para o processo de aprendizagem.

A razão para esta eficácia encontra-se nas palavras de Jones e Tiller (2017): "when students are allowed to first develop a concrete understanding of the math concept/skill, they are much more likely to perform that math skill and truly understand math concepts at the abstract level" (p. 18).

Por isso, no ensino dos conceitos matemáticos, tanto no 1.º como no 2.º CEB, sempre que possível — dadas as limitações do ambiente e das estruturas educativas — foi utilizado material manipulável, uma vez que "actively manipulating these materials allows learners to develop a repertoire of images that can be used in the mental manipulation of abstract concepts" (Moyer, P. S., 2021, p. 176).

O uso de materiais manipuláveis nas intervenções do estágio no 1.º CEB revelou-se fundamental não só para o desenvolvimento da aprendizagem, mas também para o aprimoramento das competências da professora estagiária. Essa experiência foi essencial para consolidar uma prática pedagógica mediada por recursos concretos. Como afirma Moch (2002), é necessário que o professor assuma a responsabilidade pelo uso contínuo destes materiais, dado que os seus efeitos podem não ser imediatos e exigem proficiência docente: “Using manipulatives well takes time and practice. [...] the use of manipulatives for teaching mathematical concepts in the classroom may not work initially for everyone or for everything. Teachers must gain proficiency” (p. 82).

Embora o estágio no 1.º CEB tenha como principais objetivos o aprofundamento dos conhecimentos pedagógicos nesse ciclo, tanto em contexto de intervenção como de investigação, e o desenvolvimento de um ensino colaborativo e reflexivo, desempenhou também um papel fundamental na preparação para o estágio no 2.º CEB.

Este papel relaciona-se com o desenvolvimento de capacidades e competências quanto ao papel do professor, que continuam a ser aprimoradas ao longo do estágio no 2.º CEB e durante toda a carreira docente, assim como com competências essenciais para a implementação do projeto de investigação sobre materiais manipuláveis.

Outro aspeto importante foi a diferença dos contextos dos estágios. No 1.º CEB, a turma era numerosa, numa escola pequena, com estruturas menos favoráveis — evidenciado pelo fato da escola não dispor de biblioteca. Em contraste, o estágio no 2.º CEB decorreu numa turma pequena, numa escola maior e com uma estrutura mais completa.

Assim, todas as experiências proporcionadas pelos estágios foram favoráveis à nossa formação como futuras professoras, oferecendo momentos de aprendizagem significativos em interação com alunos de diferentes etapas do desenvolvimento e contextos variados. Além disso, proporcionaram aprendizagens relevantes na interação com os diversos profissionais do ambiente escolar.

Em síntese, os estágios constituíram uma oportunidade para compreender, na prática, as múltiplas funções do professor, bem como para desenvolver competências e saberes essenciais à prática docente.

Parte II — Trabalho De Investigação: O Uso Dos Materiais Manipuláveis No Ensino Das Operações Com Frações No 5.º Ano Do 2.º CEB.

Introdução

O trabalho de investigação desenvolvido no âmbito do mestrado tem como tema o uso dos materiais manipuláveis, especificamente os materiais manipuláveis, no ensino das operações com números racionais na sua representação fracionária, tendo como principal área de investigação a Didática da Matemática. O objetivo deste projeto é compreender os papéis dos materiais manipuláveis na aprendizagem das operações com frações no 2.º CEB. Para tal, o projeto envolve a participação de alunos do 5.º ano da escola onde decorreu o estágio.

O presente estudo foca-se na aprendizagem das operações com frações no 5.º ano do 2.º CEB, por meio do uso de materiais manipuláveis, não pretendendo abranger outros conteúdos ou ciclos de ensino. Para isso, o material didático será analisado numa perspetiva ampla, seguindo a definição de Ribeiro (1995), que considera material didático qualquer recurso utilizado em contexto de aprendizagem com o propósito de favorecer esse processo.

O objetivo do estudo surge da experiência vivida durante o estágio, em que se observou que os alunos apresentavam grandes dificuldades na área da Matemática. Esta constatação foi reforçada pelos resultados das provas de aferição realizadas no 5.º ano do 2.º CEB, no ano letivo de 2021/2022, que evidenciam um elevado nível de insucesso nesta disciplina, em especial no domínio “Números e Operações”, que aborda principalmente tópicos relacionados com as frações.

Além disso, o estudo justifica-se pela necessidade de compreender o possível contributo dos materiais didáticos manipuláveis face à natureza abstrata da Matemática e tendo em conta o nível de desenvolvimento cognitivo dos alunos do 2.º CEB.

No que diz respeito à estrutura do trabalho, este inicia-se com a contextualização do problema, seguindo-se uma revisão da literatura. Em seguida, apresenta a metodologia adotada, os resultados obtidos e respetiva discussão, a conclusão do estudo, a conclusão geral, as referências bibliográficas e, por fim, os anexos.

Em consonância com o tema e a área de investigação deste trabalho, a questão central que se pretende explorar é a seguinte: de que forma os materiais manipuláveis influenciam a aprendizagem das operações com frações no 5.º ano do 2.º CEB?

Para dar resposta a esta questão, foram definidas as seguintes subquestões de investigação:

a) De que forma o uso de materiais manipuláveis promove a aprendizagem da adição e subtração de frações com o mesmo denominador?

b) De que forma o uso de materiais manipuláveis promove a aprendizagem da adição e subtração de frações com denominadores diferentes?
c) De que maneira o uso de materiais manipuláveis promove generalizações, tanto espontâneas como solicitadas?
d) De que modo o uso de materiais manipuláveis favorece o uso de diferentes representações do número racional?

1. Revisão da literatura

É fulcral reconhecer a importância dos materiais didáticos no processo de ensino-aprendizagem. Uma das principais justificações para a utilização destes materiais, em especial os materiais manipuláveis, reside na natureza abstrata da Matemática e no estádio de desenvolvimento cognitivo dos alunos do 1.º e 2.º CEB. Conforme é argumentado:

> "Na fase concreta (6 a 12 anos), as crianças são capazes de ter um pensamento lógico elementar; no entanto, raciocinam sobre o concreto, isto é, as crianças destas idades são capazes de raciocinar sobre coisas e objetos que tenham experimentado e nunca sobre ideias abstratas. Os alunos com mais experiências de manipulação podem representar melhor as ideias abstratas do que aqueles que as não têm. Os materiais são, para Piaget, importantes ajudas para o desenvolvimento cognitivo das crianças" (Ribeiro, 1995, p. 9).

Em concordância, Witzel (2005) destaca a importância do uso dos materiais didáticos — em particular, os manipuláveis — no processo de construção da representação e abstração matemática, afirmando que:

> "Teaching students through the use of concrete objects, pictorial representations, then abstract numerals, is called the concrete-to-representational-to-abstract sequence of instruction (CRA). CRA is a three-stage learning process where students learn through physical manipulation of concrete objects, followed by learning through pictorial representations of the concrete manipulations, and ending with solving problems using abstract notation" (Witzel, 2005, p. 50).

Segundo o autor, nos anos iniciais o ensino dos conceitos matemáticos deve decorrer em três fases. A primeira é a fase concreta, na qual o conceito é apresentado por meio de objetos físicos e manipuláveis. O uso destes materiais está associado à memorização sensorial dos conceitos. Conforme define o próprio Witzel (2005):

> "Interactions with concrete materials increase the likelihood that students remember stepwise procedural options in math problem solving, because they allow students to encode and retrieve information in a variety of sensory options: visual, auditory, tactile, and kinesthetic" (Witzel, 2005, p. 50).

Assim, compreende-se que, nos primeiros anos de escolaridade, os materiais manipuláveis funcionam simultaneamente como estímulos sensoriais — que auxiliam a memorização — e como recursos que concretizam os conceitos abstratos da Matemática.

Em síntese, os materiais manipuláveis são essenciais para tornar tangíveis os conceitos abstratos relacionados com os números racionais, constituindo, por isso, recursos fundamentais no processo de aprendizagem dos alunos do 2.ºCEB.

1.1. Números racionais não negativos

Segundo Niven (1984), um número racional "é um número que pode ser colocado na forma a/d, onde a e d são números inteiros e d não é zero" (p. 31). No entanto, no caso dos números racionais não negativos, a e d são números inteiros positivos e d ≥ 1. Observa-se que os números racionais são definidos por meio da sua representação fracionária.

No contexto curricular, o estudo dos números racionais não negativos tem início no 1.º CEB, "a partir da representação em fração (com significado parte-todo e quociente), seguindo-se a representação decimal" (Direção-Geral da Educação, 2021, p. 10). A notação em percentagem é também introduzida neste ciclo.

Desta forma, os alunos do 2.º CEB dão continuidade ao trabalho desenvolvido no ciclo anterior, estudando as operações com números racionais não negativos. Além disso, as Aprendizagens Essenciais referem a necessidade de contribuir para o desenvolvimento do sentido de número. Behr et al. (1983) argumentam que o número racional apresenta cinco sentidos: parte-todo, razão, operador, quociente e medida. No que se refere ao sentido parte-todo, Monteiro e Pinto (2005) explicam que:

> "O símbolo a/b refere-se a uma parte fracionada de uma só unidade (por exemplo, um quinto de uma folha de papel está pintada, ou um quinto de uma coleção de 10 lápis são azuis, sendo o todo a folha de papel e a coleção de lápis, respetivamente). A fração aqui surge da comparação entre a parte e o todo, considerado este a unidade. O denominador indica o número de partes

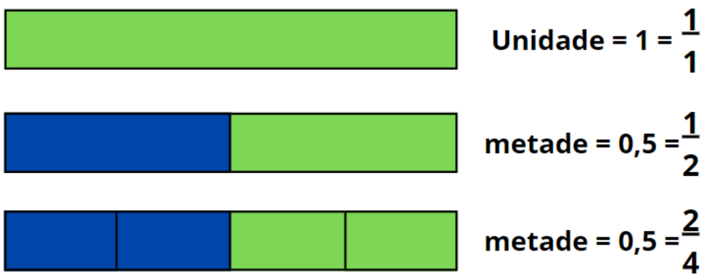
em que a unidade está dividida e o numerador o número de partes escolhidas" (p. 91).

Este sentido é fundamental para a aprendizagem do conceito de frações equivalentes, o qual é essencial para a compreensão da adição de frações.

Bertoni (2009) define frações equivalentes como frações que "representam uma mesma quantidade (de uma mesma unidade). Portanto, a todas deve ser associado um mesmo número" (p. 23). De forma ilustrativa, as frações equivalentes podem ser representadas da seguinte forma:

Imagem 11

Representação Icónica De Frações Equivalentes



As frações equivalentes permitem determinar uma fração que representa a mesma quantidade, mas com um denominador diferente, sendo fundamentais para a realização das operações de adição e subtração e, consequentemente, para a multiplicação, quando esta é compreendida como uma adição de parcelas iguais.

Relativamente ao sentido de razão, podem ser identificados dois conceitos. O primeiro é o da razão "parte-parte", definido por Monteiro e Pinto (2005) como a "relação entre duas quantidades referentes a duas partes de um todo, por exemplo, a razão entre o número de meninos e de meninas numa turma é de 3/2 — lê-se 'é de 3 para 2' — quantidade intensiva" (p. 92).

O segundo refere-se à "razão entre valores de duas grandezas diferentes, dando origem a uma nova grandeza, por exemplo, a razão entre a distância e o tempo necessário para a percorrer — a velocidade — quantidade intensiva" (Monteiro & Pinto, 2005, p. 92).

No que diz respeito ao sentido de operador, Monteiro e Pinto (2005) explicam que:

> Operador partitivo e operador multiplicativo partitivo: neste caso, a fração a/b transforma o cardinal de um conjunto discreto (3/4 de 12 lápis são 9 lápis) ou, no caso de uma figura, tem o efeito de redução ou de ampliação (p. 92).

Quanto ao sentido de quociente, os mesmos autores referem:

> O resultado da divisão entre dois números inteiros (com o denominador diferente de zero) em situações de partilha equitativa, quando a fração a/b representa o quociente entre dois números, isto é, uma relação entre duas quantidades, tendo ainda o significado de uma quantidade extensiva (Monteiro & Pinto, 2005, pp. 91−92).

Por fim, o sentido de medida ocorre quando "se compara uma grandeza com outra tomada como unidade. O aluno terá de fracionar a unidade de medida numa parte que esteja contida um número inteiro de vezes na quantidade a medir" (Monteiro & Pinto, 2005, p. 92).

Para além da compreensão dos diferentes sentidos do número racional, é igualmente importante considerar as dificuldades associadas à sua aprendizagem. Segundo Pinto (2011), essas dificuldades podem estar relacionadas com três principais obstáculos: a dificuldade dos alunos em relacionar o conhecimento sobre frações com os sentidos das operações; o uso de estratégias aditivas quando deveriam ser utilizadas estratégias multiplicativas; e a dependência de representações recorrentes nos manuais escolares.

Ainda de acordo com Pinto (2011), as dificuldades na aprendizagem das frações podem ter origem em: "(i) a multiplicidade de significados atribuídos às frações; (ii) a conceptualização da unidade em diversos problemas ou situações envolvendo frações; e (iii) a utilização precoce de regras e algoritmos no estudo de números racionais" (p. 9).

Neste sentido, Behr (1981) destaca que os números racionais são uma das principais fontes de dificuldades no ensino básico, justificando assim a importância da investigação nesta área: "The investigation of rational numbers is important in its own right, because so many of the 'trouble spots' in elementary school mathematics are related to rational number ideas" (Behr, 1981, p. 2).

1.1.1. Operações com frações

A adição de frações é definida como a junção ou união de elementos da mesma natureza, cujo resultado é denominado soma (Galvão, 1968). No caso específico das frações, o autor defende que "para se somar duas ou mais frações, primeiramente observamos os denominadores” (p. 32). No que se refere à subtração de frações, Galvão (1968) refere que: “Subtrair duas frações consiste em, dadas duas frações em certa ordem, onde a 1.º é maior ou igual ao 2.º, achar outra que adicionada ao 2.º dê a 1.º” (p. 36).

Segundo as Aprendizagens Essenciais de Matemática, a multiplicação de um número natural por uma fração pode ser abordada de duas maneiras distintas. A primeira, apresenta “a multiplicação de um número natural por uma fração como a adição sucessiva dessa fração” (Direção-Geral de Educação, 2021, p. 23). Assim, dado o número natural "n" e a fração a/b, na expressão n × a/b a solução pode ser encontrada pela adição de a/b com a/b, "n" vezes, que pode ser generalizado na expressão n×a/b. A segunda, procura dar significado a fração como operador (Direção-Geral de Educação, 2021, p. 23).

As aprendizagens essenciais do 5.º ano do 2.º CEB, propõem a introdução de operação com frações pela equivalência de frações. Assim, os alunos devem ser capazes de “Reconhecer e determinar frações equivalentes através de uma relação multiplicativa” (Direção-Geral de Educação, 2021, p. 20). Posteriormente, e a partir deste conhecimento, os alunos devem “Adicionar e subtrair frações, em casos em que um denominador é múltiplo do outro” (Direção-Geral de Educação, 2021, p. 22). Por fim, os alunos usam as aprendizagens anteriores e mobilizam-nas na multiplicação de frações por números naturais.

As Aprendizagens Essenciais do 5.º ano do 2.º CEB propõem a introdução das operações com frações a partir do conceito de equivalência de frações. Assim, os alunos devem ser capazes de: “Reconhecer e determinar frações equivalentes através de uma relação multiplicativa” (Direção-Geral da Educação, 2021, p. 20).

Em seguida, com base neste conhecimento, os alunos devem: “Adicionar e subtrair frações, em casos em que um denominador é múltiplo do outro” (Direção-Geral da Educação, 2021, p. 22).

Por fim, os alunos devem aplicar as aprendizagens anteriores à multiplicação de frações por números naturais, mobilizando os conhecimentos construídos ao longo das tarefas anteriores. Dessa forma, os conceitos de fração equivalente, adição, subtração e multiplicação estão inter-relacionados e apresentam uma progressão lógica e dependente entre si no processo de aprendizagem dos números racionais.

1.1.2. Representações

Segundo Boavida et al. (2008), as representações referem-se “quer ao ato de capturar um conceito ou relação — processo —, quer à sua forma propriamente dita — produto” (p. 71).

Ainda segundo Boavida et al. (2008), há três modos de representar em Matemática: representações ativas, icónicas e simbólicas. As representações ativas estão associadas à ação, aos objetos passíveis de manipulação, sejam eles estruturados ou não, e proporcionam a compreensão de conceitos.

As representações icónicas constituem o primeiro passo do distanciamento do físico e do concreto, e referem-se ao “uso de figuras, imagens, esquemas, diagramas ou desenhos para ilustrar conceitos, procedimentos ou relações entre eles” (Boavida et al., 2008, p. 71).

Por fim, as representações simbólicas representam o maior grau de abstração e:

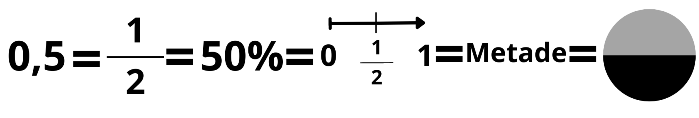
> Consistem na tradução da experiência em termos da linguagem simbólica. Correspondem, não apenas aos símbolos que representam ideias Matemáticas, mas a todas as linguagens que envolvem um conjunto de regras fundamentais quer para o trabalho com a Matemática, quer para a sua compreensão. (Boavida et al., 2008, p. 71)

Já Ponte e Quaresma (2011) refere que “Representar um número significa atribuir-lhe uma designação, podendo um número ter várias designações. O numeral decimal, a fracção, a percentagem, a recta numérica e as linguagens natural e pictórica são representações que um número racional” (p.57).

Os números racionais podem ser representados de diversas formas, conforme ilustrado abaixo:

Imagem 12

Representações Do Número Racional



Nota: elaborada pela autora.

Observa-se que entre as representações diversas representações aparece a fração fundamental na compreensão do número racional, no entendimento que um número racional é qualquer número que pode ser representado como o quociente de dois números inteiros, sendo o denominador diferente de zero. Assim, entende-se à importância da representação em fração para o entendimento dos números racionais.

Beyranevand (2014) distingue entre formas de representação, referindo que os “rational numbers appear in a variety of forms (fractions, decimals, percentages, ratios, and rates)” (p. 1); e que os números racionais também “have a variety of modes of representation (pictures, diagrams, tiles, number lines, and symbols)” (p. 1).

O autor categoriza ainda essas representações em visuais e concretas, verbais, e simbólicas e abstratas: “Rational numbers can be expressed in various ways, including visual, concrete representations (i.e., diagrams, pictures, or graphs), verbal representations (written and spoken language), and symbolic, abstract representations (numbers, letters)” (Beyranevand, 2014, p. 2).

Behr (1981), por sua vez, classifica as representações em internas — a interpretação mental e subjetiva do conceito ou elemento matemático — e representações externas — como o indivíduo expressa essa interpretação no mundo externo. As representações internas e externas mutuamente se influenciam, evoluem e refinam-se conforme são usadas e expressadas nas situações problemas, como Behr (1981):

> when children solve problems, an internal "interpretation" of the problem influences the selection (or generation) of an external representation. This external representation may involve a picture, concrete materials, or written symbols. Often the external representation models only part of the problem. (...) the external representation typically allows the child to refine his internal representation/ interpretation--which may lead to the generation (or selection) of a more refined external representation, or to a solution. External representations play a number of important roles in the acquisition and use of rational number concepts. These roles include: reducing memory load or increasing storage capacity, coding information in a form that is more manipulable, simplifying complex relationships, and so on (pp. 8 - 9).

As Aprendizagens Essenciais, no que se refere aos números racionais não negativos, fazem menção direta ao uso de três tipos de representações: “decimal, fração e percentagem, bem como à fluência na transição entre esses tipos de representações” (Direção-Geral da Educação, 2021).

Além disso, referem, na multiplicação de frações por números naturais, as representações pictóricas como mecanismos para a compreensão dessa operação; e, na adição e subtração de frações, mencionam as representações gráficas e o uso de materiais manipuláveis. No entanto, as Aprendizagens Essenciais não se referem aos materiais como um tipo de representação, apenas recomendam a sua utilização.

1.1.3. Generalização

O raciocínio matemático, segundo Ponte et al. (2020), exite três processos essenciais: conjeturar, generalizar e justificar.

Para Ponte et al. (2020), generalizar é “formular conjeturas de natureza geral, é um processo-chave dos raciocínios indutivo e abdutivo” (p. 7). Da mesma forma, Dreyfus (1990) define a generalização como “To generalize is to derive or induce from particulars, to identify commonalities, to expand domains of validity” (p. 35).

Além disso, a generalização pode depender da “observação, construção, transformação do conhecimento prévio; combinações de observação, construção e transformação” (Ponte et al., 2020, p. 8).

De acordo com Ponte et al. (2020), pode assumir duas formas: “reconhecer um padrão ou uma propriedade comum a um conjunto de objetos” (p. 8) ou “alargar o domínio de validade de uma propriedade a um conjunto mais alargado de objetos” (p. 8).

As Aprendizagens Essenciais entendem a generalização como uma capacidade transversal aos tópicos curriculares da área da Matemática, priorizando a primeira forma de generalização definida por Ponte et al. (2020): “O raciocínio matemático continua a privilegiar a formulação de conjeturas e generalizações, particularmente a partir da identificação de padrões” (Direção-Geral de Educação, 2021, p. 9).

Observa-se que as Aprendizagens Essenciais compreendem as generalizações como uma capacidade de raciocinar matematicamente, conseguida por meio da “identificação de regularidades comuns a objetos em estudo” (Direção-Geral de Educação, 2021, p. 13).

Já para Harel e Tall (1991), a generalização é a aplicação de um argumento num contexto maior, ou seja, é a expansão de um argumento particular para o todo: “The term "generalization" is used both within and outside mathematics to mean the process of applying a given argument in a broader context” (p. 38).

Além disso, segundo Harel e Tall (1991), a generalização não é exclusiva da Matemática e significa aplicar um conceito a um contexto maior. Contudo, para que isso aconteça em Matemática, é necessário conhecimento prévio: “the cognitive process demanded by mathematical generalization will depend on the individual's current knowledge” (Harel & Tall, 1991, p. 38).

Isto significa que, para um aluno conseguir eventualmente generalizar um conceito, é necessário que tenha contacto com esse conceito por meio de tarefas, criando um conhecimento prévio, que poderá ser generalizado explicitamente a pedido do professor.

1.2 Materiais didáticos

Na literatura, surgem diversas nomenclaturas para os objetos utilizados em contextos educativos. As principais referidas são: materiais didáticos, materiais curriculares, materiais manipuláveis, materiais estruturados, materiais convencionais, materiais audiovisuais e também as novas tecnologias.

Estas nomenclaturas variam consoante os autores e dizem respeito a diferentes funções e suportes, sejam eles físicos ou digitais. Assim, serão abordadas as diferentes definições e autores, bem como a importância didática dos materiais, para além das orientações e referências relativas à sua utilização nas Aprendizagens Essenciais.

1.2.1 Concetualização e importância dos materiais didáticos

Segundo Ribeiro (1995), os materiais didáticos podem ser definidos como "qualquer recurso a ser utilizado na sala de aula visando facilitar o processo de ensino-aprendizagem" (p. 6). De acordo com Zabala (1998), os materiais curriculares são:

> Todos aqueles instrumentos que proporcionam ao educador referências e critérios para tomar decisões, tanto no planejamento como na intervenção direta no processo de ensino/aprendizagem e em sua avaliação. Assim, pois, consideramos materiais curriculares aqueles meios que ajudam os professores a responder aos problemas concretos que as diferentes fases dos processos de planejamento, execução e avaliação lhes apresentam (pp. 167–168).

Já para Mansutti (1993), qualquer objeto utilizado em qualquer esfera da instituição escolar para a formação e aprendizagem dos alunos, incluindo os utilizados pelo professor na sala de aula, é um material institucional. Este autor, define material institucional como "todo recurso a ser utilizado num processo que combina aprendizagem e formação" (p. 17).

Observa-se que embora os autores Ribeiro (1995), Zabala (1998) e Mansutti (1993) utilizem termos diferentes como material didático, curricular e institucional, respetivamente, todos se referem, essencialmente, ao mesmo conceito, sendo possível entendê-los como sinónimos.

De tal forma que, na perspetiva desses autores, os termos referidos são os mais abrangentes; podendo-se compreender que dado as suas definições generalistas, todos os outros termos funcionam como subcategorias mais específicas de materiais didáticos, curriculares ou institucionais.

E dentro dessa perspetiva Ribeiro (1995) define materiais manipuláveis como:

> Objectos concretos que incorporam conceitos matemáticos, apelam a diferentes sentidos e podem ser tocados, movidos, rearranjados e manipulados pelas crianças. Estes são os materiais didácticos mais largamente referidos na literatura, certamente com maior projecção, e alvo de maior atenção por parte dos investigadores (Ribeiro, 1995, p. 7).

Nota-se que na perspetiva de Ribeiro (1995), os materiais manipuláveis são objetos físicos que intencionalmente representam um conceito matemático, ou seja, são obrigatoriamente materiais estruturados. Contrariamente, Ponte, et al., (2007) considera que os materiais manipuláveis podem ser estruturados e não estruturados: "os materiais manipuláveis (estruturados e não estruturados) devem ser utilizados nas situações de aprendizagem em que o seu uso seja facilitador da compreensão dos conceitos e das ideias Matemáticas" (p.14).

Assim, na perspetiva de Ponte, et al., (2007) os materiais manipuláveis são objetos físicos que podem ou não representar intencionalmente um conceito matemático.

Em contraste aos autores mencionados anteriormente, que apresentam definições que descrevem a função e a concretização dos materiais, Graells (2000) definindo três categorias: materiais convencionais, materiais audiovisuais e as novas tecnologias.

Dessa forma, Graells (2000) define os materiais convencionais como sendo os materiais impressos: "libros, fotocopias, periódicos, documentos, o Tableros didácticos: pizarra, franelograma, o Materiales manipulativos: recortables, cartulinas, o Juegos: arquitecturas, juegos de sobremesa, o Materiales de laboratorio." (p. 3).

Já os materiais audiovisuais, como o próprio nome indica, refere-se as mídias de imagens e vídeos: "o Imágenes fijas proyectables (fotos): diapositivas, fotografías, o Materiales sonoros (audio): casetes, discos, programas de radio, o Materiales audiovisuales (vídeo): montajes audiovisuales, películas, vídeos, programas de televisión." (Graells, 2000, p. 3).

Por fim, as novas tecnologias referem-se aos materiais que utilizam de alguma forma as tecnologias de informática:

> Programas informáticos (CD u on-line) educativos: videojuegos, lenguajes de autor, actividades de aprendizaje, presentaciones multimedia, enciclopedias, animaciones y simulaciones interactivas, o Servicios telemáticos: páginas web, weblogs, tours virtuales, webquest, cazas del tesoro, correo electrónico, chats, foros, unidades didácticas y cursos on-line, TV y vídeo interactivos (Graells, 2000, p. 4).

Apesar da literatura não apresentar um consenso nas definições dos materiais, a relevância e importância desses para o processo de ensino e aprendizagem é referenciado por diversos autores de forma otimista, mas cautelosamente, como refere Ponte, et al., (2007),

> Devem ser utilizados nas situações de aprendizagem em que o seu uso seja facilitador da compreensão dos conceitos e das ideias Matemáticas. No entanto, a simples utilização dos materiais não é suficiente para o desenvolvimento dos conceitos, sendo indispensável registar o trabalho feito e reflectir sobre ele (p.14)

Segundo Ribeiro (1995), numa perspetiva otimista e cautelosa, a utilização de recursos é apoiada por diversas abordagens de ensino:

> Apesar dos resultados das investigações serem inconclusivos há fortes suspeitas de que a utilização de materiais didácticos favorece a aprendizagem. Tais suspeitas são sustentadas quer pelos modelos de aprendizagem natural quer pelos mais recentes desenvolvimentos da psicologia cognitiva (p.13).

A importância dos materiais didáticos, em especial dos materiais manipuláveis, no processo de ensino-aprendizagem é a natureza abstrata da Matemática e o nível de desenvolvimento dos alunos do 1.º e 2.º CEB. Como é argumentado,

> Na fase concreta (6 a 12 anos) as crianças são capazes de ter um pensamento lógico elementar, no entanto raciocinam sobre o concreto, isto é, as crianças destas idades são capazes de raciocinar sobre coisas e objectos que tenham experimentado e nunca sobre ideias abstractas. Os alunos com mais experiências de manipulação podem representar melhor as ideias abstractas do que aqueles que as não têm. Os materiais, são para Piaget, importantes ajudas para o desenvolvimento cognitivo das crianças (Ribeiro, 1995, p. 9).

Assim, a importância dos materiais didáticos está fundamentada na necessidade de tornar concreto os conceitos abstratos da Matemática e, consequentemente, fundamentais para o processo de aprendizagem de alunos do 2.º CEB.

Behr (1981) na sua investigação sobre os números racionais defende o uso de um material manipulável, que seja um meio-termo entre as situações Matemáticas do mundo real e as ideias Matemáticas no mundo abstrato:

> The best manipulative aids are half-way between the real world of everyday mathematical situations and the world of abstract ideas and written mathematical symbols. They are symbols in that they can be used to act out (or represent) a variety of real world situations, and they are concrete in that they involve real materials (e.g., Cuisenaire rods, folded paper discs) that are similar to everyday objects like lumber, pies, and cakes (pp. 14 - 15)

Ainda segundo Behr (1981) esses materiais funcionam, pois ajudam os alunos mais novos a progressivamente passar para as ideias concretas para as ideias abstratas e vice-versa:

> By helping youngsters move gradually from concrete to progressively more abstract understandings of mathematical ideas, concrete materials serve as a bridge from the real world into the world of mathematics. However, they can also serve as a bridge from the world of mathematics back into the real world, using the kinds of translation/modeling processes … (p. 15)

Dessa forma, as aprendizagens essenciais do 5.º ano do 2.º CEB, refere principalmente dois tipos de materiais a serem usados de forma holística nas aulas de Matemática, os materiais manipuláveis e as tecnologias:

> Os materiais manipuláveis devem ser utilizados sempre que favoreçam a compreensão de conhecimentos matemáticos e a conexão entre diferentes representações Matemáticas. As ferramentas tecnológicas devem ser consideradas como recursos incontornáveis e potentes para o ensino e a aprendizagem da Matemática. (Direção-Geral de Educação, 2021, p.6)

No que se refere as frações equivalentes, o currículo refere que o professor deve promover o uso de materiais estruturados: “Propor a representação de frações e o reconhecimento de frações equivalentes recorrendo ao uso de material estruturado [Exemplo: Recorrer ao modelo retangular (físico ou digital) para representar” (Direção-Geral de Educação, 2021, p.20)

No que respeita às operações de adição e subtração de frações, é referido o uso de materiais manipuláveis, como folha de papel, blocos padrão e Cuisenaire. Por fim, na seção dedicada à multiplicação entre números naturais e frações, não é mencionado qualquer material.

Em síntese, as orientações curriculares reconhecem a importância dos materiais didáticos, conforme a literatura, e recomenda o seu uso de modo de geral nas aulas de Matemática.

2. Metodologia da investigação

2.1. Tipo de investigação

A presente investigação foi desenvolvida durante o período de estágio numa turma do 5.º ano do 2.º CEB. O objetivo central é compreender: de que forma os materiais manipuláveis influenciam a aprendizagem das operações com frações no 5.º ano do 2.º CEB?

Este estudo tem ainda como objetivo responder às seguintes subquestões:

a) De que forma o uso de materiais manipuláveis promove a aprendizagem da adição e subtração de frações com o mesmo denominador?
b) De que forma o uso de materiais manipuláveis promove a aprendizagem da adição e subtração de frações com denominadores diferentes?
c) De que maneira o uso de materiais manipuláveis promove generalizações espontâneas e solicitadas?
d) De que modo o uso de materiais manipuláveis favorece o uso de diversas representações do número racional?

A investigação segue uma metodologia qualitativa, uma vez que, segundo Taylor et al. (2015), esta se caracteriza por produzir dados descritivos, baseados em palavras, comportamentos e observações. Moreira et al. (2021) acrescentam que a investigação qualitativa utiliza instrumentos como entrevistas, observações, documentos e análise textual, com o objetivo de explorar a singularidade dos fenómenos. Já Bogdan e Biklen (1997) destacam cinco características da investigação qualitativa, entre as quais a análise descritiva e o foco no processo.

Neste contexto, esta investigação assume a forma dum estudo de caso em contexto de estágio, centrado num grupo específico de alunos, num dado tempo e espaço, procurando compreender fenómenos educativos a partir da prática.

2.2. Justificação do estudo

Durante as práticas supervisionadas, observou-se que, tanto no 1.º como no 2.º CEB, os alunos evidenciam dificuldades na disciplina de Matemática, levantando a questão de como tais dificuldades podem ser atenuadas. Esta preocupação é reforçada pelos resultados apresentados na investigação de Simões e Pires (2022).

Segundo os dados nacionais apresentados nos relatórios das provas de aferição de 2021/2022, a disciplina de Matemática do 5.º ano destaca-se como aquela onde os alunos apresentam maiores dificuldades e maior insucesso. Como referem Simões e Pires (2022),

> Nas provas de aferição do 5.º ano, no caso da disciplina de Matemática, como já foi referido, mantém-se a persistência das dificuldades no desempenho dos alunos em todos os domínios da disciplina, em particular no domínio «Números e Operações» com 88,4% dos desempenhos dos alunos enquadrados nas categorias agregadas de "Revelou Dificuldade/Não Conseguiu (p. 38).

A Tabela 1 permite observar esta dificuldade, através da diferença entre os alunos cujos desempenhos enquadram-se nas categorias "Revelou Dificuldade" (RD) ou "Não Conseguiu" (NC), e aqueles que demonstraram desempenhos esperados, classificados como "Conseguiu" (C) ou "Conseguiu, mas pode melhorar" (CM):

Tabela 4

Resultados da prova de matemática do 5.º ano

Domínio	RD/NC		C/CM	
	2019	2022	2019	2022
Números e Operações	93,8%	88,4%	6,3%	11,6%
Geometria e Medida	92,8%	79,7%	7,3%	20,3%
OTD*	91,9%	73,7%	8,1%	26,9%
Algebra	67%	73,7%	33%	26,3%

Nota: dados retirados do relatório de Simões e Pires (2022)

Apesar do baixo desempenho em todos os domínios da disciplina, os dados permitem concluir que o domínio "Números e Operações" é aquele no qual os alunos apresentam mais dificuldades. Em 2022, somente 11,6% dos alunos atingiram desempenhos satisfatório neste domínio, ao passo que os restantes domínios registaram percentagens superiores a 20% nas categorias C/CM.

Além disso, segundo o que consta nas Aprendizagens Essenciais de Matemática para o 5.º ano do 2.º CEB (2021), o domínio "Números" abrange, dentre outros conteúdos, números racionais não negativos e as suas operações — conteúdos que, consequentemente, estão diretamente relacionados aos resultados negativos dos alunos nas avaliações de aferição. Dessa forma, torna-se evidente a necessidade de mitigar as dificuldades associadas a esse tópico.

2.3 Participantes

O estudo foi desenvolvido numa turma do 5.º ano de escolaridade, inserida no projeto Turma Mais, numa escola de um agrupamento do distrito de Viseu. O projeto Turma Mais e descrito como:

> Caracteriza por utilizar pedagogias diferenciadas e formas diversificadas de organização do grupo turma, permitindo um trabalho colaborativo através de parcerias pedagógicas. Esta pode ser encarada como medida preventiva, interventora ou compensadora, de acordo com a tipologia de cada aluno envolvido. Esta tipologia consiste em criar uma turma sem alunos fixos que agrega temporariamente alunos provenientes das várias turmas do mesmo ano de escolaridade, com dificuldades idênticas numa determinada disciplina. (Direção-geral de educação, n.d.).

Este projeto visa a organização flexível das turmas, recorrendo a estratégias pedagógicas diferenciadas e a uma plataforma rotativa de alunos, em que cinco dos vinte alunos são temporariamente deslocados para outras atividades conforme as suas necessidades.

Durante o período de investigação, participaram nove alunos, com idades entre os 10 e os 11 anos, dos quais oito são do género masculino e um do género feminino. Os alunos selecionados apresentavam níveis de desempenho anteriores considerados positivos: quatro com classificação de "Muito Bom", quatro com "Bom" e um com "Suficiente".

2.3. Técnicas e instrumentos de recolha de dados

A recolha de dados foi realizada em contexto de estágio, o que permitiu acesso direto ao campo de estudo e contacto contínuo com os alunos. A participação dos alunos foi autorizada pelos respetivos encarregados de educação (Anexo 8).

Foram utilizadas as seguintes técnicas e instrumentos:

- Observação participante: com registo em notas de campo, elaboradas durante e após a realização das aulas.
- Análise documental: das produções dos alunos nas fichas de tarefa.
- Roteiros de aula: estruturados com base nos objetivos da investigação, orientando a utilização dos materiais manipuláveis (anexos).

Estas técnicas permitiram uma recolha de dados qualitativos, com foco nos processos de aprendizagem e nas interações dos alunos com os materiais manipuláveis.

2.4. Tarefas desenvolvidas

As tarefas foram planeadas e implementadas com base nas questões da investigação e encontram-se organizadas em roteiros, disponíveis em anexo. Foram aplicadas ao longo de várias aulas, em pequenos grupos, cuja composição variava devido ao projeto Turma Mais.

As tarefas tiveram como objetivos: Apresentar os materiais manipuláveis aos alunos, garantindo uma base comum de conhecimento e uso; trabalhar conceitos fundamentais de adição e subtração de frações, sem recorrer inicialmente ao algoritmo formal e explorar representações múltiplas e fomentar generalizações.

Em síntese, as tarefas e os seus correspondentes materiais didáticos e grupos de trabalho estão descritos na tabela abaixo:

Tabela 5

Organização Das Tarefas Realizadas

Tarefa	Material Manipulável	Grupos — Alunos
Tarefa 1: A escada	Cuisenaire	Grupo 1 — A, B, C Grupo 2 — D e E
Tarefa 2: Dobragens	Folha de Papel	Grupo 1 — B e E Grupo 2 — A e F
Tarefa 3: A piza	Setores Circulares	Grupo 1 — A, C, G Grupo 2 — F e H

Tarefa 4: Agrupamentos	Cuisenaire	Individual — A, H e F
Tarefa 5: Partes	Cuisenaire	Grupo 1 —A, F, H Grupo 2 —B, D, G
Tarefa 6: Barras	Cuisenaire	Grupo 1 —A, F, I Grupo 2 — B, D, G, H
Tarefa 7: A volta com a piza;	Setores Circulares	Grupo 1 — A, F, I Grupo 2 — B, D e G

Conforme a revisão da literatura, os materiais utilizados nas implementações são classificados do seguinte modo:

Tabela 6

Materiais Usados

Material Manipulável	Classificação relevante
Cuisenaire	Manipulável, estruturado e convencional
Folha de Papel	Manipulável, não estruturado e convencional
Setores Circulares	Manipulável, estruturado e convencional

Além disso, os materiais são os seguintes:

Imagem 13

Material Cuisenaire

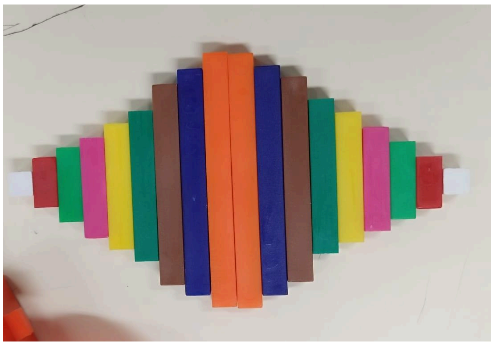


Imagem 14

Folha De Papel

Imagem 15

Setores Circulares

As tarefas foram implementadas por ordem de 1 a 7, mas são analisadas por conceito conforme a tabela a seguir:

Tabela 7

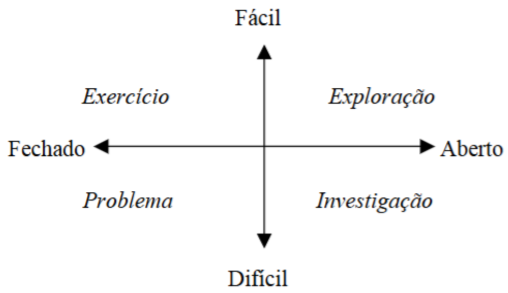
Tarefas Organizadas Por Conceito

Conceito	Tarefa
Operação	Tarefa 1: A escada
	Tarefa 2: Dobragens
	Tarefa 3: A piza
	Tarefa 4: Agrupamentos
	Tarefa 5: Partes
	Tarefa 6: Barras
	Tarefa 7: A volta com a piza;
Representação	Tarefa 1: A escada
	Tarefa 2: Dobragens
	Tarefa 3: A piza
	Tarefa 6: Barras
	Tarefa 7: A volta com a piza;
Generalização	Tarefa 1: A escada
	Tarefa 2: Dobragens
	Tarefa 4: Agrupamentos
	Tarefa 6: Barras
	Tarefa 7: A volta com a piza;

As tarefas realizadas nessa investigação são tarefas de exploração, ou seja, são segundo Ponte (2003) “tarefas fáceis e com estrutura aberta (1.º quadrante)” (p. 5) como é ilustrado pela imagem abaixo:

Imagem 16

Tipos De Tarefas



Nota: Retirada de Ponte (2003, p.5)

2.5. Técnicas de análise de dados

Assim, este estudo tem como principal método de investigação a análise das aprendizagens e dos processos de aprendizagens dos alunos, após a recolha de dados por meio da observação, notas de campo e registo documental (fichas de atividades).

A análise visa compreender como os materiais manipuláveis são utilizados e que papel desempenham na compreensão das operações com frações, bem como as representações e generalizações que os alunos mobilizam no processo de resolução de tarefas.

As fichas de atividade foram analisadas individualmente observando aspetos relevantes para a investigação. Além disso, as resoluções apresentadas também foram comparadas; visando encontrar aspetos em comuns e diferenças nas resoluções.

Por fim, adotamos, para a análise neste estudo, a perspetiva de Ribeiro (1995) sobre a classificação e conceptualização dos materiais didáticos, bem como a perspetiva de Ponte e Quaresma (2011) sobre as representações. No que se refere às generalizações, estas são classificadas em espontâneas e requisitadas.

3. Apresentação e discussão dos resultados

3.1. Tarefas de operações com frações

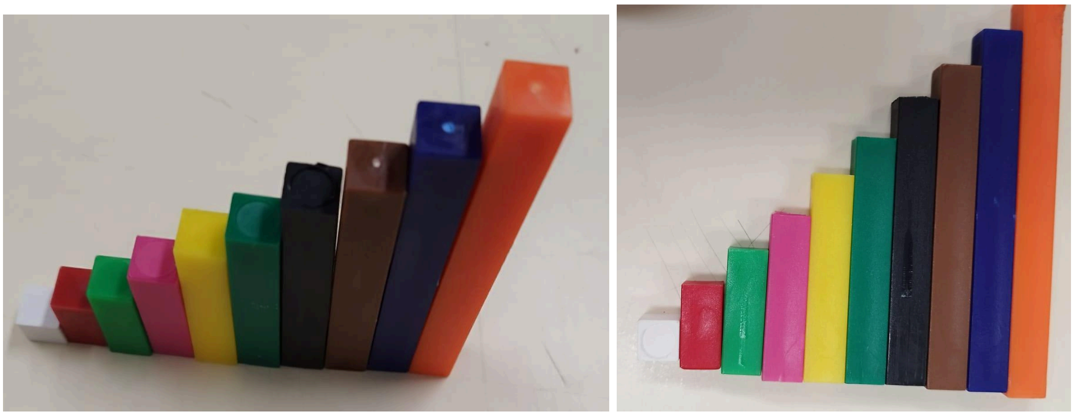
Na primeira tarefa, 'A escada' (Anexo 1), de exploração, os alunos trabalharam com o número racional no sentido parte-todo e abordaram a adição de frações com o mesmo denominador e as representações fracionária e concretas. Esta tarefa inicial também permitiu observar a reação dos alunos ao material Cuisenaire. Os alunos mostraram entusiasmo e curiosidade antes da atividade.

Inicialmente, alguns alunos revelaram dificuldade em relacionar as barras, sugerindo uma falta de familiaridade com este tipo de representação concreta. No entanto, conforme o desenvolvimento na tarefa e durante a fase de discussão, observou-se um desenvolvimento na capacidade de usar o material — um aspeto coerente com o modelo pedagógico CRA, de Witzel (2005), que defende a manipulação concreta como etapa inicial e essencial para a construção do pensamento abstrato.

Os grupos 1 e 2 apresentaram as seguintes construções:

Imagem 17

Construção Das Escadas Feitos Pelo Grupo 1 E 2 Respetivamente



Assim, a nível das operações, pode-se analisar que na alínea *a* da questão 1.1 o grupo 2 não apresenta dificuldades e compreende facilmente o processo de adição de frações.

Imagem 18

Combinações Apresentada Pelo Grupo 2

Para simbolizar essas combinações os alunos utilizam a representação fracionária e também o conceito de igualdade.

Os alunos utilizam a compreensão de que as barras menores são partes da maior e quando combinadas, ou seja, adicionadas, formam o todo, a barra maior, como se observa pelas respostas abaixo:

Imagem 19

Resposta Apresentada Pelo Grupo 2.

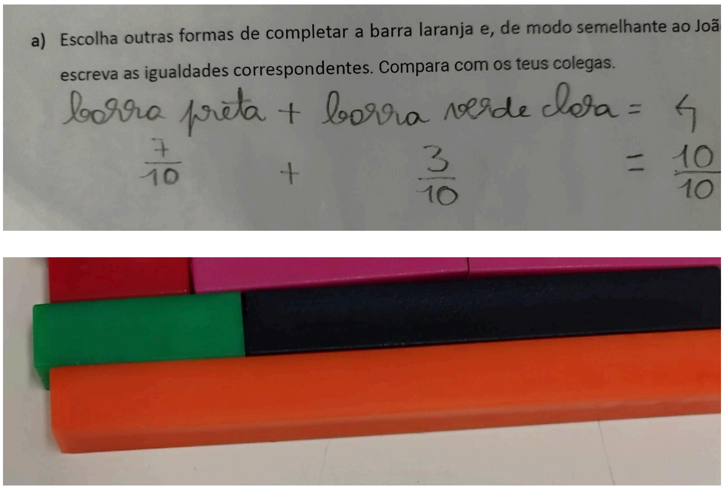


Imagem 20

Resposta Apresentada Pelo Grupo 2.

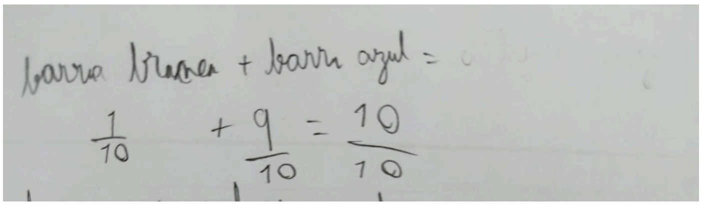
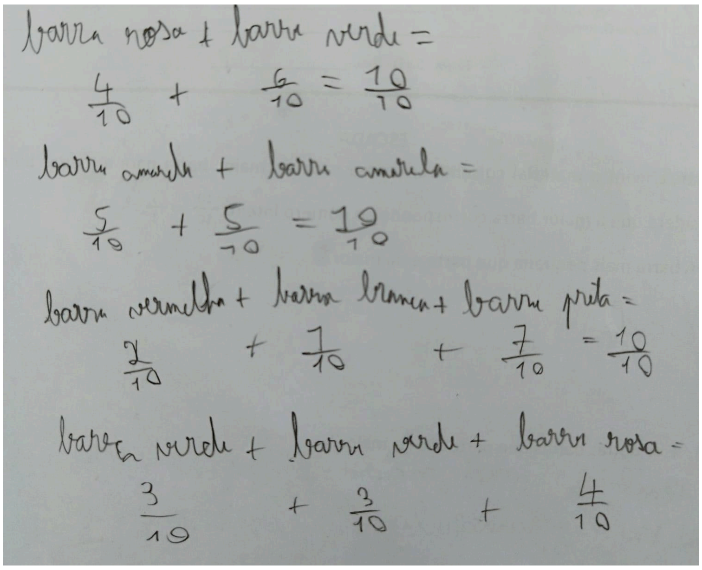


Imagem 21

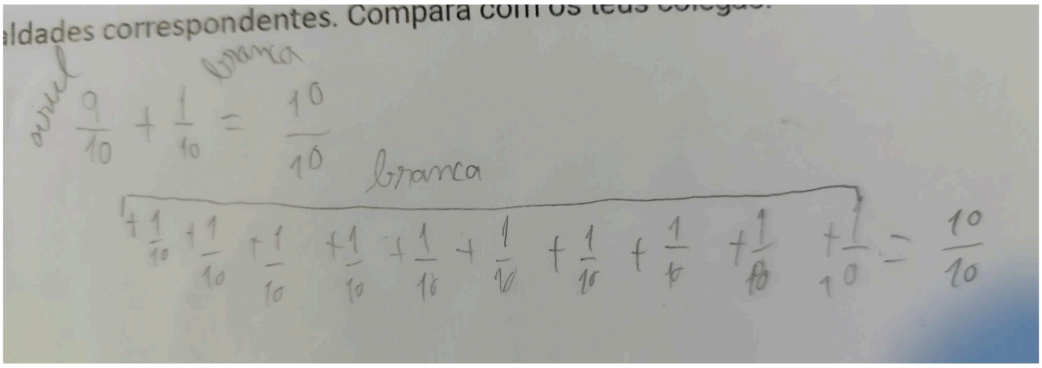
Continuação Das Respostas Apresentada Pelo Grupo 2.



Além disso, os alunos do grupo 2 não utilizam o material para representam todas as adições. Já a resposta do grupo 1 é apresentado na imagem abaixo:

Imagem 22

Resolução Do Grupo 1



No grupo 2, observou-se que os alunos procuraram construir combinações equivalentes à unidade, testando diferentes combinações de barras. Esta tentativa e erro indica um raciocínio de compreensão progressiva da equivalência entre frações, mesmo antes da formalização simbólica.

Durante o período de discussão, observou-se que o grupo 2 compreendeu corretamente os processos envolvidos na adição de frações com denominadores iguais, enquanto o grupo 1 apresentou a resposta $\frac{5}{10} + \frac{4}{10} = \frac{10}{10}$, assumindo que a soma de quaisquer frações resulta em $\frac{10}{10}$.

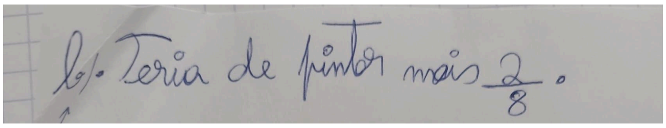
Este erro demonstra uma generalização espontânea inadequada: os alunos formularam uma regra com base em exemplos, ignorando os numeradores. A análise do processo indica que o grupo não refletiu sobre a quantidade real envolvida. Além disso, revela que, apesar da manipulação do material, a generalização da adição de frações com denominadores iguais ainda não estava consolidada — um erro comum identificado por Pinto (2011), relacionado com o uso prematuro de algoritmos.

Dessa forma, é evidente que a compreensão do conceito de adição de frações foi o principal resultado da tarefa, pois a tarefa propõem a junção de elementos de mesma natureza como definido por Galvão (1968). Isso é então a principal contribuição do material manipulável que possibilitou a compreensão do conceito de adição de frações por meio duma representação concreta. Isso facilitou a compreensão do algoritmo da adição, após a tradução da representação concreta para a representação simbólica e abstrata.

Na segunda tarefa de exploração, nomeada Dobragens, (Anexo 2), é requisitado aos alunos que utilizando uma folha de papel respondam à questão envolvendo o conceito de subtração. Os alunos exploram a subtração no sentido de completar, ao terem de indicar quantas partes duma tira de papel ainda teriam de pintar para ficarem com 5/8 da tira pintados, sabendo que já estavam pintados 3/8 da tira. O grupo 2 identifica corretamente a parte da tira que teria de pintar, apesar de não apresentar uma expressão que represente a situação:

Imagem 23

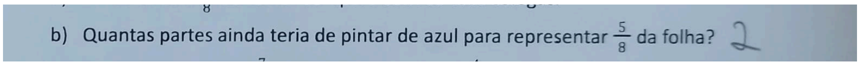
Resolução Do Grupo 2



Já o grupo 1 também responde corretamente, indicando o número de partes que faltam pintar.

Imagem 24

Resolução Do Grupo 1



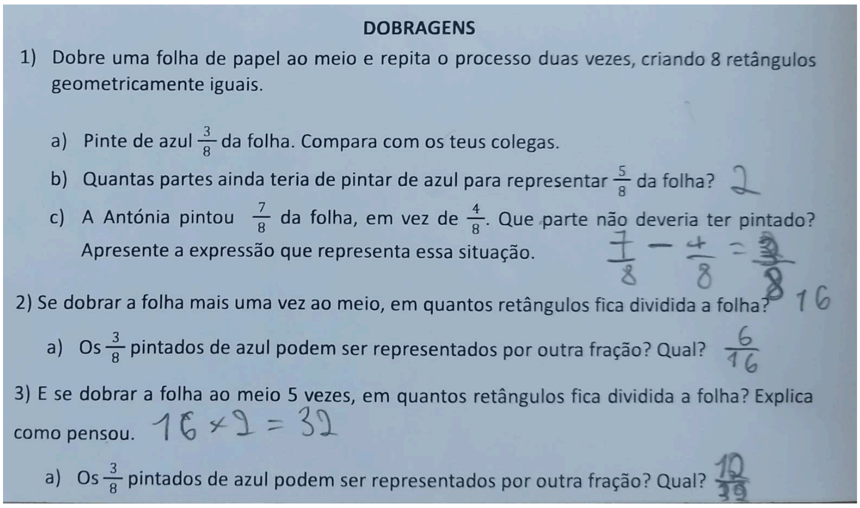
Observa-se, nas respostas apresentadas nas imagens abaixo, que na alínea b da questão 1, que pergunta aos alunos quanto teriam de pintar para representar $\frac{5}{8}$, o primeiro grupo responde referindo a quantidade de partes a serem pintadas, enquanto o grupo 2 responde referindo ao quanto essas partes representam do todo.

A diferença nas respostas mostra dois raciocínios: o grupo 1 foca na contagem da parte que falta, enquanto o grupo 2 foca na fração correspondente a parte que falta.

Na alínea c da questão 1, os alunos também apresentam a mesma conclusão de maneiras diferentes. O grupo 1, apresenta uma igualdade em vez duma expressão e o resultado, enquanto o grupo 2 apresenta somente o resultado. Ambos os grupos demonstram compreender que se trata do conceito de subtração, e é a utilizar da subtração que chegam aos resultados apresentados. Essa diferença entre os grupos sugere que, embora ambos compreenderam a tarefa ao nível concreto, o grupo 1 conseguiu representar simbolicamente a situação, como previsto no modelo CRA (Witzel, 2005).

Imagem 25

Resposta Do Grupo 1.



DOBRAGENS

1) Dobre uma folha de papel ao meio e repita o processo duas vezes, criando 8 retângulos geometricamente iguais.

a) Pinte de azul $\frac{3}{8}$ da folha. Compara com os teus colegas.

b) Quantas partes ainda teria de pintar de azul para representar $\frac{5}{8}$ da folha? 2

c) A Antónia pintou $\frac{7}{8}$ da folha, em vez de $\frac{4}{8}$. Que parte não deveria ter pintado? Apresente a expressão que representa essa situação. $\frac{7}{8} - \frac{4}{8} = \frac{3}{8}$

2) Se dobrar a folha mais uma vez ao meio, em quantos retângulos fica dividida a folha? 16

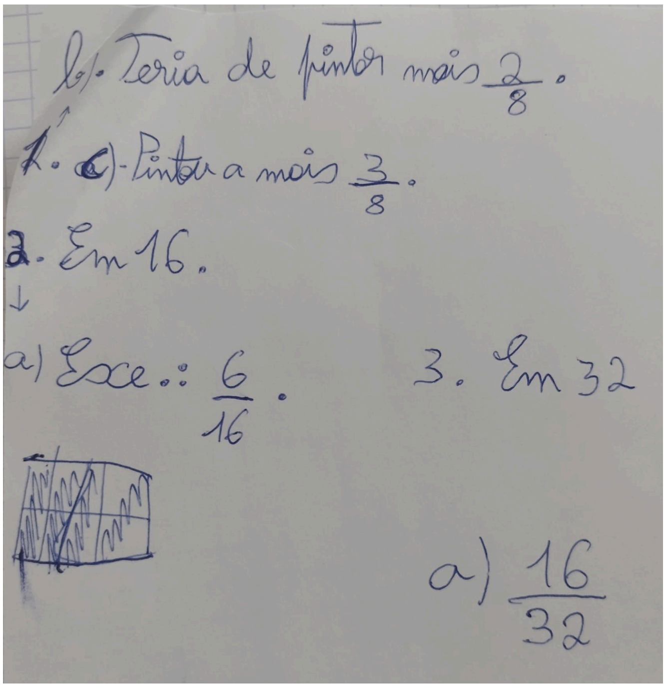
a) Os $\frac{3}{8}$ pintados de azul podem ser representados por outra fração? Qual? $\frac{6}{16}$

3) E se dobrar a folha ao meio 5 vezes, em quantos retângulos fica dividida a folha? Explica como pensou. $16 \times 2 = 32$

a) Os $\frac{3}{8}$ pintados de azul podem ser representados por outra fração? Qual? $\frac{12}{32}$

Imagem 26

Resolução Do Grupo 2



b). Teria de pintar mais $\frac{2}{8}$.

1. c)- Pintar a mais $\frac{3}{8}$.

2. Em 16.

a) Exe.: $\frac{6}{16}$.

3. Em 32

a) $\frac{16}{32}$

No que se refere aos conceitos observa-se que os alunos conseguiram compreender, ainda que sem expressar diretamente, o conceito de frações equivalente.

Esse conceito é uma das bases para da compreensão das operações com frações e deve preceder a introdução formal dos algoritmos, como referem as Aprendizagens Essenciais.

Outro conceito fundamental trabalhado nesta tarefa é o conceito de subtração com o denominador múltiplo um do outro que também é referido nas aprendizagens essenciais, na qual os alunos demonstraram maiores dificuldades em representá-los em linguagem simbólica.

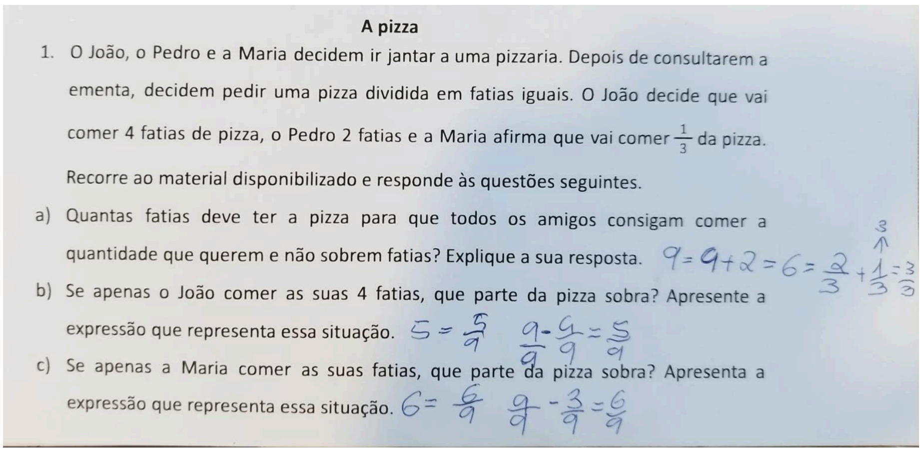
Na terceira tarefa de exploração, dominada A piza, (Anexo 3) é solicitado aos alunos que por meio do material de setores circulares apresentem respostas a questões envolvendo o conceito de subtração e adição.

De forma geral, observou que os alunos conseguiram utilizar o conceito de frações equivalentes, ainda que nem sempre o expressassem adequadamente. Este conceito, como referido nas Aprendizagens Essenciais, deve ser assimilado antes da formalização dos algoritmos operatórios.

O grupo 1 descreve todo o seu raciocínio por meio de sucessivas igualdades, apesar da turma já ter sido alertada para não apresentarem "comboios" de igualdades, revelando dificuldades em diferenciar entre uma igualdade (que exprime equivalência) e uma expressão numérica (que somente representa uma operação) como se pode observar na imagem abaixo.

Imagem 27

Resolução Do Grupo 1



A pizza

1. O João, o Pedro e a Maria decidem ir jantar a uma pizzaria. Depois de consultarem a ementa, decidem pedir uma pizza dividida em fatias iguais. O João decide que vai comer 4 fatias de pizza, o Pedro 2 fatias e a Maria afirma que vai comer $\frac{1}{3}$ da pizza.

Recorre ao material disponibilizado e responde às questões seguintes.

a) Quantas fatias deve ter a pizza para que todos os amigos consigam comer a quantidade que querem e não sobrem fatias? Explique a sua resposta. $9 = 9 + 2 = 6 = \frac{2}{3} + \frac{1}{3} = \frac{3}{3}$

b) Se apenas o João comer as suas 4 fatias, que parte da pizza sobra? Apresente a expressão que representa essa situação. $5 = \frac{5}{9}$ $\frac{9}{9} - \frac{4}{9} = \frac{5}{9}$

c) Se apenas a Maria comer as suas fatias, que parte da pizza sobra? Apresenta a expressão que representa essa situação. $6 = \frac{6}{9}$ $\frac{9}{9} - \frac{3}{9} = \frac{6}{9}$

Além disso, apesar de ser mencionado no enunciado da tarefa, foi preciso lembrar o grupo 1 que uma piza é dividida em fatias iguais.

Na alínea a da questão 1, a interpretação das sucessivas igualdades é dado pelos alunos participantes do grupo oralmente. Dessa forma, primeiramente, o aluno que fez os registos tem o desenho do número nove e do número quatro muito similares, assim, as igualdades apresentada nesta alínea é: $9 = 4 + 2 = 6 = \frac{2}{3} + \frac{1}{3} = \frac{3}{3}$.

A explicação mencionada pelos alunos em consenso: é que o João comerá 4 fatias e o Pedro comerá 2 totalizando 6 fatias, além disso, $\frac{1}{3}$ equivale a 3 fatias, o que significa que as 6 fatias equivalem a $\frac{2}{3}$, e assim a piza tera 9 fatias que equivalem a $\frac{3}{3}$.

O raciocínio do grupo 1 revela uma utilização clara da estratégia de tentativa e erro, com sobreposição física das peças e correspondência entre a quantidade de fatias e frações, além de verificação e reformulação a partir do confronto entre quantidades concretas e representações fracionárias.

Esse raciocínio advém da estratégia de tentativa e erro ao sobrepor as peças, e da compreensão das frações equivalentes já demonstrada pelos alunos nas atividades, concluindo que $\frac{1}{3}$ equivale a 3 fatias e $\frac{2}{3}$ equivale a 6 fatias, que correspondem às 4 do João e às 2 do Pedro. Como se pode ver na imagem abaixo:

Imagem 28

Resolução Do Grupo 1

O grupo 2 apresenta a mesma resposta à questão e a mesma estratégia após algum desenvolvimento, pois o grupo inicialmente determinou que a piza tinha de ter 7 pedaços, pois a piza teria as 4 fatias do João e as 2 fatias do Pedro, e concluíram que o $\frac{1}{3}$ da Maria seria uma fatia. Tornando necessário questionar os alunos e levá-los a uma estratégia:

Grupo 2:

Professora estagiária: — Será que um terço de 7 fatias dá uma fatia?

— Será que uma fatia de sete fatias dá um terço?

F: Não, uma fatia de sete é $\frac{1}{7}$.

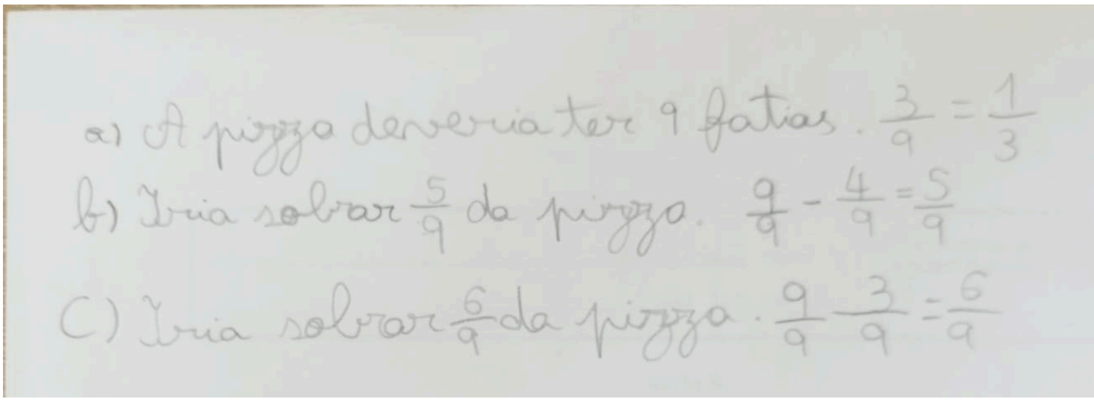
Professora estagiária:— Então, não pode ser sete fatias, certo?

G: — certo…

O grupo foi então capaz de apresentar uma explicação por meio de igualdades e pelo conceito de frações equivalentes.

Imagem 29

Resolução Do Grupo 2



Assim, nota-se que, nessas primeiras tarefas, os materiais manipuláveis desempenharam um papel essencial ao permitir que os alunos visualizassem e experimentassem os conceitos matemáticos concretamente, como é referido por Ribeiro, (1995) e Witzel (2005). Esse suporte favoreceu a compreensão das operações — adição, subtração, frações equivalentes e o sentido parte-todo, facilitando a construção do significado desses conteúdos. Pois se observa que os materiais manipuláveis desempenham o papel direcionado pela tarefa.

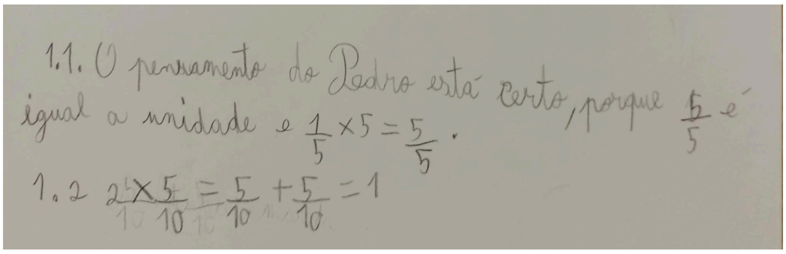
Isso destaca que a manipulação física contribuiu para os alunos reavaliarem as suas conjeturas, comparassem estratégias e ajustassem os seus raciocínios com base em evidências visuais e táteis, reforçando o valor pedagógico da exploração concreta antes da formalização.

Além disso, a principal contribuição dos materiais manipuláveis esta no seu papel alegórico de “ponte” entre o concreto e os conceitos matemáticos abstratos. Como refere Ribeiro (1995), o uso destes materiais não é um fim em si, mas um meio para favorecer a aprendizagem ativa e estruturada. Dessa forma, a tarefa “Piza” confirmou o potencial didático do material manipulável como suporte ao desenvolvimento de competências simbólicas e operatórias das frações.

Na quarta tarefa de exploração, denominada 'Agrupamentos' (Anexo 4), os alunos procuraram representar uma multiplicação por meio da adição de parcelas, utilizando o material Cuisenaire. Na questão 1, alínea 1.1, um dos alunos justificou o pensamento de Pedro com base na compreensão prévia do material manipulável e na análise algébrica da igualdade. As outras duas estratégias utilizadas pelos alunos basearam-se na análise da igualdade apresentada no enunciado. A primeira resposta identificou a barra maior como a unidade, compreendendo que ela representa o número inteiro 1 ($\frac{5}{5} = 1$), e também que $5 \times \frac{1}{5} = \frac{5}{5}$. Apesar de demonstrar essa compreensão na alínea 1.2 por meio de um exemplo, o aluno não conseguiu explicar por que 1/5 x 5 = 5/5, como fizeram os outros dois alunos.

Imagem 30

Resolução Do Primeiro Aluno

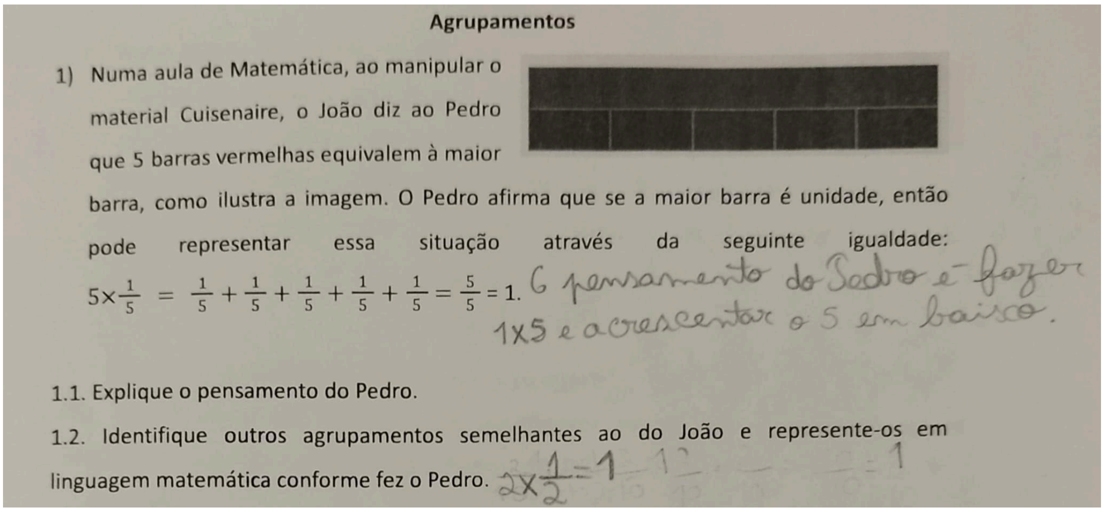

1.1. O pensamento do Pedro está certo, porque $\frac{5}{5}$ é igual a unidade e $\frac{1}{5} \times 5 = \frac{5}{5}$.

1.2 $2 \times \frac{5}{10} = \frac{5}{10} + \frac{5}{10} = 1$

O segundo aluno demonstra uma compreensão básica do algoritmo de multiplicação de um número natural por uma fração, ao observar que Pedro multiplicou 1 por 5 e, em seguida, “acrescentou o 5 em baixo”. Esse aluno compreende que o número inteiro é multiplicado pelo numerador, mantendo-se o denominador. Essa compreensão é evidenciada pelo exemplo apresentado na alínea 1.2.

Imagem 31

Resolução Do Segundo Aluno


Agrupamentos

1) Numa aula de Matemática, ao manipular o material Cuisenaire, o João diz ao Pedro que 5 barras vermelhas equivalem à maior barra, como ilustra a imagem. O Pedro afirma que se a maior barra é unidade, então pode representar essa situação através da seguinte igualdade:

$5\times\frac{1}{5} = \frac{1}{5}+\frac{1}{5}+\frac{1}{5}+\frac{1}{5}+\frac{1}{5}=\frac{5}{5}=1.$ O pensamento do Pedro é fazer 1x5 e acrescentar o 5 em baixo.

1.1. Explique o pensamento do Pedro.

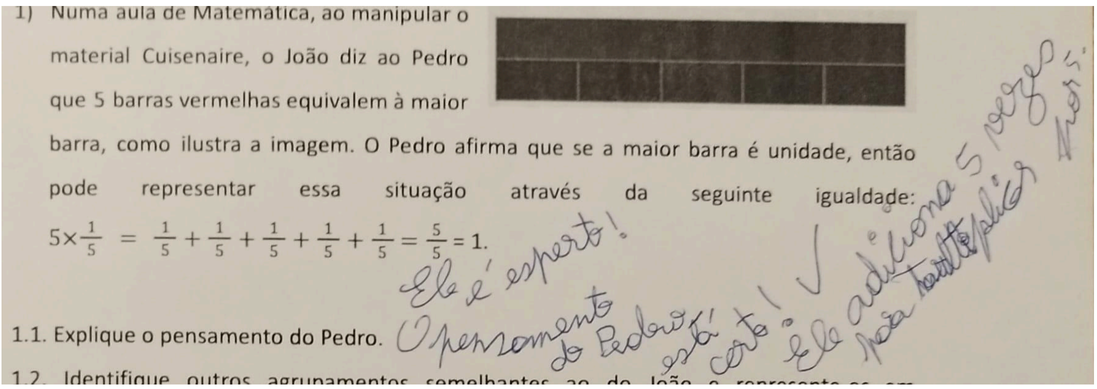
1.2. Identifique outros agrupamentos semelhantes ao do João e represente-os em linguagem matemática conforme fez o Pedro. $2\times\frac{1}{2}=1$

Enquanto o primeiro aluno utiliza a fração $\frac{5}{10}$, o segundo aluno utiliza a fração $\frac{1}{2}$. Apesar de serem frações equivalentes, o primeiro aluno recorre à fração referente barra amarela trabalhada na primeira atividade.

O terceiro aluno refere o conceito de multiplicação, a adição de parcelas iguais, como se observa pela resposta dada a questão: "Ele é esperto! O Pedro está certo. Ele adiciona 5 vezes para multiplicar por 5". Essa compreensão auxilia o aluno a ter uma generalização na questão 2 mais próxima do esperado.

Imagem 32

Resolução Do Terceiro Aluno


1) Numa aula de Matemática, ao manipular o material Cuisenaire, o João diz ao Pedro que 5 barras vermelhas equivalem à maior barra, como ilustra a imagem. O Pedro afirma que se a maior barra é unidade, então pode representar essa situação através da seguinte igualdade:

$5\times\frac{1}{5} = \frac{1}{5}+\frac{1}{5}+\frac{1}{5}+\frac{1}{5}+\frac{1}{5}=\frac{5}{5}=1.$

Ele é esperto!

1.1. Explique o pensamento do Pedro. O pensamento do Pedro está certo! Ele adiciona 5 vezes para multiplicar por 5.

Nessa tarefa observa-se que a utilização do material manipulável apoiou a compreensão da estrutura multiplicativa. De acordo com Ribeiro (1995), os materiais manipuláveis serve como mediação eficaz entre a ação e a abstração, ao permitir que os alunos discutam as propriedades das operações num ambiente significativo. A tarefa *Agrupamentos* reforça, portanto, a relevância do uso de materiais manipuláveis na consolidação das operações com frações.

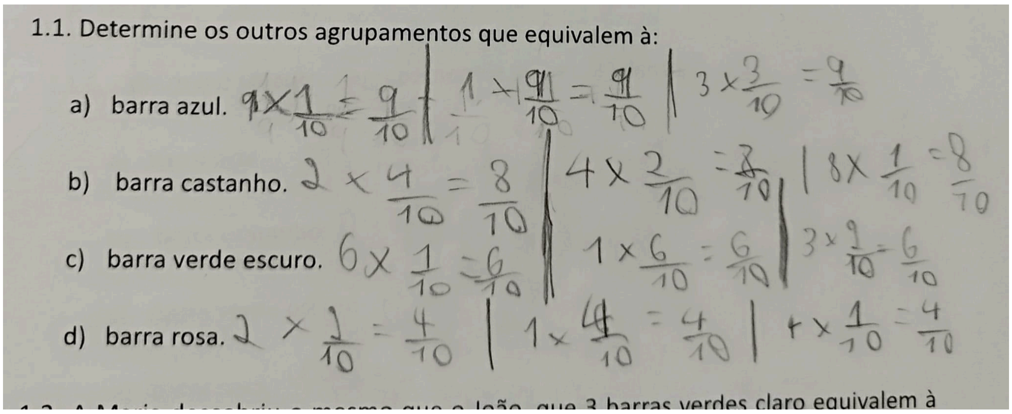
A quinta tarefa de exploração, denominada Partes (Anexo 5), dá continuidade à tarefa anterior ao levar os alunos a pensarem em multiplicações que não resultem em números inteiros.

Nessa tarefa também foi fundamental lembrar os alunos que a multiplicação é uma adição de parcelas iguais, dado que alguns grupos tentaram agrupamentos com barras diferentes uma das outras.

Na alínea 1.1 observa-se que os grupos propõem formas diferentes de resolver a questão, o primeiro grupo continuou a pensar na multiplicação como adição de parcelas iguais, já o segundo grupo pensou no algoritmo da multiplicação de um número natural por uma fração.

Imagem 33

Resolução Do Segundo Grupo


1.1. Determine os outros agrupamentos que equivalem à:

a) barra azul. $9\times\frac{1}{10}=\frac{9}{10}$ | $1\times\frac{9}{10}=\frac{9}{10}$ | $3\times\frac{3}{10}=\frac{9}{10}$

b) barra castanho. $2\times\frac{4}{10}=\frac{8}{10}$ | $4\times\frac{2}{10}=\frac{8}{10}$ | $8\times\frac{1}{10}=\frac{8}{10}$

c) barra verde escuro. $6\times\frac{1}{10}=\frac{6}{10}$ | $1\times\frac{6}{10}=\frac{6}{10}$ | $3\times\frac{2}{10}=\frac{6}{10}$

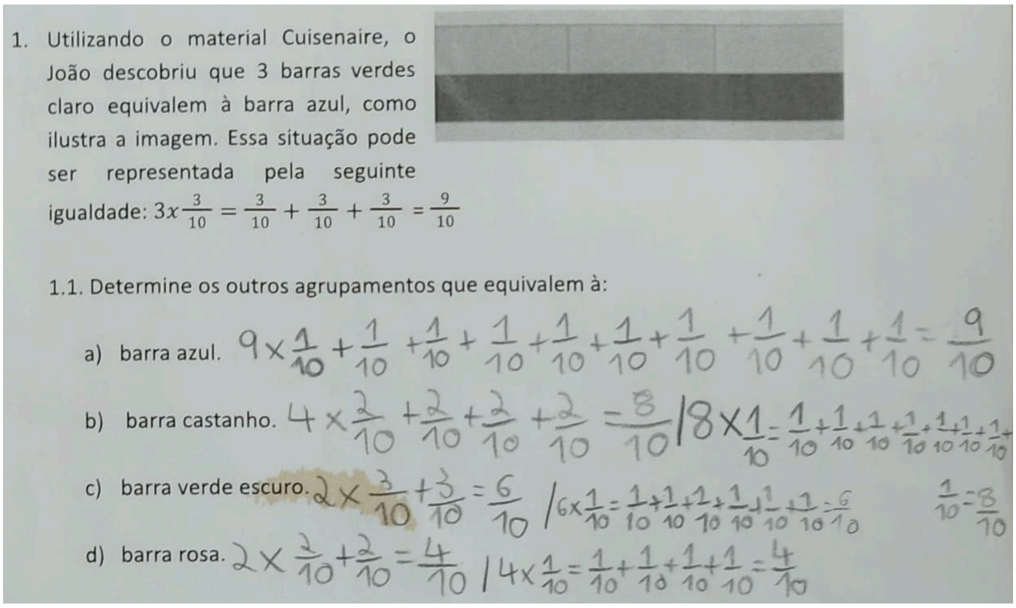
d) barra rosa. $2\times\frac{2}{10}=\frac{4}{10}$ | $1\times\frac{4}{10}=\frac{4}{10}$ | $4\times\frac{1}{10}=\frac{4}{10}$

No primeiro grupo os alunos conseguiram apresentar os resultados sem recorrer à adição de frações iguais, diferente do segundo grupo que representou a multiplicação como adição de parcelas iguais e utilizando o material para identificar essas parcelas.

A utilização do material permitiu-lhes testar agrupamentos, verificar combinações possíveis e validar as suas hipóteses visualmente, o que corrobora a ideia de Ribeiro (1995) de que materiais manipulados favorecem a construção ativa do conhecimento matemático.

Imagem 34

Resolução Do Primeiro Grupo



1. Utilizando o material Cuisenaire, o João descobriu que 3 barras verdes claro equivalem à barra azul, como ilustra a imagem. Essa situação pode ser representada pela seguinte igualdade: $3x\frac{3}{10} = \frac{3}{10} + \frac{3}{10} + \frac{3}{10} = \frac{9}{10}$

1.1. Determine os outros agrupamentos que equivalem à:

a) barra azul. $9 \times \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} = \frac{9}{10}$

b) barra castanho. $4 \times \frac{2}{10} + \frac{2}{10} + \frac{2}{10} + \frac{2}{10} + \frac{2}{10} = \frac{8}{10}$ / $8 \times \frac{1}{10} = \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} = \frac{8}{10}$

c) barra verde escuro. $2 \times \frac{3}{10} + \frac{3}{10} = \frac{6}{10}$ / $6 \times \frac{1}{10} = \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} = \frac{6}{10}$

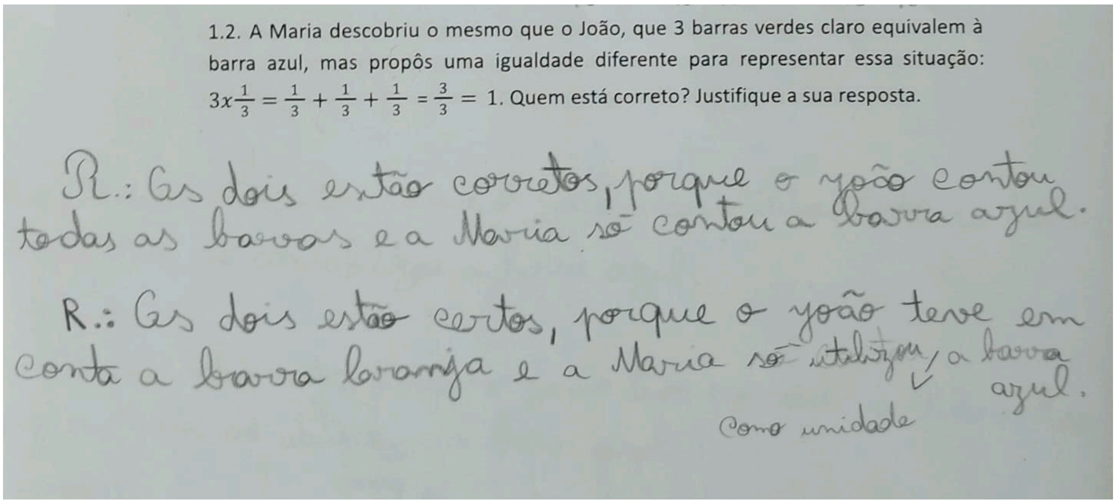
d) barra rosa. $2 \times \frac{2}{10} + \frac{2}{10} = \frac{4}{10}$ / $4 \times \frac{1}{10} = \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} = \frac{4}{10}$

Essa resolução também demonstra a importância do material manipulável, ao permitir aos alunos testarem as possibilidades para os agrupamentos barras a barra. Além disso, permite, aos alunos visualizar as parcelas iguais, assim, nota-se que os alunos do primeiro grupo compreenderam a multiplicação como adição de parcelas iguais e também compreenderam a sua representação em linguagem Matemática. Dessa forma, os alunos do primeiro grupo conseguem apresentar as possibilidades para as barras conforme o apresentado no enunciado.

Apesar do segundo grupo ter compreendido o algoritmo da multiplicação de um número inteiro por uma fração, isso não ajudou na resolução da questão 1.2. Observa-se que o primeiro grupo apresenta uma resposta mais completa e que revela uma maior compreensão dos conceitos s, principalmente o conceito de unidade.

Imagem 35

Resolução Do Primeiro Grupo


1.2. A Maria descobriu o mesmo que o João, que 3 barras verdes claro equivalem à barra azul, mas propôs uma igualdade diferente para representar essa situação: $3x\frac{1}{3} = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{3}{3} = 1$. Quem está correto? Justifique a sua resposta.

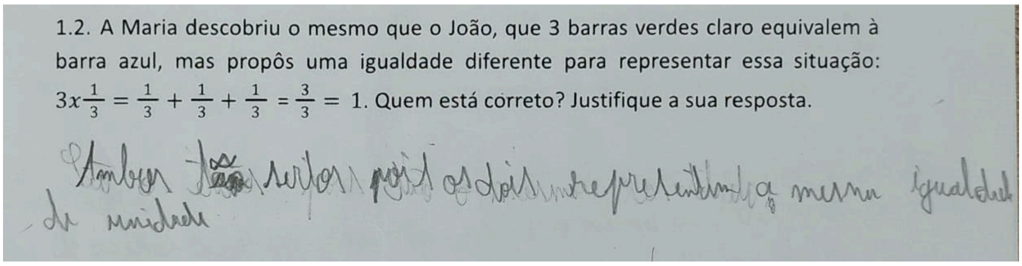
R.: Os dois estão corretos, porque o joão contou todas as barras e a Maria só contou a barra azul.

R.: Os dois estão certos, porque o joão teve em conta a barra laranja e a Maria só utilizou a barra azul. como unidade

A segunda resposta apresentada pelos alunos é um aprimoramento da primeira após diálogo com a turma. Quando questionados o primeiro grupo, com alguma dificuldade conseguem explicar que quando referem que "o João contou" querem dizer que o João considerou como todo, ou seja, como unidade a barra laranja e a Maria a barra azul.

Imagem 36

Resolução Do Segundo Grupo


1.2. A Maria descobriu o mesmo que o João, que 3 barras verdes claro equivalem à barra azul, mas propôs uma igualdade diferente para representar essa situação: $3x\frac{1}{3} = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{3}{3} = 1$. Quem está correto? Justifique a sua resposta.

Ambos estão certos pois os dois representam a mesma igualdade de unidade

Transcrição da resposta: Ambos estão certos, pois ambos representam a mesma igualdade de unidade.

Observa-se que o segundo grupo não apresenta o mesmo grau de compreensão da situação proposta. Essa dificuldade pode ser do menor uso do material, tornando a situação mais abstrata, pois como refere Witzel (2005), os materiais funcionam como "ponte" entre o concreto e o simbólico na aprendizagem de conceitos matemáticos, especialmente para alunos que ainda se encontram em níveis iniciais de compreensão formal.

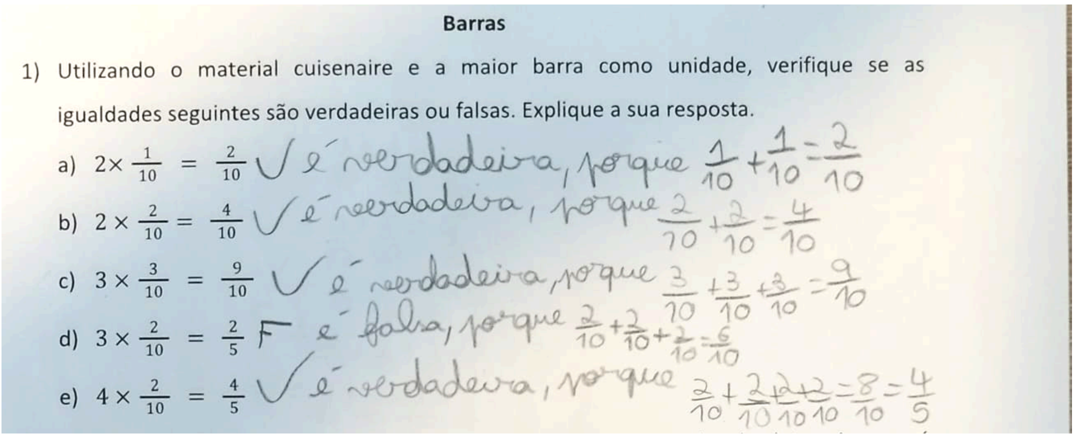
De forma geral, nessa tarefa observa-se a utilização da adição de partes iguais para resolver a multiplicação, como foi referido pela Direção-Geral de Educação (2021) "a multiplicação de um número natural por uma fração como a adição sucessiva dessa fração" (p. 23).

A sexta tarefa de exploração, denominada Barras, (Anexo 6) continua a trabalhar a multiplicação de números naturais por frações, requisitando uma compreensão do algoritmo.

Na questão 1, os alunos do primeiro grupo justificaram a sua resposta com base na compreensão de que multiplicar uma fração por um número natural equivale a adicionar parcelas iguais. Esse conceito foi explorado em tarefas anteriores.

Imagem 37

Resolução Do Primeiro Grupo



Barras

1) Utilizando o material cuisenaire e a maior barra como unidade, verifique se as igualdades seguintes são verdadeiras ou falsas. Explique a sua resposta.

a) $2\times\frac{1}{10} = \frac{2}{10}$ √ é verdadeira, porque $\frac{1}{10}+\frac{1}{10}=\frac{2}{10}$

b) $2\times\frac{2}{10} = \frac{4}{10}$ √ é verdadeira, porque $\frac{2}{10}+\frac{2}{10}=\frac{4}{10}$

c) $3\times\frac{3}{10} = \frac{9}{10}$ √ é verdadeira, porque $\frac{3}{10}+\frac{3}{10}+\frac{3}{10}=\frac{9}{10}$

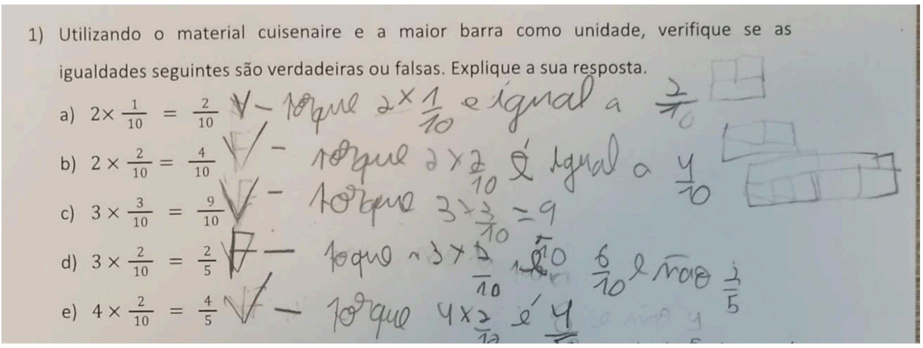
d) $3\times\frac{2}{10} = \frac{2}{5}$ F é falsa, porque $\frac{2}{10}+\frac{2}{10}+\frac{2}{10}=\frac{6}{10}$

e) $4\times\frac{2}{10} = \frac{4}{5}$ √ é verdadeira, porque $\frac{2}{10}+\frac{2}{10}+\frac{2}{10}+\frac{2}{10}=\frac{8}{10}=\frac{4}{5}$

O segundo grupo, ao apresentar dificuldades em justificar o valor lógico das igualdades, recorre inicialmente a uma representação retangular; contudo, ao não obterem sucesso, optam por descrever a igualdade apenas por meio da linguagem verbal.

Imagem 38

Resolução Do Segundo Grupo



Embora os alunos optem pela simples descrição da igualdade em linguagem verbal nas verdadeiras, conseguem provar que esta é falsa na alínea d. Conforme Witzel (2005) menciona, a mudança da manipulação concreta para a representação abstrata não ocorre de maneira linear e necessita de tempo, prática e mediação consciente, portanto, obstáculos nessa etapa não são inevitáveis.

Contudo, como é observado pela nota de campo, os alunos podem ter chegado a esse fato por coincidência e não por compreensão, já que se a alternativa apresentasse a fração $\frac{3}{5}$ os alunos teriam respondido que a alínea é falsa da mesma forma. Observável na nota de campo da alínea e, os alunos desconsideram as frações equivalente e, inicialmente, consideram-na como falsa:

Grupo 2:

B: A *e* é falsa.

Professora estagiária: Explica porque a *e* é falsa?

B: Porque 4 vezes 2 é 8, e aqui está 4 (referindo aos numeradores). E aqui deveria ser 10 e não 5 (referindo aos denominadores).

Professora estagiária: E $\frac{4}{5}$ e $\frac{8}{10}$ não são equivalentes?

D e G: são.

Professora estagiária: E, por que são?

G: porque dão a mesma quantidade.

H: então é verdadeira.

G: sim, porque são equivalentes.

Observa-se que os alunos consideram inicialmente a igualdade como falsa, desconsiderando que 4/5 e 8/10 são frações equivalentes. O equívoco revela a dificuldade em reconhecer a equivalência entre frações fora do contexto do material manipulável. Após intervenção da professora estagiária, os alunos conseguem chegar à conclusão correta, mas o registo de campo sugere que esta correção se deveu pela mediação externa e não pela compreensão autónoma — essa situação reforça a importância de trabalhar o conceito de unidade e parte-todo antes de avançar para operações mais formais, ideia referida por Galvão (1968).

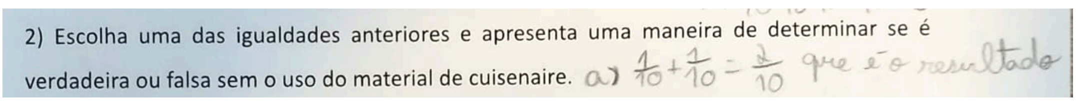
Na questão 2, o primeiro grupo opta pela explicação já apresentada na questão 1; revelando, que mesmo na questão 1 não dependeram do material para justificar a suas resposta.

Assim, observa-se que, por meio do uso dos materiais manipuláveis nas tarefas anteriores, os alunos inicialmente compreenderam a adição de frações por meio do agrupamento de barras. Em seguida, entenderam a subtração de frações ao analisar as partes que não deveriam ter sido pintadas na folha de papel, bem como as fatias consumidas da piza representadas pelos setores circulares.

Em seguida, utilizando novamente o material Cuisenaire, e já tendo assimilado a adição de frações, os alunos compreenderam a multiplicação duma fração por um número natural, interpretando-a como a adição de parcelas iguais. Por fim, conseguiram compreender o algoritmo da multiplicação dum número natural por uma fração na tarefa proposta, que é dar sentido a fração como operador, como refere a Direção-Geral de Educação (2021).

Imagem 39

Resolução Do Primeiro Grupo

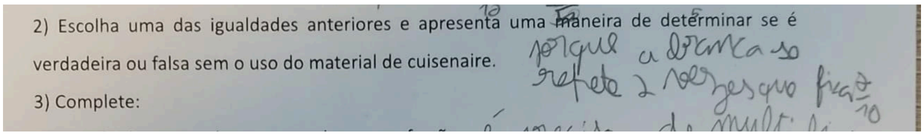

2) Escolha uma das igualdades anteriores e apresenta uma maneira de determinar se é verdadeira ou falsa sem o uso do material de cuisenaire. a) $\frac{1}{10}+\frac{1}{10}=\frac{2}{10}$ que é o resultado

No segundo grupo observa-se que esses não conseguiram justificar a sua reposta sem o material, apesar da professora estagiária ter referido em diálogo com os alunos que a justificativa deveria ser feita sem o uso do material.

Assim, a resposta dada acaba por referir as barras como se observa pela resposta escrita na ficha de atividade na imagem abaixo. Deste modo, observa-se que os alunos compreendem o conceito de multiplicação e adição de fração por meio do material, ou seja, esses conceitos ainda são significativamente abstratas para esses alunos.

Imagem 40

Resolução Do Segundo Grupo

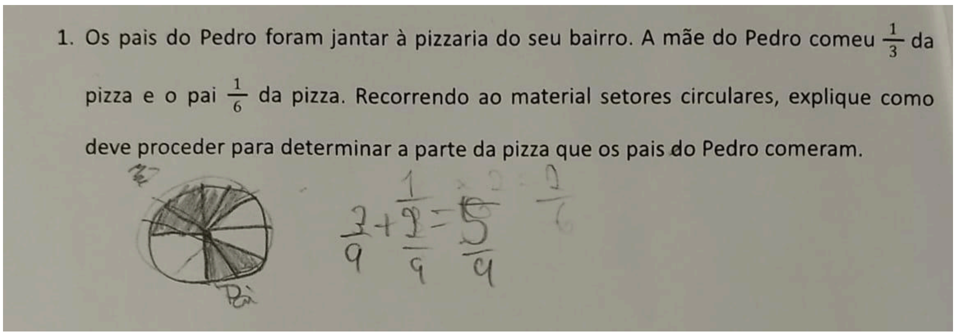


Na sétima tarefa de exploração, às voltas com a piza (Anexo 7); a professora estagiária volta a lembrar os alunos que a piza deve ser dividida em fatias iguais, — uma noção central no entendimento do conceito de fração como parte de um todo, conforme referido por Galvão (1968).

O primeiro grupo não consegue a questão 1 corretamente, pois não conseguem encontrar a fração equivalente para $\frac{1}{6}$, apesar de terem conseguido encontrar uma fração equivalente para $\frac{1}{3}$, assim, apresentando o resultado incorreto. Contudo, nas alíneas da questão 2 demonstre que compreendem o processo para adicionar e subtrair frações com denominadores múltiplos. É possível que os alunos tenham dificuldades em compreender a situação problema.

Imagem 41

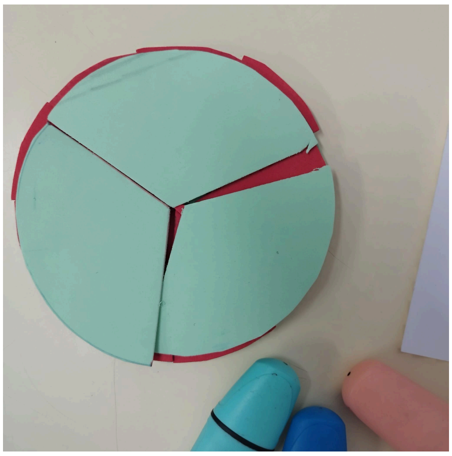
Resolução Do Primeiro Grupo



O segundo grupo conseguiu resolver a situação problema utilizando a mesma estratégia de sobreposição de peças do material manipulável da terceira tarefa, determinando assim uma fração equivalente.

Imagem 42

Estratégia De Sobreposição De Peças

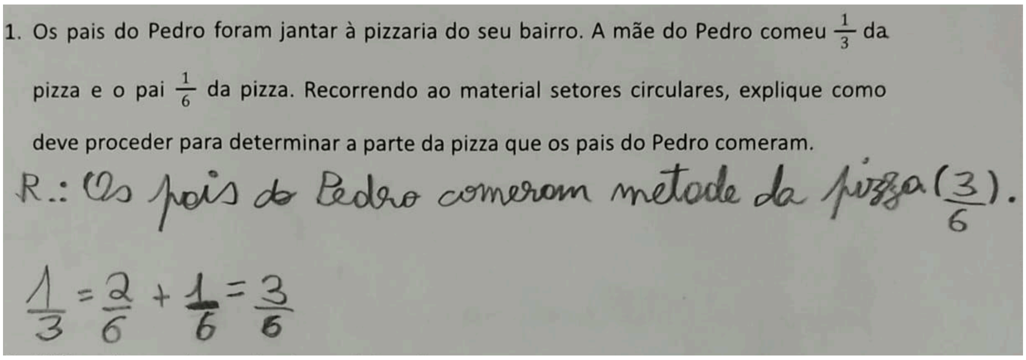


Observa-se pela resolução apresentado a baixo, a estratégia ainda conta por reconhecer que só precisavam encontrar uma fração equivalente para $\frac{1}{3}$ com denominador 6, e então fazer a adição das frações. Para isso utilizaram-se da estratégia de sobreposição de peças descrita acima, e apresentaram a resposta correta para a questão.

Nota-se que o material foi fundamental para os alunos encontrarem e reconhecessem as frações equivalentes, mitigando os erros.

Imagem 43

Resolução Do Segundo Grupo



1. Os pais do Pedro foram jantar à pizzaria do seu bairro. A mãe do Pedro comeu $\frac{1}{3}$ da pizza e o pai $\frac{1}{6}$ da pizza. Recorrendo ao material setores circulares, explique como deve proceder para determinar a parte da pizza que os pais do Pedro comeram.

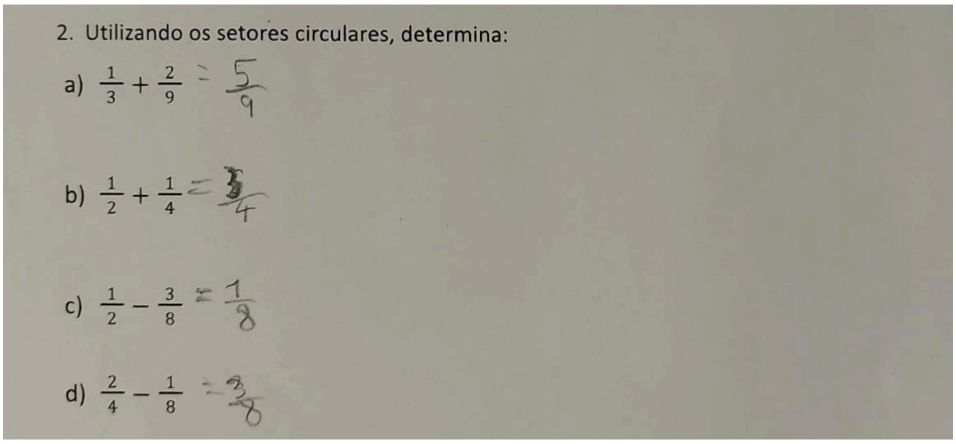
R.: Os pais do Pedro comeram metade da pizza $\left(\frac{3}{6}\right)$.

$\frac{1}{3} = \frac{2}{6} + \frac{1}{6} = \frac{3}{6}$

Na questão 2 ambos os grupos apresentam as respostas corretas para as adições e subtrações, contudo o primeiro grupo apresenta alguma dificuldade com as subtrações como observado pela nota de campo abaixo.

Imagem 44

Resolução Do Primeiro Grupo



O primeiro grupo consegue realizar tanto a alínea a quanto a alínea b sem dificuldades e sem o uso de cálculo e do material. Contudo, na alínea c o grupo já não consegue resolver sem auxílio. Como é observado pela nota de campo:

> **Professora estagiária:** digam-me uma fração equivalente a um meio que tenha o denominador 8.
> **I:** 8/4
> **A**: 4/8
> **Professora estagiária:**oh! I, hoje estamos com dificuldades, nê?
> **I:** 4/8, eu disse debaixo para cima, *stora*.
> **Professora estagiária:** e agora o que faremos para subtrair?
> **A**: 4/8 menos 3/8

Dessa maneira, os alunos conseguem responder às alíneas C e D, por meio da fração equivalente, observa-se a importância da fração equivalente para a resolução de operações com denominadores diferentes como referido por Bertoni (2009).

Dessa forma, a nível das operações observa-se que o uso dos materiais manipuláveis permite compreender os algoritmos das operações intuitivamente ao relacionar o que ocorre com o material manipulável com as suas representações simbólicas, como Witzel (2005) refere na revisão de literatura os materiais manipuláveis promove diversos estímulos que auxiliam na compreensão de procedimentos matemáticos.

Isso é observado nas tarefas, na tarefa 1: a escada, quando os alunos compreendem a adição de barras menores resulta na barra maior, assim como, as frações correspondentes das barras menores resulta na fração da barra maior. Na tarefa 2: dobragens os alunos compreendem que ao apagar uma das partes na folha de papel significa a subtração da fração correspondente dessa parte.

Nas próximas tarefas os materiais didáticos desempenho o mesmo papel de auxiliar os alunos a compreender os aspetos referentes as operações, relacionando os processos e conclusões realizados nos materiais com os algoritmos das operações.

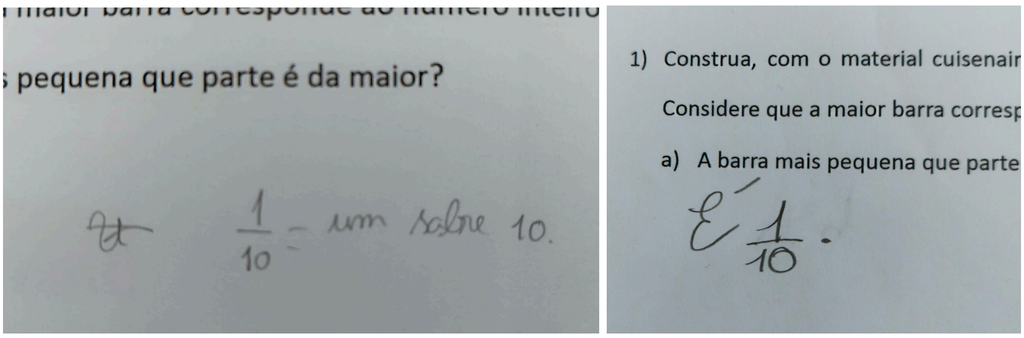
3.2. Tarefas de Representações do número racional

Na tarefa 1: A escada, questão 1 na alínea a, os alunos são convidados a dizer que parte da barra laranja é a barra branca.

Nos dois grupos, os alunos apresentam a resposta esperada, contudo, recorrem a representações diferentes . O grupo 1 apresenta duas representações, a simbólica matemática — 1/10 — e em linguagem verbal — um sobre 10, enquanto o grupo 2 apresenta somente a representação simbólica matemática, como se observa na imagem abaixo:

Imagem 46

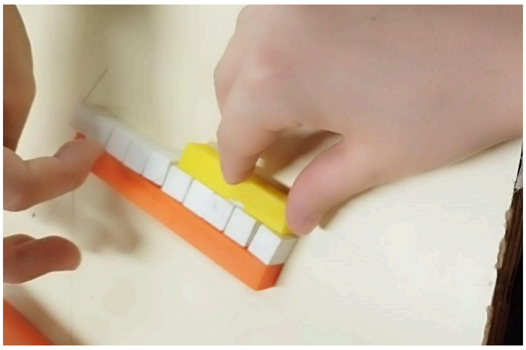
Representações Apresentadas Pelos Grupos 1 e 2 Respetivamente.



Para responder à alínea b da questão 1, ou seja, para determinar a representação fracionária das demais barras, os alunos precisam utilizar o sentido de medida, comparando a barra menor com a maior. Essa estratégia foi adotada, nesse momento inicial, por ambos os grupos.

Imagem 47

Comparação De Barras



Na alínea *a* da questão 1.1, os alunos do grupo 1 recorrem à estratégia de tentativa e erro, determinando primeiro as possibilidades e depois recorrendo às representações fracionária, ou seja, num primeiro momento as barras são elementos dissociados dos seus valores fracionário, o que leva ao grupo a alguma dificuldade. Como é observado pela nota de campo:

Grupo 1:
Professora estagiária: — Já fizeram esta?
A: — Estamos a fazer!
A: —Oh! Professora, algumas não dão. Porque vai sobrar …
A: —Ou fazem mais espaço, ou falta!
Professora estagiária: — Por quê?
B: — Passa da (barra) laranja ou não chega!
Professora estagiária: — Então, continuem a tentar outras opções.

Diante da constatação de que a estratégia de tentativa e erro não surtia efeito, a professora estagia decidiu intervir, conforme registado na nota de campo:

Grupo 1:
Professora: — Escolha uma barra. Não chega ao fim da Laranja, certo?
C: — É mais pequena?
Professora: — Sim, é menor. Que barra posso colocar para que juntas cheguem ao fim da laranja?
C: — Esta? Chega.

Professora: — Então vamos fazer conforme o João fez. Escrevam essa situação conforme ele fez.

Professora: — Lembra-se de identificar a barra, pela cor.

C: — Preta e verde.

Professora: — Verde-claro.

A intervenção ajudou os alunos a entenderem as relações entre as barras, estabelecendo conexões entre a representação ativa e a linguagem simbólica. Esta situação exemplifica o que Behr (1981) refere sobre a relação entre as representações internas e externas: a intervenção da professora estagiaria ajudou no ajuste da representação interna dos alunos, resultando numa escolha mais coerente das representações externas (fracionárias e verbais).

Observa-se que os grupos ao conseguirem determinar as frações de cada barra na alínea b da questão 1, por meio da comparação da barra branca com cada uma das outras barras. Assim, determinando as frações de cada uma das barras, evidenciando que os alunos compreendem que a barra branca faz parte das outras barras, ou seja, compreende nesse cenário o sentido parte-todo, como definido por Monteiro e Pinto (2005).

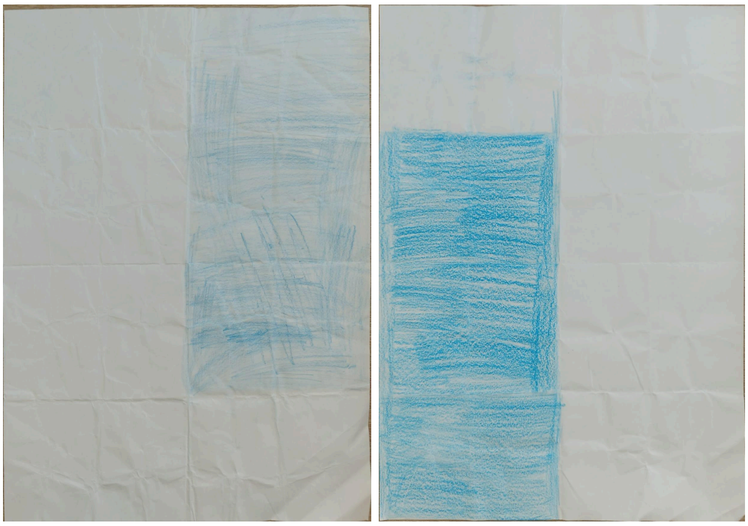
Além disso, a capacidade de conseguir representar as frações em linguagem Matemática demonstra que os alunos são capazes representar simbolicamente as frações determinadas com o material manipulável, ou seja, em representação ativa. Isso porque, como refere, Boavida et al., (2008) a linguagem simbólica é o maior grau de abstração e é a tradução da experiência em símbolos.

Na segunda tarefa, denominada 'Dobragens', observa-se que os grupos optam pela representação fracionária e ativa. Na alínea a da questão 1, solicita-se aos alunos que apresentem a representação de $\frac{3}{8}$ utilizando o material.

O resultado em ambos os grupos é o esperado: 3 dos 8 retângulos pintados conforme é possível ver na imagem abaixo.

Imagens 48

Grupo 1 e 2, repetitivamente.



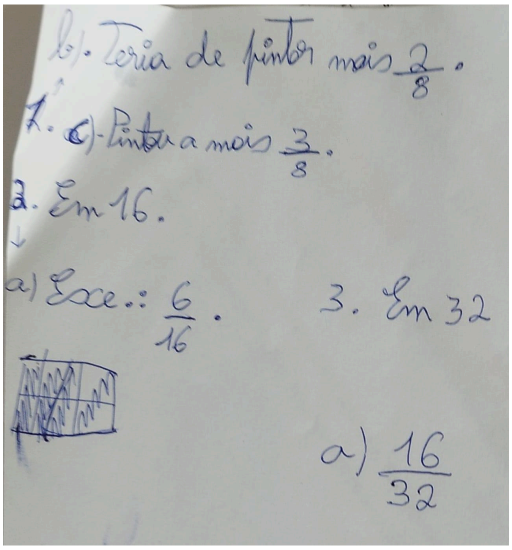
Assim, no que se refere as representações, observa-se que essas limitam-se as fracionária e as representações ativas, dado ao nível de formalização da linguagem Matemática apresentada pelos alunos, pela natureza da tarefa e pelo uso do material Cuisenaire nas atividades anteriores. O material Cuisenaire também permite aos alunos contacto com a representação retangular; assim como nesta atividade.

Na tarefa 3, denominada A piza, observa-se que os alunos já demonstram uma maior profundidade da compreensão da linguagem simbólica Matemática, ao conseguirem expressar as situações por meio duma igualdade, ainda que lhes seja pedido expressões e tendo sido explicado a diferença entre uma expressão e uma igualdade.

O grupo 2 recorre às representações verbal e simbólica (linguagem verbal e igualdades) para responder e explicar as suas respostas. Já o grupo 1 utiliza somente a representação simbólica para responder às questões. Observa-se que ambos os grupos utilizam somente as representações fracionárias para explicar as suas conclusões.

Imagens 49

Resolução Do Grupo 1

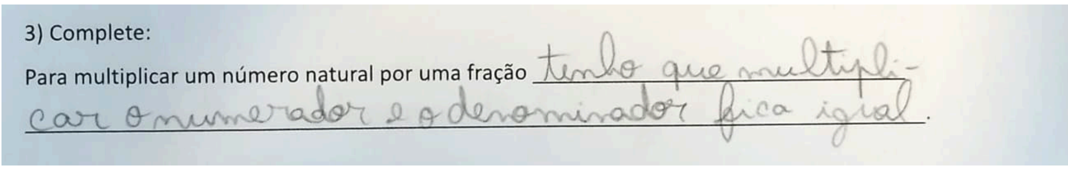


Dessa forma, apresar dos materiais manipuláveis referirem diferentes representações, retangulares e circulares, os grupos optam sempre pela representação fracionária nas suas explicações, mas utilizam as representações fracionárias após representar as situações no material manipulável, ou seja, na representação ativa.

Na tarefa 6: Barras observa-se a continuidade do desenvolvimento da representação verbal para dar resposta a questão 3. O primeiro grupo revela uma comunicação Matemática mais desenvolvida, e consegue explicar o algoritmo por meio da linguagem verbal de forma mais precisa que o segundo grupo.

Imagem 50

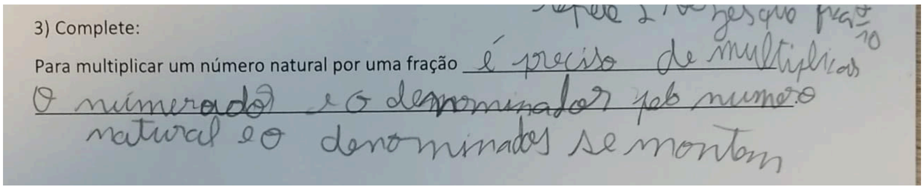
Resolução Do Primeiro Grupo


3) Complete:
Para multiplicar um número natural por uma fração tenho que multiplicar o numerador e o denominador fica igual.

O segundo grupo, não consegue descrever o algoritmo corretamente por linguagem verbal, como se observa na imagem abaixo:

Imagem 51

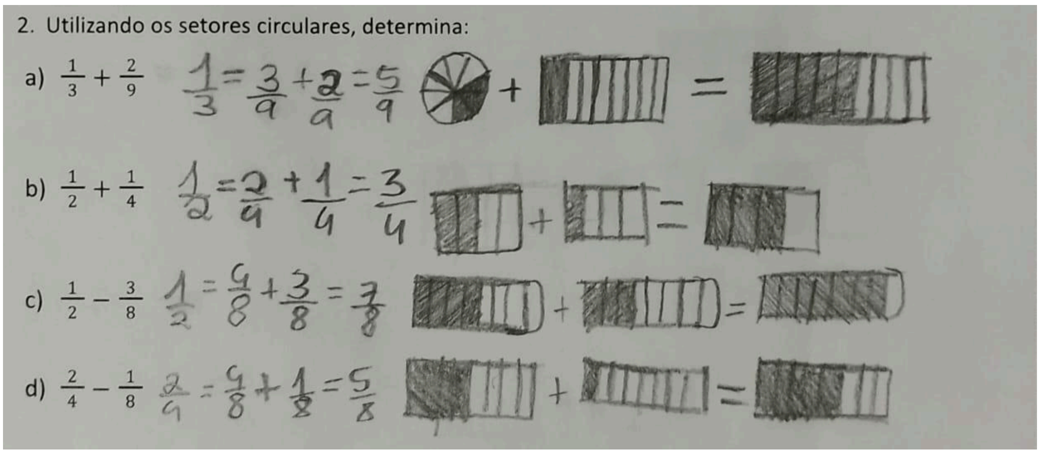
Resolução Do Segundo Grupo



Na tarefa 7 - Às voltas com a piza, o grupo, apresenta a resposta em linguagem Matemática por meio duma igualdade e também a representação icónica das igualdades. Observa-se nas resoluções apresentadas abaixo que os alunos inicialmente optam pela representação circular, mas mudam para a representação retangular após pedirem a professora estagiária para facilitar o desenho.

Imagem 52

Resolução Do Aluno



Observa-se que apesar dos alunos não terem optado pela representação icónica nas tarefas anteriores e os alunos não tenham rigor em questões de proporções e tamanhos regulares na suas representação, os alunos, é notório que os alunos conseguem transitar entre a representa icónica, tanto circular quanto retangular, e a representação fracionária.

De forma geral observa-se que os alunos conseguem utilizar-se de variadas formas de representação do número racional, nomeadamente, a representação verbal, pictórica e fração. Além disso, utilizam-se da representação ativa definido, ou seja, os materiais manipuláveis.

As representações fracionárias usadas pelos alunos são a primeira compreensão do número racional, pois como referido por Niven (1984) os números racionais são um número que pode ser colocado na de fração, ainda que possua outras representações, a representação em fração é fundamentalmente ligado ao conceito de número racional.

Ademais, os alunos também conseguem ao representar as resoluções, forma de fração os processos desenvolvidos com os materiais manipuláveis, demonstrar fluência de transição entre esses tipos de representações, capacidade referida com importância pela Direção-Geral da Educação (2021).

Embora os materiais manipuláveis utilizados nas tarefas envolvem diferentes formas — tanto retangulares quanto circulares — os alunos utilizam-se principalmente na representação fracionária nas suas respostas escritas.

Contudo, essas representações surgem após a manipulação do material, o que indica que os alunos utilizam-se da representação ativa para depois traduzirem a experiência concreta em símbolos matemáticos — conforme descrito por Boavida et al. (2008), que sustentam que a linguagem simbólica é a tradução da experiência em termos formais. Este movimento entre representações externas e internas reforça também a relação entre compreensão e expressão, como referido por Behr (1981).

3.3. Generalizações

A nível das generalizações pode-se referenciar primeiramente a tarefa 1: A escada, que pretende que os alunos generalizem o algoritmo da adição de frações com o mesmo denominador ainda que não lhe seja explicitamente pedido. O grupo faz uma generalização espontânea ao compreender que cada barra é $\frac{1}{10}$ menor que a anterior, assim os numeradores diminuem em 1 a cada barra. Como é observado pela nota de campo:

Grupo:

D: — A barra azul é a nona décima parte?

E: — Não, sei se é assim que se diz! Não complica! Coloca nove décimos (9/10).

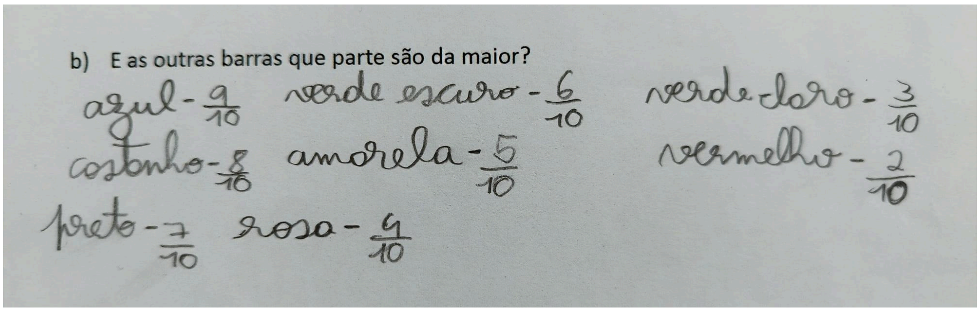
D: — É isso daqui?

E: — Isto, 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2! Sim, é isso.

Este momento demonstra o que Ponte et al. (2020) descrevem como uma generalização que surge da observação e da construção de conhecimento a partir da experiência concreta. Não sendo solicitada diretamente, a generalização resulta da identificação de um padrão num conjunto de representações visuais

Imagem 53

Resolução Do Grupo Da Alínea B

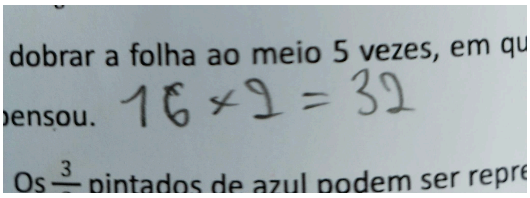


Observa-se que a conclusão espontânea dos alunos é uma generalização, pois como refere Ponte et al., (2020) generalizar é “formular conjeturas de natureza geral” (p.7) e os alunos o fazem ao concluir que as barras são sempre um décimo menor que a anterior.

Na tarefa 2: Dobragens, os alunos apresentam o mesmo resultado na questão 3, mas o processo envolvido para chegar no resultado é diferente. O grupo 1, chegaram a uma generalização espontânea de que a cada dobragem dobre-se o número de retângulos, como se observa na imagem abaixo.

Imagem 54

Resolução Do Grupo 1



O grupo 2 encontrou dobrou por meio da força a folha e então contar os retângulos. Como é observado pela nota de campo:

Grupo 2:

A: — explica como pensou. (lendo o enunciado)

F: — Dobrando a folha e contando.

Para o grupo 2 o material era a única forma de chegar ao resultado. Como é observado pela nota de campo, o grupo só compreendeu o processo envolvido em diálogo com a professora estagiária:

Grupo 2:

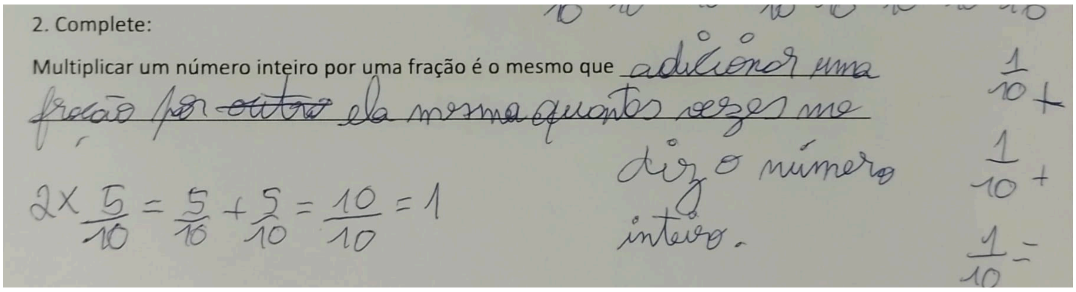
Professora estagiária: — muito bem! Temos 16 retângulos e depois passamos a quantos?
A: — 32.
Professora estagiária: — então! Qual a fração?
A: — 9/32 avos?
Professora estagiária: — 9/32 avos?
F: Não, multiplicamos por… 3?
Professora estagiária: — será?
F: — Não, a fração é 12/32 avo (ao contar os retângulos).
A: — hum, é, pois, é.
Professora estagiária: — Por que é 12? Além de contar.
(sem resposta dos alunos, a professora estagiária tenta guiar os alunos)
Professora estagiária: — do 8 ao 16, multiplicamos por …
A: — 2
Professora estagiária: — do 16 ao 32, multiplicamos por …
A: — 2
Professora estagiária: — e do 3, para o 6 e para o 12?
F: — por 2

Essa situação demonstra, como referido por Harel e Tall (1991), que a generalização depende do conhecimento prévio. No caso deste grupo, a ausência de abstração levou à dependência da representação ativa, sendo necessária a intervenção da professora para os alunos começarem a formular uma conjetura para chegar assim a uma generalização

Enquanto nas tarefas anteriores as generalizações eram feitas espontaneamente pelos alunos, na Tarefa 4: Agrupamentos, a generalização é explicitamente solicitada. Assim, para responder à Questão 2, exige-se que os alunos expressem uma generalização por meio da linguagem verbal, como se pode observar nas imagens das respostas apresentadas a seguir:

Imagem 55

Resolução Do Terceiro Aluno



2. Complete:

Multiplicar um número inteiro por uma fração é o mesmo que adicionar uma fração por ~~outro~~ ela mesma quantas vezes me diz o número inteiro.

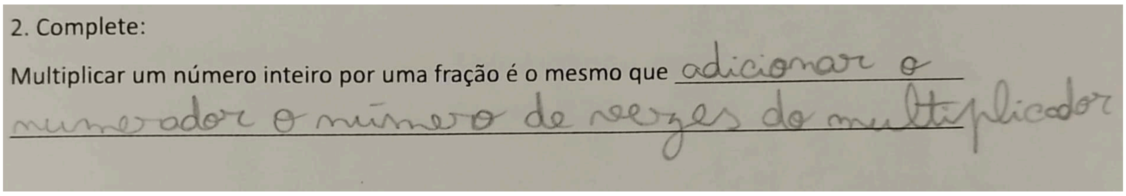
$2 \times \frac{5}{10} = \frac{5}{10} + \frac{5}{10} = \frac{10}{10} = 1$

$\frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} =$

O primeiro e o segundo aluno apresenta a mesma generalização, como pode se observar nas imagens abaixo.

Imagem 56

Resolução Do Primeiro Aluno

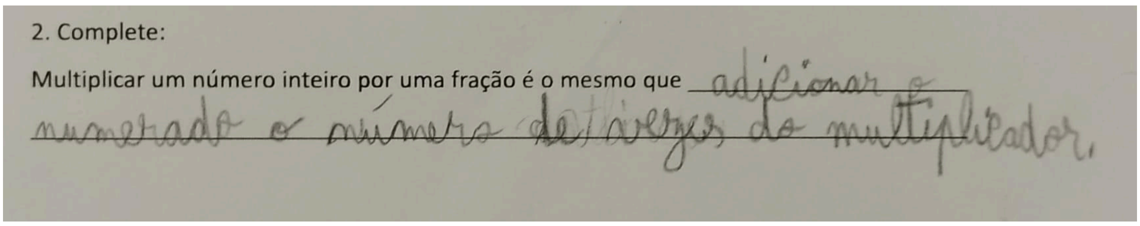


2. Complete:

Multiplicar um número inteiro por uma fração é o mesmo que adicionar o numerador o número de vezes do multiplicador

Imagem 57

Resolução Do Segundo Aluno



2. Complete:

Multiplicar um número inteiro por uma fração é o mesmo que adicionar o numerado o número de vezes do multiplicador.

A capacidade de expressar generalizações pela linguagem verbal revela a transição para um nível mais formal de raciocínio matemático. Conforme referido por Ponte et al. (2020), esta generalização resulta de um processo de construção e transformação do conhecimento, Nota-se que todos os alunos conseguem identificar e explicar por linguagem verbal uma regra rudimentar referindo a multiplicação do numerador pelo número inteiro, chamado multiplicador pelos alunos. Após um diálogo com a professora estagiária, que o questionou sobre a fração a ser adicionada (se outra ou a mesma) e sobre o elemento que determina quantas vezes a fração deve ser adicionada, o terceiro aluno conseguiu explicar a regra completamente e utilizando a linguagem Matemática correta. Conforme registado na nota de campo:

Professora estagiária: — "Adicionar uma fração por outra" (resposta inicial apresentada pelo aluno) — a fração $\frac{1}{5}$ é diferente da fração $\frac{1}{5}$?

F: — Não. É a mesma fração.

Professora estagiária: — então, adicionamos por outra fração ou pela mesma fração?

F: — Pela mesma fração.

Professora estagiária: — E como sei quantas vezes tenho de adicionar a fração por ela mesma?

F: — O número inteiro?

Professora estagiária: — Então pode compor uma resposta mais completa do que a que tem, sim?

F: — Sim.

Observa-se que apesar do terceiro aluno já apresentar inicialmente uma generalização, o dialogo interrogativo é fundamental para o aluno expressar de forma mais correta o que ele já concluiu pela observação das expressões.

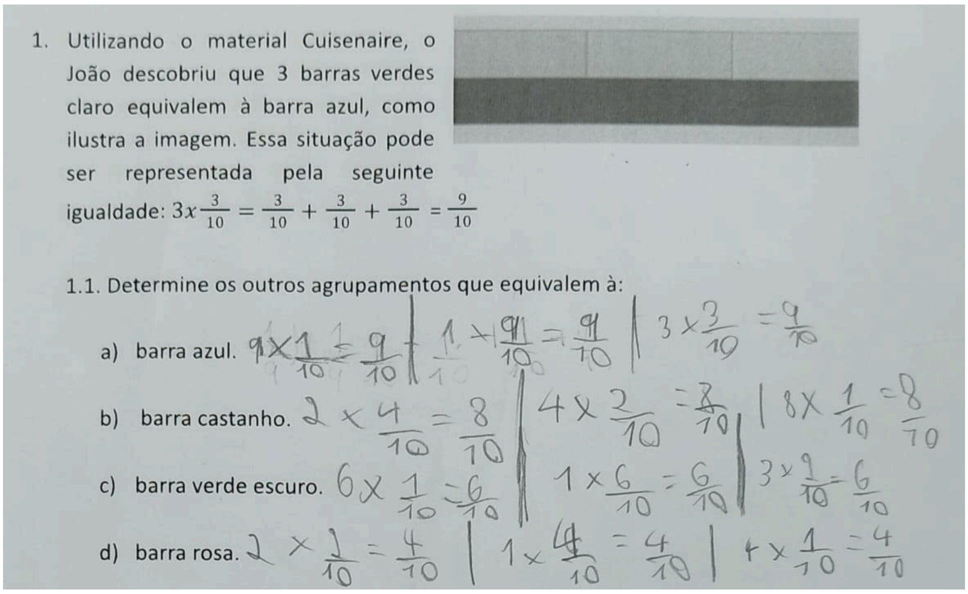
Nessa tarefa os alunos fazem uma generalização dependente da observação e que se manifesta num reconhecimento dum padrão, como referido por Ponte et al., (2020), sobre a multiplicação de frações por números naturais nas questões anteriores a questão 2. A construção duma generalização nessa tarefa reflete-se na próxima tarefa.

Assim, na tarefa 5: Partes, a generalização permitiu encontrar mais possibilidades de agrupamentos, este tipo de generalização não solicitada mostra o potencial dos materiais manipuláveis na promoção duma construção ativa do conhecimento. A experiência com a multiplicação como adição de parcelas iguais permitiu uma reorganização interna do conhecimento, conceito referido por Ponte et al. (2020).

Na alínea 1.1 da questão 1, bastava estabelecer algebricamente que números naturais multiplicados pelo numerador duma fração é igual ao numerador da fração da barra correspondente. Essa generalização não foi pedida aos alunos, foi um desenvolvimento intuitivo, proporcionado pelo trabalho anterior sobre a multiplicação como adição de parcelas iguais com o material Cuisenaire, assim como, a atividade dos alunos nessa tarefa. Como se observa na imagem abaixo:

Imagem 58

Resolução Do Aluno



1. Utilizando o material Cuisenaire, o João descobriu que 3 barras verdes claro equivalem à barra azul, como ilustra a imagem. Essa situação pode ser representada pela seguinte igualdade: $3x\frac{3}{10} = \frac{3}{10} + \frac{3}{10} + \frac{3}{10} = \frac{9}{10}$

1.1. Determine os outros agrupamentos que equivalem à:

a) barra azul. $9 \times \frac{1}{10} = \frac{9}{10}$ | $1 \times \frac{9}{10} = \frac{9}{10}$ | $3 \times \frac{3}{10} = \frac{9}{10}$

b) barra castanho. $2 \times \frac{4}{10} = \frac{8}{10}$ | $4 \times \frac{2}{10} = \frac{8}{10}$ | $8 \times \frac{1}{10} = \frac{8}{10}$

c) barra verde escuro. $6 \times \frac{1}{10} = \frac{6}{10}$ | $1 \times \frac{6}{10} = \frac{6}{10}$ | $3 \times \frac{2}{10} = \frac{6}{10}$

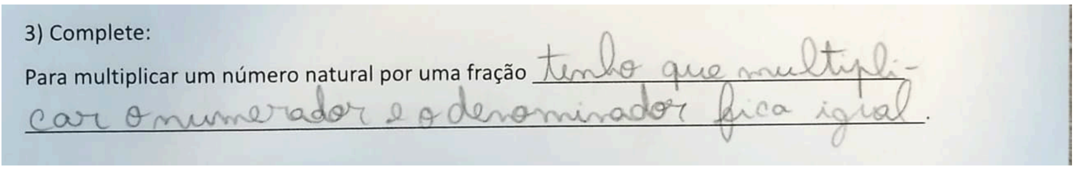
d) barra rosa. $2 \times \frac{2}{10} = \frac{4}{10}$ | $1 \times \frac{4}{10} = \frac{4}{10}$ | $4 \times \frac{1}{10} = \frac{4}{10}$

Na tarefa 6: Barras, na questão 3, é solicitado aos alunos apresentem uma generalização do algoritmo da multiplicação dum número natural por uma fração, este exercício exige que os alunos façam uma generalização consciente, a partir da observação e sistematização de casos particulares. Em síntese, isso requer que os alunos observem as respostas e produzam conclusões sobre elas.

Observa-se que o primeiro grupo apresenta uma generalização com uma comunicação Matemática correta, utilizando-se da nomenclatura numerador e denominador, e referindo o que se deve fazer com cada elementos. Esse grupo mostra o que Harel e Tall (1991) referem como a aplicação dum argumento num contexto mais geral, sinalizando um avanço na internalização da estrutura do algoritmo. Assim, conseguindo explicar o algoritmo por meio da linguagem verbal e apresentando a generalização solicitada.

Imagem 59

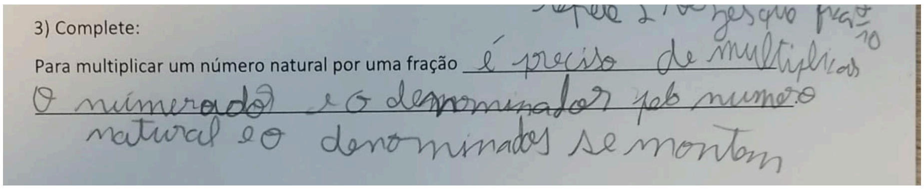
Resolução Do Primeiro Grupo



O segundo grupo, não consegue descrever o algoritmo corretamente por linguagem verbal, ao referir que tanto o denominador quanto a numerador devem ser multiplicado pelo número natural, em seguida, contradiz-se ao referir que o denominador deve-se manter. Assim, os alunos compreenderam parcialmente os processos envolvidos na multiplicação de um número natural por uma fração, apresentando uma generalização parcialmente correta. Como se observa na imagem abaixo:

Imagem 60

Resolução Do Segundo Grupo



O segundo grupo apresenta uma compreensão parcial, o que mostra que a generalização não é automática e depende da consolidação progressiva do conhecimento.

Por fim, na questão 3 da tarefa 7: a volta as piza, é requerido que os alunos completem a frase a partir das conclusões feitas na questão anterior, assim, estabelecendo uma generalização sobre a adição e subtração de frações.

Observa-se que os alunos conseguem completar corretamente a generalização, estabelecendo o passo a passo do processo de adição e subtração de fração, os alunos conseguem o fazer por meio da análise do processo de resolução utilizados na questão 2 da mesma tarefa. O material manipulável auxiliou os alunos a estabelecer as frações equivalentes, revelando a necessidade das frações equivalentes para resolver adições e subtrações, facilitando a compreensão da generalização.

Imagem 61

Resolução da questão 3

3. Tendo em conta o trabalho anterior com os sectores circulares, completa: Para adicionar ou subtrair duas frações com denominadores múltiplos um do outro, basta transformar a fração com o menor (menor/~~maior~~) denominador numa fração equivalente que tenha o mesmo denominador que a fração com o maior (~~menor~~/maior) denominador.

Dessa forma, observa-se que, nas tarefas propostas, o uso dos materiais manipuláveis foi fundamental para os alunos compreenderem os conceitos necessários, possibilitando tanto a elaboração de generalizações espontâneas quanto a compreensão das generalizações solicitadas.

Observa-se que as generalizações formuladas demonstram uma progressiva apropriação de conceitos matemáticas, inicialmente por meio dos materiais manipuláveis e depois pelo reconhecimento de padrões e propriedades. Esse desenvolvimento é descrito por Ponte et al. (2020), e reforça o papel dos materiais manipuláveis como catalisadores da construção do conhecimento.

De forma geral, observa-se que os alunos conseguem nas diversas tarefas identificar regularidades nos processos de adição e subtração de frações e na multiplicação de frações por números naturais que eram seus objetos de estúdios. Assim, demonstram a capacidade de generalização conforme definidos pela Direção-Geral de Educação (2021) na revisão de literatura.

Conclusão

O principal objetivo desse projeto de investigação era compreender de que forma os materiais manipuláveis influenciam a aprendizagem das operações com frações no 5.º ano do 2.ºCEB.

Para dar resposta a esta questão, foram formuladas 4 questões, a primeira é: de que forma o uso de materiais manipuláveis promove a aprendizagem da adição e subtração de frações com mesmo denominador?

Dessa forma, foram elaboradas tarefas para dar respostas a essa questão, concluindo que o material manipulável possibilitou que os alunos compreendessem o conceito de adição e subtração de frações intuitivamente por meio duma representação ativa, antes da necessidade da representação abstrata, em forma de fração.

Isso facilitou, posteriormente, a compreensão do algoritmo da adição e subtração, após a tradução da representação concreta e da estratégia desenvolvida nesse momento para a representação simbólica e abstrata.

Além disso, os materiais manipuláveis desempenharam um papel essencial ao permitir que os alunos visualizassem e experimentassem os conceitos matemáticos e estratégias. É assim evidente que a principal contribuição dos materiais manipuláveis e servir alegoricamente como uma "ponte" entre o concreto e conceito matemático abstrato.

A importância do material didático, também está relacionado com permitir aos alunos testarem diversas possibilidades para a mesma situação. E também compreenderam representação em linguagem Matemática associando essa representação com a representação do material.

Em síntese, a aprendizagem da adição e subtração de frações com o mesmo denominador, o uso de materiais manipuláveis auxilia na construir do significado dessas operações. Dessa forma, os alunos compreendem a adição como a junção de partes e a subtração como o complemento ou a retirada dessas partes. Assim, os materiais manipuláveis funcionam como "pontes" que facilitam a compreensão dos conceitos matemáticos, permitindo que os alunos entendam a operação de forma intuitiva e significativa.

A segunda questão a ser respondia é: como o uso de materiais manipuláveis promove a aprendizagem da adição e subtração de frações com denominadores diferentes?

Além do que já foi referido na questão anterior, para responder a essa questão foram elaboradas tarefas utilizando os materiais manipuláveis com o objetivo dos alunos compreenderem as frações equivalentes e compreender como elas podem ser determinadas e utilizadas na resolução de adições e subtrações de frações com diferente denominadores.

Assim, observa-se que os materiais foram fundamentais para os alunos identificarem e reconhecessem as frações equivalentes e, a partir delas, conseguissem resolver as igualdades.

A terceira questão é: de que maneira o uso de materiais manipuláveis promove generalizações espontâneas e solicitadas?

A utilização de materiais manipuláveis auxilia na representação ativa dos conceitos matemáticos presentes nas tarefas, possibilitando a sua tradução para representações simbólicas. Entretanto, a análise dos padrões nestas representações é fundamental a generalização. Assim, verificou-se que os materiais manipuláveis desempenham um papel indireto na generalização, não sendo o fator principal que conduz os alunos a esse processo.

Nesse papel indireto, os materiais manipuláveis promovem as generalizações espontâneas ao permitir que os alunos explorem fisicamente os objetos, e assim identifiquem padrões e formulem conjeturas intuitivamente. Por exemplo, nas tarefas "A

Escada" ou "Dobragens", a manipulação auxilia os alunos a reconhecer regularidades sem que a generalização seja solicitada, tornando visíveis conceitos matemáticos.

Já no que se refere as generalizações explicitamente requeridas, como nas tarefas "Agrupamentos" ou "Barras", os materiais manipuláveis promovem um ambiente para os alunos validarem e justifiquem as suas hipóteses e estratégias. A manipulação física possibilita a experimentação, promovendo uma compreensão mais ativa dos processos matemáticos e permitindo que os alunos expressem as generalizações.

Em síntese, os materiais manipuláveis funcionam como ferramentas que tanto facilitam a emergência espontânea de padrões e ideias, como suportam a formulação e validação consciente das generalizações quando estas são explicitamente solicitadas.

Por fim, a última pergunta é: de que modo o uso de materiais manipuláveis favorece o uso de diversas representações do número racional?

No que se refere as representações, observa-se que as representações simbólicas e as representações ativas são as mais utilizadas, tanto pela natureza das tarefas propostas como pelo recurso aos materiais manipuláveis. Contudo, a representação icónica também é empregue na tarefa 7: "A Volta às Pizas".

Além disso, observa-se que a utilização das representações ativas — os materiais manipuláveis — facilitou a compreensão das representações simbólicas, principalmente das igualdades e frações.

Assim, os materiais manipuláveis podem auxiliar na compreensão das representações, em particular das frações e das igualdades. Em concordância com às conclusões da investigação de Jones e Tiller (2017), que referem que os materiais manipuláveis — também referidos por representações ativas — são fundamentais para a compreensão da representação simbólica matemática.

Por fim, os materiais manipuláveis facilitam a visualização e também promovem a construção de significados, através da ligação entre as representações internas (conceituais) e externas (visuais e físicas), essencial para o domínio das diversas representações do número racional.

É ainda notório que os materiais manipuláveis desempenham o papel direcionado pela tarefa.

Além disso, o trabalho de investigação apresenta diversas limitações, a primeira a ser referida é o tempo disponível para cada tarefa ser limitado ao tempo da aula, de 50 minutos, o que geralmente resultou numa breve discussão das tarefas. Ademais, a necessidade de cumprir o número de aulas disponíveis para cada tema do currículo torna inviável a discussão ser realizada noutra aula.

Outro fator importante é a rotatividade dos alunos pelo programa Turma Mais, o que não permite observar os mesmos alunos em todas as atividades, nem a formação dos grupos ser a mesma nas atividades.

Já no que se refere as prováveis futuras de investigação são trabalhos de investigação que envolvam o uso de outros materiais manipuláveis em outras operações como multiplicação e a divisão com frações.

Conclusão Geral

Os estágios realizados no 1.º e no 2.º CEB foram uma experiência essencial para o desenvolvimento das competências profissionais. Ao longo deste processo, a oportunidade de atuar como observador e professora em intervenções individuais e em grupo, permitiu uma compreensão das múltiplas funções do docente.

Assim, destacam-se como pontos positivos a capacidade de elaborar planos de aula claros e adaptados às necessidades específicas das turmas, assim como o empenho em promover um ambiente de aprendizagem acolhedor e afetivo. Por outro lado, desafios como a gestão do tempo, a adaptação a imprevistos e a gestão dos comportamentos em sala evidenciaram-se como áreas a desenvolver. Esses desafios oferecem importantes reflexões para a formação contínua.

A prática pedagógica em contexto real revelou a importância do uso de materiais manipuláveis na aprendizagem da Matemática, especialmente para aproximar conceitos abstratos do concreto. Esta abordagem facilitou a compreensão dos conteúdos, tanto no 1.º como no 2.º CEB.

Essa vivência na prática pedagógica estabeleceu o princípio para a investigação sobre o uso dos materiais manipuláveis no ensino das operações com frações no 5.º ano do 2.º CEB. A investigação permitiu compreender de que forma esses materiais manipuláveis favorecem a aprendizagem da adição e subtração de frações, tanto com denominadores iguais quanto diferentes, assim, como a aprendizagem da multiplicação e o papel das representações e generalizações.

Os resultados desta investigação evidenciaram que os materiais manipuláveis funcionam como pontes entre o concreto e o abstrato, facilitando o desenvolvimento do sentido parte-todo e a transição para representações simbólicas essenciais à compreensão das frações e das operações com frações.

Além disso, os materiais didáticos promovem a identificação de padrões, a formulação de conjeturas e generalizações, além disso, promove também o envolvimento ativo dos alunos no processo de aprendizagem. Contudo, destacou-se a necessidade duma mediação pedagógica eficaz.

Em síntese, a relação entre a experiência prática nos estágios e a investigação evidenciou a importância da utilização dos materiais manipuláveis na aprendizagem da Matemática ao promover uma aprendizagem concreta e significativa fundamentais para o desenvolvimento do pensamento matemático dos alunos no 2.º CEB.

Referências

Ball, D. L., Thames, M. H., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? Journal of Teacher Education, 59(5), 389–407. https://doi.org/10.1177/0022487108324554

Behr, M., Lesh, R., Post, T. R., & Silver, E. (1983). Rational-number concepts. Em R. Lesh & M. Landau (Orgs.), Acquisition of mathematics concepts and processes (pp. 91–126). Academic Press. https://archive.org/details/acquisitionofmat0000unse

Bertoni, N. E. (2009). Educação e linguagem Matemática IV: Frações e números fracionários. Universidade de Brasília.

Beyranevand, M. L. (2014). The different representations of rational numbers. Mathematics Teaching in the Middle School, 19(6), 382–385. https://doi.org/10.5951/mathteacmiddscho.19.6.0382

Boavida, A. M., Paiva, A. L., Cebola, G., Vale, I., & Pimentel, T. (2008). A experiência Matemática no ensino básico: Programa de formação contínua em Matemática para professores dos 1.º e 2.º ciclos do ensino básico. https://comum.rcaap.pt/handle/10400.26/5566

Bogdan, R., & Biklen, S. K. (1997). Qualitative research for education: An introduction to theories and methods (3rd ed.). Allyn & Bacon.

Despacho n.o 16034/2010 do Ministério da Educação - Gabinete da Ministra. (2010, 22 de outubro). Diário da República: II série, n.o 206, pp. 52300 - 52302. https://files.diariodarepublica.pt/2s/2010/10/206000000/5230052302.pdf

Direção-Geral da Educação. (2021). Aprendizagens essenciais | 5.º ano | 2.º CEB: Matemática. https://www.dge.mec.pt/sites/default/files/Curriculo/Aprendizagens_Essenciais/2_ciclo/ae_mat_5.o_ano.pdf

Direção-Geral da Educação. (n.d.). Turma Mais. Recuperado em 24 de novembro de 2024, de https://dge.mec.pt/turma-mais

Dreyfus, T. (1990). Advanced mathematical thinking. Em D. Tall (Ed.), Advanced mathematical thinking (pp. 23–41). Springer. https://doi.org/10.1007/978-94-009-1465-0

Galvão, F. W. C. (1968). Curso de aritmética moderna. Universitária. https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/196414

Graells, P. M. (2000). Los medios didácticos. http://www.peremarques.net/medios.htm

Harel, G., & Tall, D. (1991). The General, the Abstract, and the Generic in Advanced Mathematics. For the Learning of Mathematics, 11(1), 38–42. http://www.jstor.org/stable/40248005

Jones, J. P., & Tiller, M. (2017). Using concrete manipulatives in mathematical instruction. Dimensions of Early Childhood, 45(1), 18–23.

Lugarini, E. (2003). Falar e ouvir: Para uma didática do “saber falar” e do “saber ouvir.” Em R. V. Castro & L. Dionísio (Orgs.), O valor das palavras: Falar, ler e escrever nas aulas (pp. 128–147). Asa.

Mansutti, M. A. (1993). Concepção e produção de materiais instrucionais em educação Matemática. Revista de Educação Matemática, 1(1), 17–31.

Mercado, L. P. L., & Marques, A. C. (2002). Novas tecnologias na educação: Reflexões sobre a prática. Universidade Federal de Alagoas. https://repositorio.ufal.br/handle/riufal/1328

Moch, P. L. (2002). Manipulatives work! The Educational Forum, 66(1), 81–87. https://doi.org/10.1080/00131720108984809

Monteiro, C., & Pinto, H. (2005). A aprendizagem dos números racionais. Quadrante, 14(1), 89-107.

Moreira, A., Sá, P., Costa, A. P., Traqueia, A., Euzébio, C., & Soares, T. (2021). Reflexões em torno de metodologias de investigação: Métodos (Vol. 1). UA Editora. https://doi.org/10.34624/hmtj-qg49

Moyer, P. S. (2001). Are we having fun yet? How teachers use manipulatives to teach mathematics. Educational Studies in Mathematics, 47(2), 175–197. https://doi.org/10.1023/A:1014596316942

Niven, I. (1984). Números: racionais e irracionais (p. 216). Rio de Janeiro: SBM. https://docs.ufpr.br/~akirilov/ensino/2022/docs/ivan_niven.pdf

Pinto, H. G. (2011). O Desenvolvimento Do Sentido Da Multiplicação e Da Divisão De Números Racionais [Universidade De Lisboa].

Ponte, J. P. M. (2003). Investigar, ensinar e aprender. ______. Actas do ProfMat, Lisboa, Portugal: Faculdade de Ciências, Universidade de Lisboa, 1-23.

Ponte, J. P., & Quaresma, M. (2011). Abordagem exploratória com representações múltiplas na aprendizagem dos números racionais: Um estudo de desenvolvimento curricular. Quadrante, 20(2), 55–81.

Ponte, J. P., et al. (2007). Programa de Matemática do ensino básico.

Ponte, J. P., Quaresma, M., & Mata-Pereira, J. (2020). Como desenvolver o raciocínio matemático na sala de aula? Educação e Matemática, (156), 7–11.

Ribeiro, A. (1995). Concepções de professores do 1.º CEB: A Matemática, o seu ensino e os materiais didáticos. [Tese de Mestrado, Instituto Politécnico de Viseu]. https://repositorio.ipv.pt/handle/10400.19/1173

Simões, P., & Pires, R. (2022). Provas de aferição do ensino básico 2022: Resultados nacionais. Instituto de Avaliação Educativa, I.P. https://iave.pt/wp-content/uploads/2022/12/Relatorio-Provas-de-Afericao_Resultados-Nacionais_2022_Final.pdf

Taylor, S. J., Bogdan, R., & DeVault, M. (2015). Introduction to qualitative research methods: A guidebook and resource (4th ed.). Wiley.

Witzel, B. S. (2005). Using CRA to teach algebra to students with math difficulties in inclusive settings. Learning Disabilities: A Contemporary Journal, 3(2), 49–60. https://files.eric.ed.gov/fulltext/EJ797683.pdf

Zabala, A. (1998). A prática educativa: Como ensinar. Artmed.

Anexos

Anexo 1: roteiro da tarefa 1 - Escadas

Enunciado da tarefa

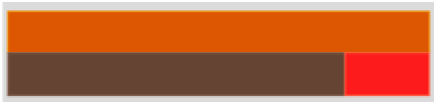
1) Construa, com o material cuisenaire, uma escada da maior barra para a menor barra. Considere que a maior barra corresponde ao número inteiro $\frac{10}{10} = \frac{1}{1}$.

   a) A barra mais pequena que parte é da maior?

   b) E as outras barras que parte são da maior?

1.1. Ao trabalhar com o material cuisenaire, o João descobriu que há duas possibilidades para completar a barra castanha de forma que tenha o mesmo tamanho da maior barra e, de seguida, representou essas situações em igualdades como mostra a imagem:

$$\frac{8}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} = \frac{10}{10}$$



$$\frac{8}{10} + \frac{2}{10} = \frac{10}{10}$$

   a) Escolha outras formas de completar a barra laranja e, de modo semelhante ao João, escreva as igualdades correspondentes. Compara com os teus colegas.

Ano de escolaridade: 5.º ano

Aprendizagens prévias

Com o trabalho desenvolvido no 1.º ciclo, os alunos devem:

- Reconhecer a fração como possibilidade de representar uma quantidade não inteira relativa a uma relação parte-todo, sendo o todo uma unidade contínua.

Aprendizagens visadas

Com o trabalho desenvolvido nessa tarefa, os alunos devem

- Adicionar frações com o mesmo denominador;
  Usar frações para representar uma quantidade não inteira relativa a uma relação parte-todo, sendo o todo uma unidade contínua;
- Usar a linguagem simbólica Matemática e reconhecer o seu valor para comunicar sinteticamente e com precisão;

- Estabelecer conexões e conversões entre diferentes representações relativas às mesmas ideias;
- Descrever a sua forma de pensar acerca de ideias e processos matemáticos, oralmente e por escrito.

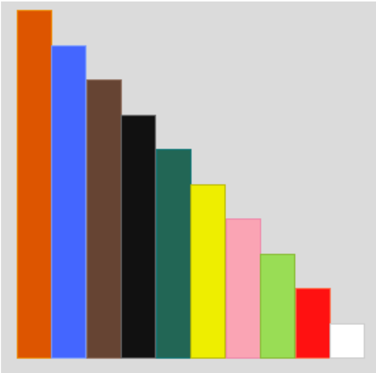
Apresentação e desenvolvimento pelo professor

Com esta exploração pretende-se que os alunos do 5.º ano trabalhem com frações decimais, relacionem a parte com o todo de uma unidade contínua e compreendam aspetos da forma de adicionar frações com o mesmo numerador, nomeadamente, a conservação do denominador e a adição dos numeradores. Dado o trabalho feito em aulas anteriores, é esperado que as maiores dificuldades dos alunos possam surgir ao nível de compreensão da relação entre as barras menores com a maior barra, assim como, na organização dos registos e na compreensão da estratégia de adição de frações com o mesmo denominador apresentada no exemplo.

Nessa tarefa é importante que os alunos registem as suas resoluções e estratégias de forma organizada para posterior comparação com outras, especialmente na alínea b. Os alunos são divididos em grupos de 3 alunos, de forma a promover a comunicação e a colaboração. Durante o trabalho autónomo dos alunos, o professor ao circular pela sala vai esclarecendo as dúvidas dos alunos e identifica as estratégias adotadas, as dificuldades e os erros que os alunos apresentam para posterior discussão com a turma. Nesse acompanhamento ao trabalho dos alunos e para aprofundamento dos conceitos envolvidos, coloca as seguintes questões: como chegaste a esse resultado? Poderia haver outra resposta? sim ou não, porque?

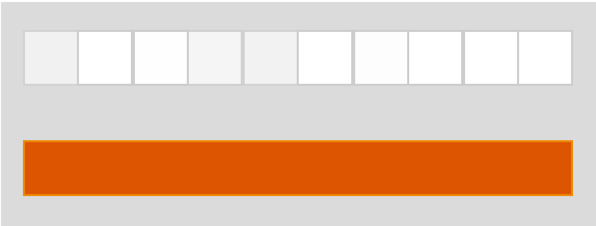
Essas perguntas são revisitadas durante a discussão das estratégias com a turma, com finalidade de aprofundar as ideias, conceitos e estratégias presentes nas alíneas. O professor, primeiramente, refere os cuidados a terem com o material devido às suas partes pequenas: evitar deixá-las cair para não as perder. Em seguida, distribui as fichas referindo que devem ler atentamente as questões. Além disso, na questão 1 o professor está atento às barras que os alunos usam, já que se espera que usem barras cada vez menores para construir a escada, avaliando a interpretação dos alunos. Na alínea b da questão 1 o professor alerta os alunos para a necessidade de diferenciarem , nos seus resgistos, as barras de forma entendível. Na alínea a da questão 1.1, o professor informa os alunos que é importante apresentarem as suas respostas, de forma clara para que se possa compreender quais as barras que utilizaram e as respetivas igualdades, dado que a questão admite múltiplas possibilidades.

Na abordagem à questão 1, os alunos constroem primeira a escada partindo da maior barra para a menor conforme a imagem abaixo:



Não é esperado dificuldade nesta questão. Com a manipulação do material cuisenaire, os alunos começam a estabelecer relações entre as barras.

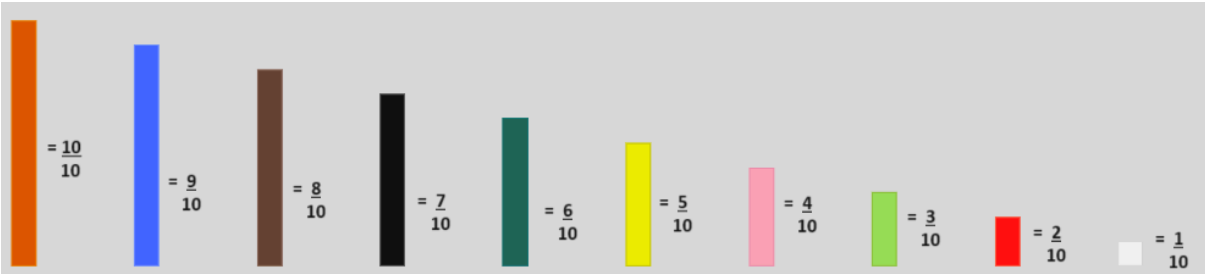
Na alínea *a* da questão 1, os alunos concluem que a barra menor é $\frac{1}{10}$ da barra maior, já que são necessárias 10 barras brancas para completar a barra laranja, como é sugerido pela imagem abaixo:



Os alunos podem ainda observar que:

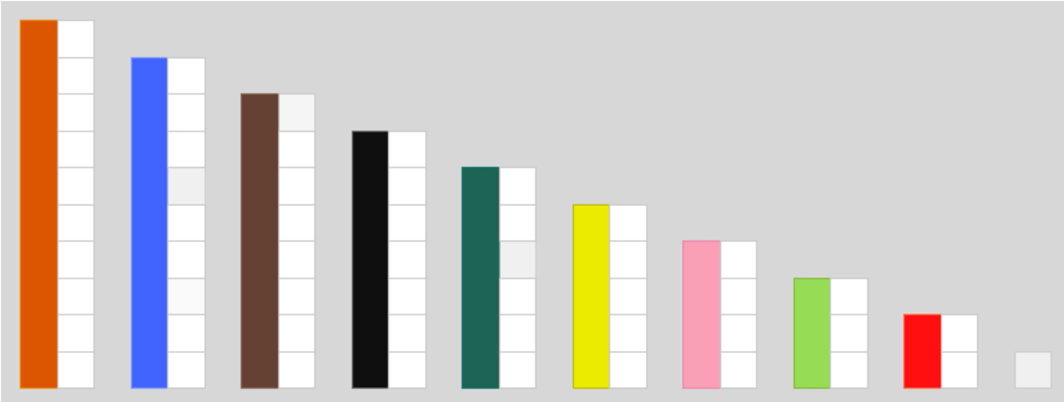
- A barra maior é $\frac{10}{10}$,
- Tem-se 10 barras de cores diferentes,
- Na escada construída as barras ficam cada vez menores,

estabelecendo a relação demonstrada na imagem abaixo:



Concluindo igualmente que a barra menor é $\frac{1}{10}$.

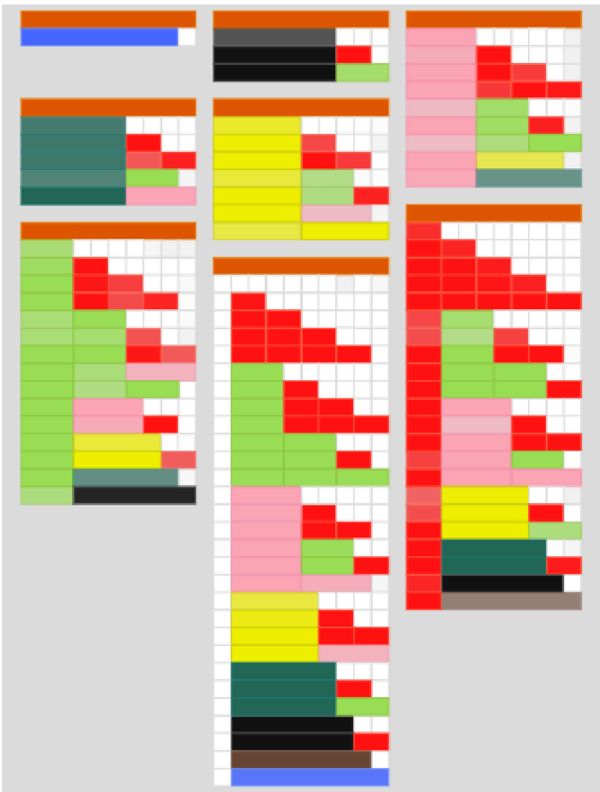
Na alínea b da questão 1, os alunos podem usar a última estratégia ou utilizar a relação da barra maior com a menor, como mostra a figura abaixo:



Concluindo o mesmo que na anterior. Entretanto, nesta resolução é possível que os alunos ao contar as barras brancas acabem por não representar a relação parte-todo em fração, cabendo ao professor relembrá-los que devem representar as partes conforme pedido no enunciado e que, portanto, devem utilizar a representação em fração.

Se os alunos apresentarem dificuldade em iniciar o seu trabalho ou darem continuidade ao trabalho desenvolvido, o professor coloca as seguintes questões: que barra representa o todo, ou seja, que barra representa o inteiro 1? E quantas barras brancas cabem na maior barra? Se cabem essas barras brancas, então apenas uma barra branca que parte é da maior? E as outras barras?

Na abordagem à alínea *a* da questão 1.1, os alunos podem apresentar diversas possibilidades, conforme a barra escolhida , como ilustra a imagem abaixo:



Dessa forma, as igualdades que podem ser apresentadas pelos alunos são diversas. E são as igualdades e a sua correção que o professor prioriza, pois é a partir delas que os alunos poderão tecer conclusões sobre a adição de frações com o mesmo denominador.

Assim, ao acompanhar as resoluções dos alunos, o professor, com o propósito de levar os alunos a concluir sobre a forma de adicionar frações com o mesmo denominador, coloca as seguintes questões: nas igualdades que o João e tu fizeram que relações observas entre os denominadores? E entre os numeradores?

Por fim, durante a discussão em grupo o professor destaca as estratégias que demonstrem com clareza os aspetos a serem destacados em cada questão e alíneas contrapondo com os possíveis erros. O professor inicia a discussão convidando os alunos que usaram a estratégia que recorre ao uso das barras brancas e só posteriormente chama os alunos que recorrem à ordenação do tamanho das barras.

Por forma a promover a comunicação Matemática, o professor volta a referir os questionamentos feitos para além da tarefa, assim na alínea *a* e *b* da questão 1: como chegaste a esse resultado? Poderia haver outra resposta? sim ou não, porque?

Como síntese das ideias discutidas, o professor questiona os alunos de como poderiam em poucas palavras definir uma regra para adicionar frações. Na negociação dessa definição com os alunos, o professor coloca as seguintes questões:

- Os numeradores são iguais ou diferentes? Então acham que a nossa definição deve dizer que os denominadores são iguais?
- Que relação existe entre os denominadores? e aos numeradores?

O professor em conjunto com os alunos sistematiza a seguinte definição:

Para adicionar duas frações com o mesmo denominador, mantém-se o denominador e adicionam-se os numeradores: $\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b}$.

Anexo 2: roteiro da tarefa 2 - Dobragens

Enunciado da tarefa: Dobragens

1) Dobre uma folha de papel ao meio e repita o processo duas vezes, criando 8 retângulos geometricamente iguais.

   a) Pinte de azul $\frac{3}{8}$ da folha. Compara com os teus colegas.
   b) Quantas partes ainda teria de pintar de azul para representar $\frac{5}{8}$ da folha?
   c) A Antónia pintou $\frac{7}{8}$ da folha, em vez de $\frac{4}{8}$. Que parte não deveria ter pintado? Apresente a expressão que representa essa situação.

2) Se dobrar a folha mais uma vez ao meio, em quantos retângulos fica dividida a folha?
   a) Os $\frac{3}{8}$ pintados de azul podem ser representados por outra fração? Qual?

3) E se dobrar a folha ao meio 5 vezes, em quantos retângulos fica dividida a folha? Explica como pensou.
   a) Os $\frac{3}{8}$ pintados de azul podem ser representados por outra fração? Qual?

Ano de escolaridade: 5.º ano

Aprendizagens prévias

Com o trabalho já desenvolvido, os alunos devem:

- Reconhecer a fração como possibilidade de representar uma quantidade não inteira relativa a uma relação parte-todo, sendo o todo uma unidade contínua;
- Reconhecer e determinar frações equivalentes através de uma relação multiplicativa.

Aprendizagens visadas

Com o seu trabalho nesta tarefa, os alunos devem:

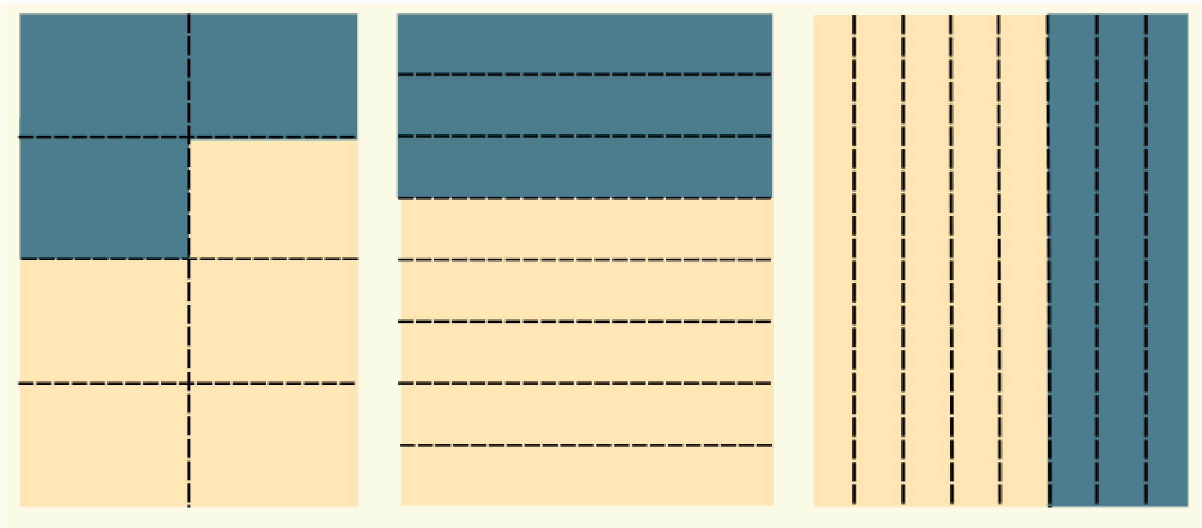
- Subtrair frações com o mesmo denominador;
- Usar representações múltiplas para demonstrar compreensão, raciocinar e exprimir ideias e processos matemáticos;
- Usar a linguagem simbólica Matemática e reconhecer o seu valor para comunicar sinteticamente e com precisão.

Apresentação e desenvolvimento pelo professor

Com esta exploração pretende-se que os alunos aprofundem os seus conhecimentos de frações equivalentes e contactem com a subtração de frações

Na abordagem a esta tarefa, o professor começa por ler e esclarecer as dúvidas dos alunos. O professor informa os alunos que têm 40 minutos para resolver a tarefa de forma autónoma e a pares. Durante o trabalho autónomo dos alunos, o professor vai circulando e caso necessário apoia individualmente os alunos.

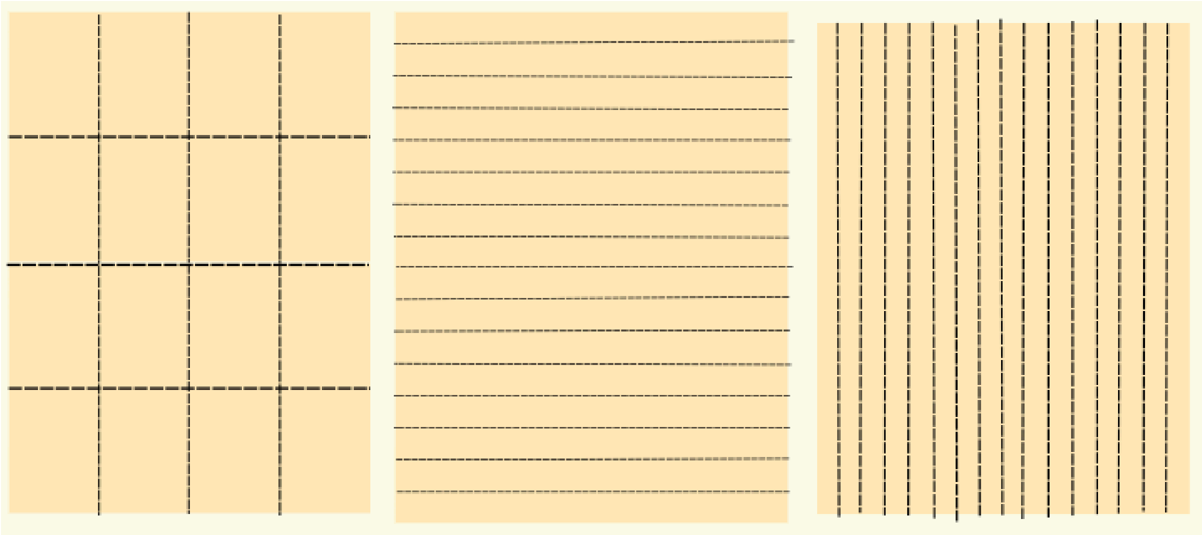
Dessa forma, na alínea *a* da questão 1, não é esperado que os alunos apresentem quaisquer dificuldades, e devem facilmente apresentar uma resolução semelhante a imagem abaixo:



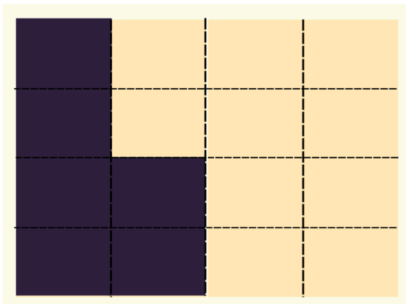
Já na alínea *b* da questão 1, também não é esperado que os alunos apresentem dificuldades, pois os alunos podem facilmente concluir que 3+2= 5. Assim, teria que pintar mais duas partes.

No que se refere a alínea *c* da questão 1, é esperado que os alunos apresente a seguinte expressão $\frac{7}{8}-\frac{4}{8}$. Nessa alínea é esperado que os alunos interpretem bem o que é pedido, de modo a concluírem que a situação sugere a subtração de frações. Se os alunos manifestarem dificuldade em compreender que estão perante uma situação de subtração, o professor coloca as seguintes questões: se a Antónia pintou e deveria ter pintado apenas, quanto deveria apagar? Que operação Matemática estamos a utilizar?

Na questão 2, os alunos ao dobrar a folha mais uma vez devem concluir que terão 16 retângulos geometricamente iguais como a imagem abaixo:



Na alínea a da questão 2, os alunos conseguem facilmente visualizar que os $\frac{3}{8}$ pintados na alínea a da questão 1 passam agora a ser representados por $\frac{6}{16}$, concluindo que a fração $\frac{3}{8}$ pode ser representada pela fração $\frac{6}{16}$ Neste momento o professor questiona os alunos de como se designam as frações $\frac{3}{8}$ e $\frac{6}{16}$, de modo a recordar o conceito de frações equivalentes.



Caso os alunos não consigam identificar que parte da folha está agora pintada, o professor coloca as seguintes questões: em quantos retângulos está dividida a folha? Quantos retângulos estão pintados? Como podemos representar isso em fração? As frações $\frac{3}{8}$ e $\frac{6}{16}$ são equivalentes?

Na questão 3, os alunos, muito provavelmente, não conseguirão dobrar a folha, já que foi escolhido um número considerado de dobragens, de modo a estimular os alunos a pensarem noutra estratégia de resolução, por exemplo a identificarem uma regularidade entre o número de dobragens e a quantidade de retângulos em que fica dividida a folha. Os alunos devem compreender que sempre que fazem mais uma dobragem obtêm o dobro do número de retângulos anterior. Assim, podem representar esta descoberta numa tabela que relacione o número de dobragens com a quantidade de retângulos, elaborando uma tabela como a que se segue:

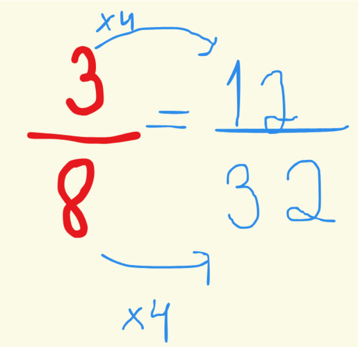
Número de dobragens	Quantidade de retângulos
1	2
2	4
3	8
4	16
5	32

Assim, os alunos devem concluir que ao dobrar a folha estamos a duplicar o número de retângulos e portanto com 5 dobragens obtêm 32 retângulos. Caso os alunos evidenciem dificuldade em responder a esta questão, o professor pega noutra folha e à medida que vai efetuando as dobragens vai colocando as seguintes questões: quando dobramos uma vez, quantos retângulos criamos? E quando dobramos duas vezes? E quando dobramos três vezes? O que está a acontecer com os números de retângulos conforme dobramos? Então o que temos que fazer para saber quantos retângulos teremos após dobrarmos cinco vezes?

Com o trabalho desenvolvido nesta questão, os alunos podem ainda concluir que o número de retângulos em que a folha fica dobrada é sempre $2^{número\ de\ dobragens}$.

Caso esta resolução não apareça, o professor na discussão em grande grupo, desafia os alunos a encontrarem uma regularidade entre o número de dobragens e o número de retângulos obtidos, já que se está sempre a dobrar ao meio e portanto a duplicar o número de retângulos. Esta abordagem permite retomar o conceito de potência.

Por fim, na alínea *a* da questão 3 os alunos podem apresentar duas resoluções. Na primeira, devem compreender que a fração a ser encontrada deve ser equivalente a $\frac{3}{8}$ e de denominador 32, já que a folha ficou dividida em 32 retângulos:



No caso de continuarem a pensar na relação do dobro, apresentam a seguinte resposta:

×2 ×2

N.º retângulos pintados	3	6	12
N.º total de retângulos	8	16	32

×2 ×2

Findo o trabalho autónomo dos alunos, o professor dá início a discussão em grupo com as alíneas *a* e *b* da questão 1. O professor convida os alunos com dobragens da folha de forma diferente a partilhar as suas estratégias, acompanhando as suas partilhas com as seguintes questões: como resolveu a questão? Poderia ter pintado de outra forma? Alguém chegou a um resultado diferente? Alguém resolveu de uma forma diferente?

Na discussão da alínea *c* da questão 1, o professor reforça as questões: se Antonia pintou $\frac{7}{8}$ e deveria ter pintado apenas $\frac{4}{8}$, quanto ela deveria apagar? Que operação Matemática estamos a utilizar?, de modo a destacar o sentido de retirar da subtração e como esse está relacionado com a situação apresentada.

Durante a discussão das questões 2 e 3 e respetivas alíneas, o professor destaca o conceito de frações equivalentes e as diferentes resoluções dos alunos.

Anexo 3: roteiro da tarefa 3 - A piza

Enunciado da tarefa: A piza

1. O João, o Pedro e a Maria decidem ir jantar a uma pizaria. Depois de consultarem a ementa, decidem pedir uma piza dividida em fatias iguais. O João decide que vai comer 4 fatias de piza, o Pedro 2 fatias e a Maria afirma que vai comer $\frac{1}{3}$ da pizza. Recorre ao material disponibilizado e responde às questões seguintes.

a) Quantas fatias deve ter a piza para que todos os amigos consigam comer a quantidade que querem e não sobrem fatias? Explique a sua resposta.

b) Se apenas o João comer as suas 4 fatias, que parte da piza sobra? Apresente a expressão que representa essa situação.

c) Se apenas a Maria comer as suas fatias, que parte da piza sobra? Apresenta a expressão que representa essa situação.

Ano de escolaridade: 5.º ano

Aprendizagens prévias

Com o trabalho já desenvolvido, os alunos devem:

- Reconhecer frações equivalentes;
- Comparar frações.

Aprendizagens visadas

Com o seu trabalho nesta tarefa, os alunos devem:

- Subtrair frações com o mesmo denominador;
- Usar representações múltiplas para demonstrar compreensão, raciocinar e exprimir ideias e processos matemáticos;
- Usar a linguagem simbólica Matemática e reconhecer o seu valor para comunicar sinteticamente e com precisão.

Apresentação e desenvolvimento pelo professor

Com essa exploração é esperado que os alunos aprofundem os seus conhecimentos sobre a subtração de frações com o mesmo denominador.

Na abordagem a esta tarefa, o professor começa por ler e esclarecer as dúvidas dos alunos, nomeadamente as relacionadas com a funcionalidade do material manipulável.

Além disso, o professor lembra os alunos que as pizzas são divididas em fatias iguais, aspeto que devem ter em conta no uso do material para modelar a situação.

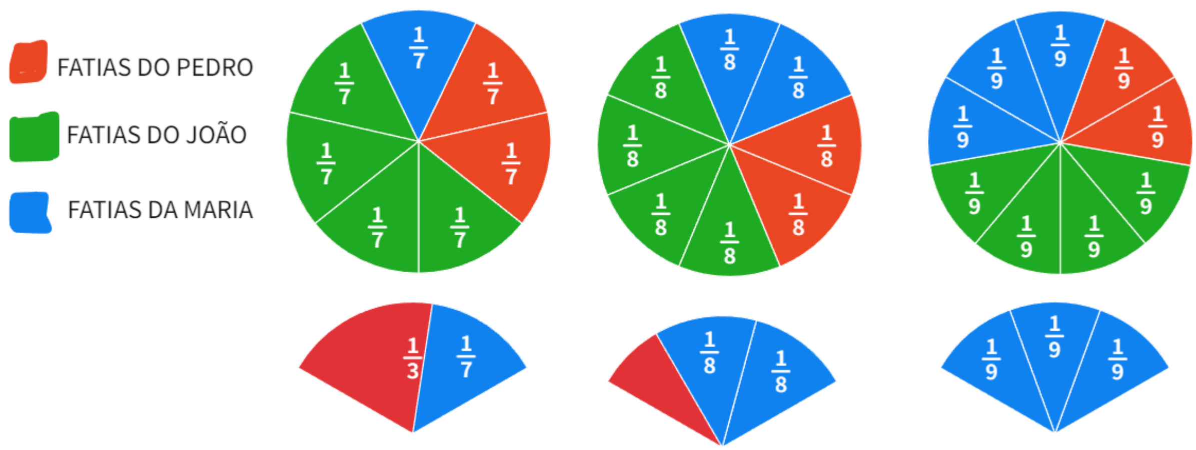
O professor distribui os alunos em grupos de 3 ou de 4 alunos, e informa-os que têm 40 minutos para resolver a tarefa de forma autónoma. Durante o trabalho autónomo dos alunos, o professor vai circulando e caso necessário apoia os grupos de forma individual. Nesse momento, antes de esclarecer qualquer dúvida, o professor questiona os alunos sobre o que entenderam do enunciado e que estratégias já usaram na resolução da questão. A partir desse questionamento, o professor decide se é mais favorável pedir aos alunos ou que continuem tentando por mais um tempo e caso não consigam devem solicitar novamente a ajuda do professor ou responder de imediato as dúvidas dos alunos.

Na alínea *a* da questão 1, se os alunos considerarem que a pizza deve ter mais de 6 pedaços, adicionando as 4 fatias do João e as 2 fatias do Pedro, podem fazer por tentativa e erro.

Assim, ao tentarem com uma pizza de 7 fatias devem concluir que se João e Pedro juntos comem 6 fatias, sobraria para a Maria apenas 1 fatia, ou seja, $\frac{1}{7}$. Os alunos devem compreender que $\frac{1}{7} < \frac{1}{3}$, pelo trabalho já feito anteriormente, mas em caso de dúvida podem recorrer ao material manipulável

Da mesma forma, ao tentarem com uma pizza de 8 fatias devem concluir que se João e Pedro comem 6 fatias, sobraria para a Maria apenas 2 fatias, ou seja, $\frac{2}{8}\ ou\ \frac{1}{4}$, concluindo novamente por quais estratégia que $\frac{2}{8} ou\ \frac{1}{4} < \frac{1}{3}$.

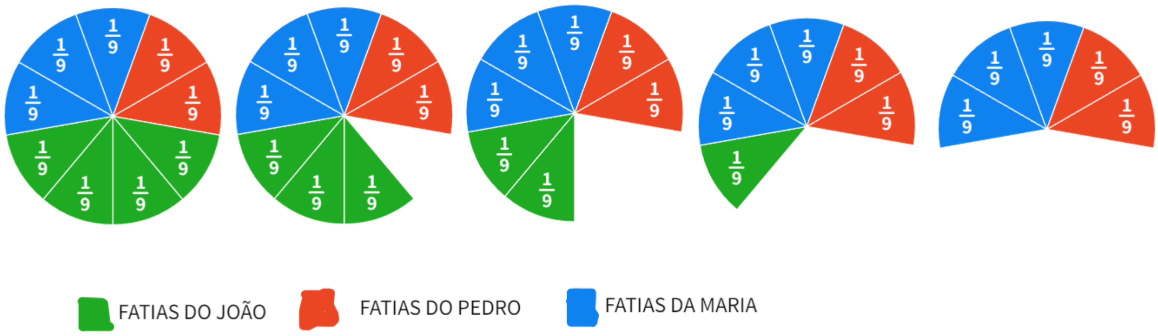
Por fim, ao tentarem com uma pizza de 9 fatias devem concluir que se João e Pedro comem 6 fatias, sobraria para a Maria apenas 3 fatia, ou seja, $\frac{3}{9}\ ou\ \frac{1}{3}$, concluindo novamente por quais estratégia que $\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$.



Caso os alunos não compreendam de imediato que a piza deve ter no mínimo 6 fatias, terão possivelmente de fazer mais tentativas até chegarem ao resultado.

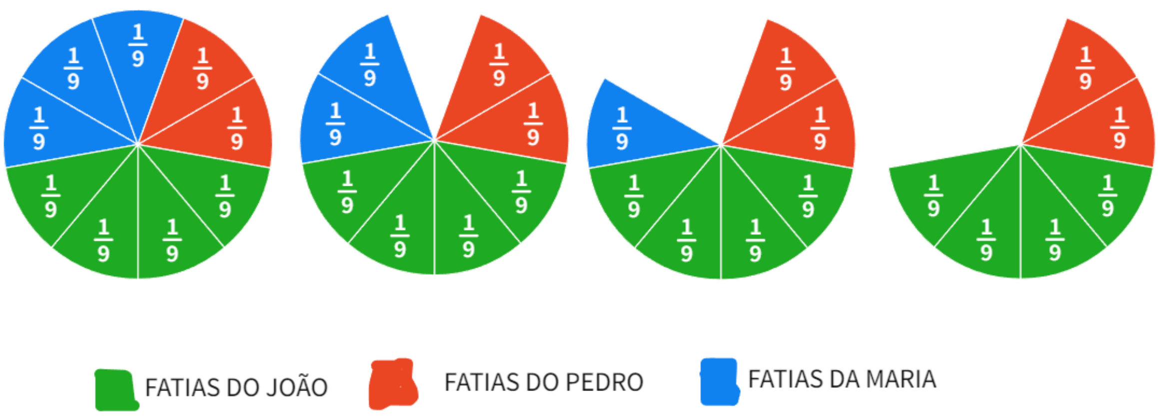
Nesta alínea é esperado que os alunos apresentem dificuldade na interpretação e tentem chegar ao resultado pela adição de 4 +2 + $\frac{1}{3}$.

Na alínea *b* da questão 1, os alunos retiram 4 peças do material às noves 9 peças concluindo que sobram 5 peças e que essas 5 peças representam $\frac{5}{9}$ da piza.



Assim, é esperado que os alunos apresentem a seguinte expressão $\frac{9}{9} - \frac{4}{9}$. Os alunos podem também apresentar igualdade $\frac{9}{9} - \frac{4}{9} = \frac{5}{9}$. Como a questão não especifica que a expressão deve ser representada em fração (talvez deveria) os alunos podem apresentar a ou expressão 9 - 4 ou a igualdade 9-4=5. Nesta linha não é esperado que os alunos apresentem quaisquer dificuldades.

Da mesma forma, na alínea *c*, os alunos concluem que ao retirarem as 3 fatias da pizza sobram 6 fatias que corresponde a $\frac{6}{9} = \frac{2}{3}$ da piza.



Assim, é esperado que os alunos apresentem ou a expressão $\frac{9}{9} - \frac{3}{9}$ ou a expressão $\frac{9}{9} - \frac{1}{3}$. Neste caso, o professor incentiva os alunos a comparar as duas frações.

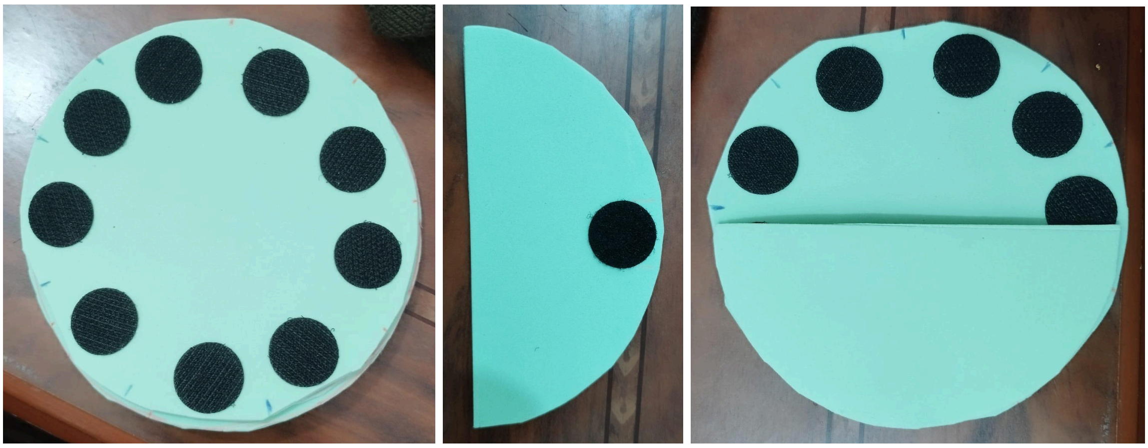
Os alunos podem, ainda, apresentar a igualdade $\frac{9}{9}-\frac{3}{9}=\frac{6}{9}$. Os alunos podem apresentar também a ou expressão 9 - 3 ou a igualdade 9 - 3=6.

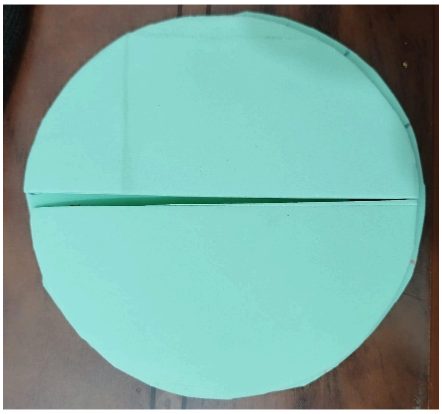
Nesta última alínea é possível que os alunos a interprete como uma continuação da anterior, e achem que como as fatias do João já foram retiradas restem $\frac{5}{9}$ de piza, apresentando a expressão $\frac{5}{9}-\frac{3}{9}$ ou igualdade $\frac{5}{9}-\frac{3}{9}=\frac{2}{9}$. Neste caso, o professor pede aos alunos para voltarem a ler o enunciado e analisa-o com eles, já que refere “Se apenas a Maria comer…”.

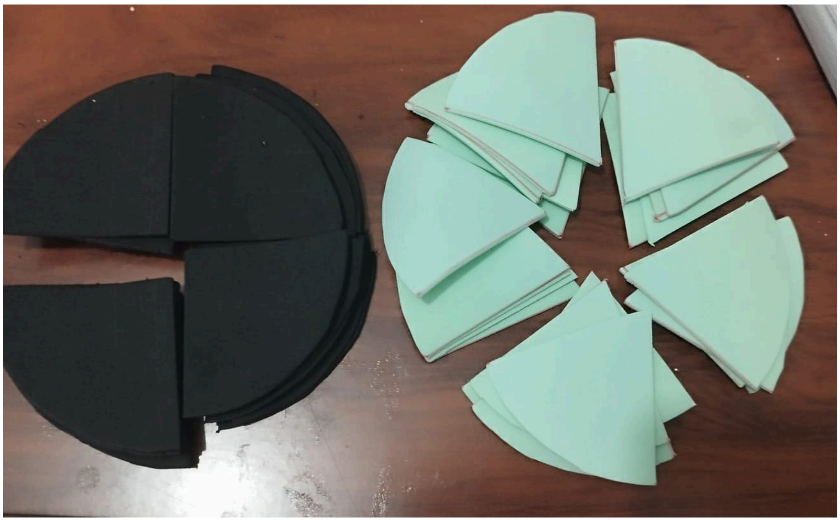
Após o trabalho autónomo, o professor pede que os alunos apresentem as suas respostas, como são poucos grupos há a possibilidade de todos apresentarem as resoluções, assim, caso haja o professor pode destacar as semelhanças e diferenças entre as estratégias apresentada pelos grupos.

O professor deve também destacar a relação entre a representação das frações no material manipulável e a representação simbólica apresentada nas expressões. Assim como, a estratégia de subtração de fração já trabalhada em aulas anteriores.

Imagens do material a ser usado na aula:



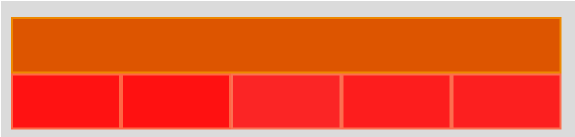




Anexo 4: roteiro da tarefa 4 - Agrupamentos

Enunciado da tarefa: Agrupamentos

1) Numa aula de Matemática, ao manipular o material Cuisenaire, o João diz ao Pedro que 5 barras vermelhas equivalem à maior barra, como ilustra a imagem.



O Pedro afirma que se a maior barra é unidade, então pode representar essa situação através da seguinte igualdade: $5\times\frac{1}{5} = \frac{1}{5}+\frac{1}{5}+\frac{1}{5}+\frac{1}{5}+\frac{1}{5}=\frac{5}{5}$ = 1.

1.1. Explique o pensamento do Pedro.

1.2. Identifique outros agrupamentos semelhantes ao do João e represente-os em linguagem Matemática conforme fez o Pedro.

2. Complete:

Multiplicar um número inteiro por uma fração é o mesmo que ______________________

____

Ano de escolaridade: 5.º ano

Aprendizagens prévias

Com o trabalho já desenvolvido, os alunos devem:

- Reconhecer a fração como possibilidade de representar uma quantidade não inteira relativa a uma relação parte-todo, sendo o todo uma unidade contínua;
- Adicionar frações com o mesmo denominador.

Aprendizagens visadas

Com o seu trabalho nesta tarefa, os alunos devem

- Reconhecer a multiplicação de um número natural por uma fração como a adição sucessiva dessa fração;
- Usar a linguagem simbólica Matemática e reconhecer o seu valor para comunicar sinteticamente e com precisão;

- Descrever a sua forma de pensar acerca de ideias e processos matemáticos, oralmente e por escrito.

Apresentação e desenvolvimento pelo professor

Com esta exploração é esperado que os alunos compreendam a multiplicação de uma fração por um número natural como a adição sucessiva dessa fração

O professor organiza os alunos em pares e distribui a tarefa. De seguida, pede aos alunos para lerem e, posteriormente, esclarece as dúvidas de interpretação dos alunos pode ainda nesse primeiro momento ler os enunciados das questões, Relativamente à questão 1.2., o professor informa os alunos que os agrupamentos a serem encontrados não precisam ser sempre do mesmo tamanho da barra laranja, mas devem lembrar que a barra laranja é sempre a unidade.

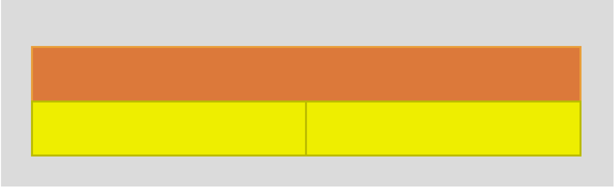
Nesta tarefa a maior dificuldade dos alunos pode estar relacionada com a análise que devem fazer do pensamento do Pedro e em como comunicar a conclusão desta análise, que surge na questão 1.1.

Na questão 1.1. é esperado que os alunos concluam que: o pedro está a adicionar a fração $\frac{1}{5}$ sucessivamente cinco vezes, pois está a multiplicar a fração por cinco, essa conclusão pode ser expressa em linguagem natural semelhante à mencionada anteriormente. Ou pode ainda, que mais dificilmente, ser expressa através de um esquema.

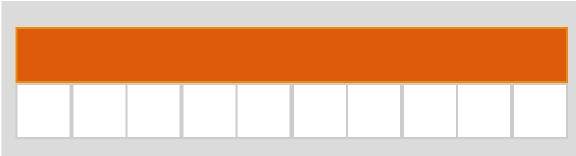
Dado a dificuldade é possível que a explicação apresentada pelos alunos esteja incompleta, cabendo ao professor durante o trabalho autónomo selecionar diferentes resoluções que apresentem ideias complementares, para que no momento de discussão seja possível sintetizá-las em uma só conclusão.

Na questão 1.2., os dois outros possíveis agrupamentos, para além do apresentado pelo João, com a barra laranja é o:

$$2\times\frac{1}{2}=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}= 1$$

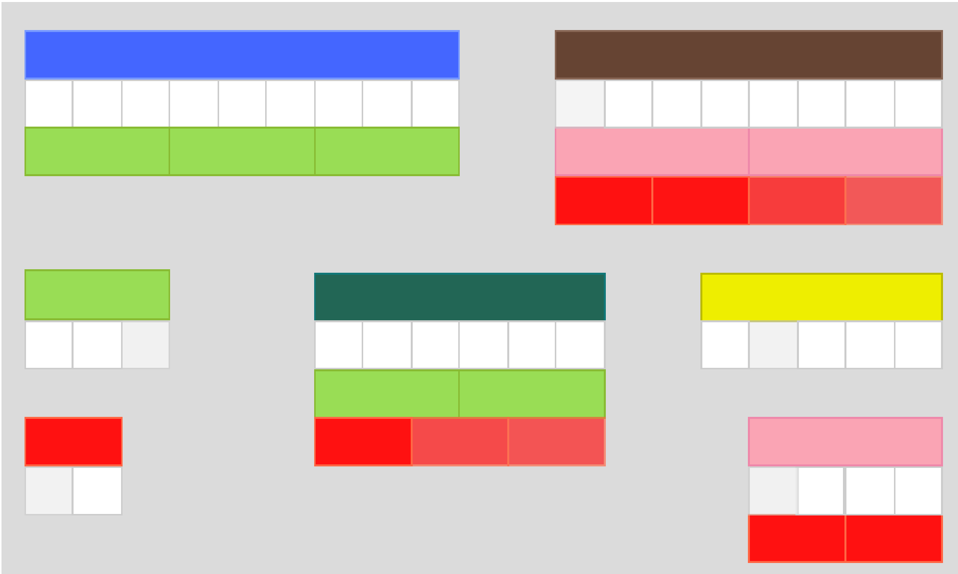


E o: $10\times\frac{1}{10}=\frac{1}{10}+\frac{1}{10}+\frac{1}{10}+\frac{1}{10}+\frac{1}{10}+\frac{1}{10}+\frac{1}{10}+\frac{1}{10}+\frac{1}{10}+\frac{1}{10}= 1$



Neste momento, o professor pode desafiar os alunos a pensar numa explicação para o aparecimento de apenas 3 agrupamentos para a barra laranja, de modo que os alunos relacionem o denominador da fração que representa a unidade com os denominadores das frações unitárias (divisores de 10).

Os alunos podem apresentar agrupamentos para outras barras, como, por exemplo:



Mais uma vez, o professor pode desafiar os alunos a argumentarem sobre a apresentação de todos os agrupamentos possíveis para as barras consideradas, de modo que os alunos relacionem os denominadores das frações unitárias com o denominador da fração que representa a barra inicial.

Nesta questão a maior dificuldades dos alunos pode ser compreender que um agrupamento deve ser composto por apenas um tipo de barra, contrariamente ao pedido em tarefas anteriores. Essa compreensão deve advir da análise do pensamento do João.

Na questão 2 é esperado que os alunos apresentem em linguagem natural algo semelhante à seguinte frase:

Multiplicar um número inteiro por uma fração é o mesmo que **adicionar essa fração sucessivamente tantas vezes quantas o número natural.**

Na discussão da questão 1.1 o professor começa pelas explicações menos completas, de modo a introduzir outros pares da discussão. Para tal, coloca as seguintes questões: Acham que a explicação está completa? O que acham que falta? O que podemos acrescentar?

Na questão 1.2. começa com a apresentação dos pares que fizeram os agrupamentos com a barra laranja, convidando outros pares com agrupamentos diferentes. Seguidamente, introduz na partilha coletiva os alunos que apresentaram agrupamentos para outras barras, destacando sempre a relação entre a multiplicação do número inteiro pela fração com a adição de parcelas iguais.

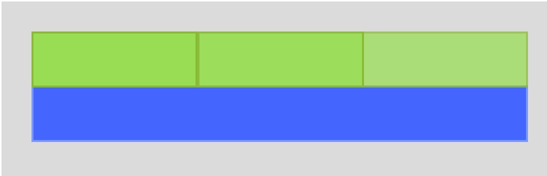
Na questão 2, O professor inicia com os pares que apresentaram sínteses menos completas, levando a turma a avaliar as ideias apresentadas e a completar de modo a chegarem a uma definição socialmente partilhada.

Por fim, o professor pede aos alunos para transcreverem essa definição para o caderno diário.

Anexo 5: roteiro da tarefa 5 - Partes

Enunciado da tarefa: Partes

1. Utilizando o material Cuisenaire, o João descobriu que 3 barras verdes claro equivalem à barra azul, como ilustra a imagem. Essa situação pode ser representada pela seguinte igualdade: $3x\frac{3}{10} = \frac{3}{10} + \frac{3}{10} + \frac{3}{10} = \frac{9}{10}$



1.1. Determine os outros agrupamentos que equivalem à:

a) barra azul.

b) barra castanho.

c) barra verde escuro.

d) barra rosa.

1.2. A Maria descobriu o mesmo que o João, que 3 barras verdes claro equivalem à barra azul, mas propôs uma igualdade diferente para representar essa situação: $3x\frac{1}{3} = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{3}{3} = 1$. Quem está correto? Justifique a sua resposta.

Aprendizagens prévias

Com o trabalho desenvolvido nas aulas anteriores, os alunos devem:

- Reconhecer a multiplicação de um número natural por uma fração como a adição sucessiva dessa fração.

Aprendizagens visadas

Com o trabalho desenvolvido nessa tarefa, os alunos devem:

- Reconhecer a multiplicação de um número natural por uma fração como a adição sucessiva dessa fração.

- Usar a linguagem simbólica Matemática e reconhecer o seu valor para comunicar sinteticamente e com precisão;
- Descrever a sua forma de pensar acerca de ideias e processos matemáticos, oralmente e por escrito;

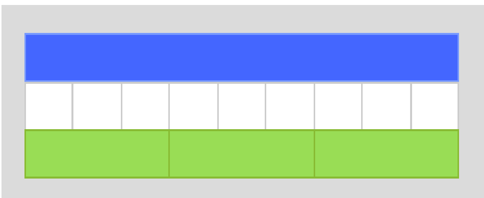
Apresentação e desenvolvimento pelo professor

Com esta exploração pretende-se que os alunos do 5.º ano trabalhem com a multiplicação de um número natural por uma fração, aprofundando a estratégia da multiplicação de um número natural por uma fração como a adição sucessiva dessa fração.

A professora estagiária começa por organizar os alunos em grupos de 4 e distribui o enunciado, informando que têm 30 minutos para resolver a tarefa. Durante o trabalho autónomo, a professora estagiária acompanha o trabalho dos alunos e em casos de dúvidas estimula a discussão entre os alunos do grupo.

Na questão 1.1., a professora estagiária alerta os alunos para a necessidade de apresentarem uma estratégia que garanta a apresentação de todas as possibilidades de agrupamento para as respectivas barras. Assim, é esperado que os alunos apresente as resoluções semelhantes às abaixo:

a) A barra azul.



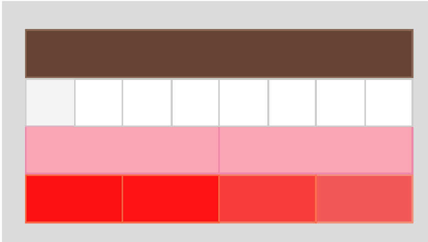
- Com as barras brancas:

$9\,x \frac{1}{10} = \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} = \frac{9}{10}.$

- Com as barras verdes:

$3\,x \frac{3}{10} = \frac{3}{10} + \frac{3}{10} + \frac{3}{10} = \frac{9}{10}$

b) A barra castanha.



- Com as barras brancas:

$8\ x \frac{1}{10} = \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} = \frac{8}{10}.$

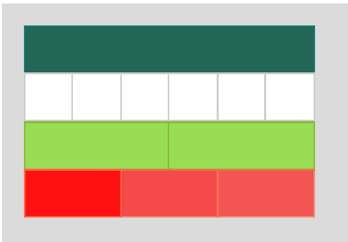
- Com as barras cor de rosas:

$2\ x \frac{4}{10} = \frac{4}{10} + \frac{4}{10} = \frac{8}{10}$

- Com as barras vermelhas:

$4\ x \frac{2}{10} = \frac{2}{10} + \frac{2}{10} + \frac{2}{10} + \frac{2}{10} = \frac{8}{10}$

c) A barra verde escuro.



- Com as barras brancas:

$6\ x \frac{1}{10} = \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} = \frac{6}{10}.$

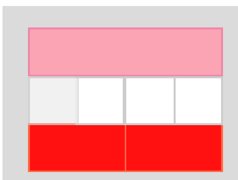
- Com as barras verde claros:

$2\ x \frac{3}{10} = \frac{3}{10} + \frac{3}{10} = \frac{6}{10}$

- Com as barras vermelhas:

$3\ x \frac{2}{10} = \frac{2}{10} + \frac{2}{10} + \frac{2}{10} = \frac{6}{10}$

d) A barra rosa.



- Com as barras brancas:

$4\,x\frac{1}{10} = \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} = \frac{4}{10}.$

- Com as barras vermelhas:

$2\,x\frac{2}{10} = \frac{2}{10} + \frac{2}{10} = \frac{4}{10}$

Na questão 2, os alunos podem apresentar algumas dificuldades, pois podem não compreender que João e Maria utilizaram barras diferentes como unidades, o João utilizou a barra laranja como unidade e a Maria utilizou a barra azul. Assim, a professora estagiária questiona os alunos em caso de dúvida: a barra verde que parte é da barra laranja? E da barra azul?

Alguns dos argumentos que os alunos podem apresentar:

- O João está correto, pois a barra verde clara equivale a $\frac{3}{10}$ e não $\frac{1}{3}$ da barra laranja.
- A Maria está correta, pois três barras verdes equivalem a uma barra azul.
- Ambos estão corretos, pois a barra verde clara equivale a $\frac{3}{10}$ da barra laranja e $\frac{1}{3}$ da barra azul.

Assim, a professora estagiária ajuda os alunos a concluírem que João utilizou a barra verde como parte da barra laranja e a Maria utilizou como parte da barra azul; dessa forma utilizaram unidades diferentes. Portanto, ambos estão corretos de acordo com as unidades utilizadas por eles.

Na discussão da questão 1.1, a professora estagiária inicia a partilha coletiva com os alunos que apresentaram agrupamentos incompletos ou que usaram apenas a barra branca, questionando se não seria possível encontrar outras possibilidades, incentivando que os alunos que conseguiram pensar em outros agrupamentos partilhem as suas outras possibilidades.

Na questão 1.2, a professora estagiária verifica quais alunos responderam que o João está correto, quais responderam que a Maria está correta e quais alunos argumentaram que ambos estão corretos. A professora estagiária então volta a questionar os alunos: a barra verde que parte é da barra laranja? E da barra azul? Qual barra o João usa como unidade? E a Maria? Qual a diferença na resolução entre o João e a Maria?

Anexo 6: roteiro da tarefa 6 - Barras

Enunciado da tarefa: Barras

1) Utilizando o material cuisenaire e a maior barra como unidade, verifique se as igualdades seguintes são verdadeiras ou falsas. Explique a sua resposta.

a) $2\times \frac{1}{10} = \frac{2}{10}$

b) $2 \times \frac{2}{10} = \frac{4}{10}$

c) $3 \times \frac{3}{10} = \frac{9}{10}$

d) $3 \times \frac{2}{10} = \frac{2}{5}$

e) $4 \times \frac{2}{10} = \frac{4}{5}$

2) Escolha uma das igualdades anteriores e apresenta uma maneira de determinar se é verdadeira ou falsa sem o uso do material de cuisenaire.

3) Complete:

Para multiplicar um número natural por uma fração ________________________________

____

_.

Aprendizagens prévias

Com o trabalho desenvolvido nas aulas anteriores, os alunos devem:

- Reconhecer a multiplicação de um número natural por uma fração como a adição sucessiva dessa fração.

Aprendizagens visadas

Com o seu trabalho nesta tarefa, os alunos devem:

- Reconhecer a multiplicação de um número natural por uma fração como a adição sucessiva dessa fração.
- Descrever a sua forma de pensar acerca de ideias e processos matemáticos, oralmente e por escrito.

Apresentação e desenvolvimento pelo professor

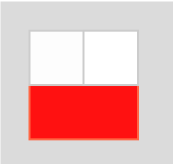
Com esta exploração pretende-se que os alunos do 5.º ano trabalhem com a multiplicação de um número natural por uma fração, e compreendam a estratégia de multiplicar o número natural pelo numerador.

O professor primeiramente divide os alunos em grupos e distribui o enunciado, em seguida indica o tempo para o trabalho autônomo. Durante o trabalho autônomo o professor pode em casos de dúvidas estimular a discussão entre os alunos do grupo, dado aos trabalhos desenvolvidos nas aulas anteriores não é esperado que os alunos apresentem dificuldades.

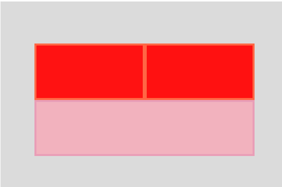
Após o trabalho autônomo o professor deve iniciar então a discussão pedindo aos grupos que apresentem as suas resoluções.

Na questão 1 é esperado que os alunos apresente as seguintes resoluções:

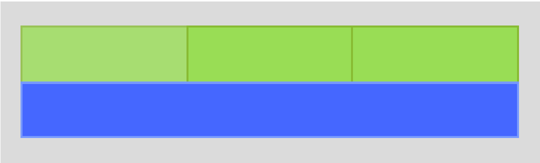
a) $2\times\frac{1}{10} = \frac{2}{10}$, verdadeira, pois duas barras brancas são igual a uma barra vermelha.



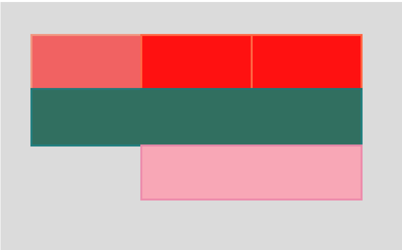
b) $2\times\frac{2}{10} = \frac{4}{10}$, verdadeira, pois duas barras vermelhas são igual a uma barra cor de rosa.



c) $3\times\frac{3}{10} = \frac{9}{10}$, verdadeira, pois três barras verdes são igual a uma barra azul.



d) $3\times\frac{2}{10} = \frac{2}{5}$, falsa, pois três barras vermelhas são igual a uma barra verde escuro e não são igual a barra cor de rosa. Assim, $3\times\frac{2}{10} = \frac{6}{10}\ ou\ \frac{3}{5}$.



e) $4 \times \frac{2}{10} = \frac{4}{5}$, verdadeira, pois quatro barras vermelhas são igual a uma barra castanha. Assim, $4 \times \frac{2}{10} = \frac{8}{10}\ ou\ \frac{4}{5}$.

Nas alíneas *d* e *e,* para além de encontrarem as barras correspondentes os alunos devem compreender que tratam-se de frações equivalentes e isso deve ser destacado pelo professor.

Na questão 2, os alunos podem apresentar, independente da alínea que escolham ou a estratégia de adições consecutivas das frações ou a estratégia de multiplicar o número natural pelo numerador da fração.

Na questão 3, é esperado que os alunos concluam que:
Para multiplicar um número natural por uma fração **deve-se multiplicar o número natural pelo numerador da fração.**

Além disso, o professor deve questionar os alunos como poderíamos representar essa situação em linguagem Matemática. Assim, o professor deve propor aos alunos o seguinte: qual o produto de $a\times\frac{b}{c}$, sendo *a, b* números inteiros quaisquer, e *c* um número inteiro qualquer diferente de zero?

Os alunos devem compreender que o produto, conforme definido na questão 3 é: $\frac{a\times b}{c}$.

Por fim, o professor deve pedir aos alunos que transcrevam no caderno tanto a sentença da questão 3, quanto a expressão em linguagem Matemática.

Anexo 7: roteiro da tarefa 7 - Às voltas com a piza

Enunciado da tarefa: Às voltas com a piza

1. Os pais do Pedro foram jantar à pizaria do seu bairro. A mãe do Pedro comeu $\frac{1}{3}$ da piza e o pai $\frac{1}{6}$ da piza. Recorrendo ao material setores circulares, explique como deve proceder para determinar a parte da piza que os pais do Pedro comeram.

2. Utilizando os setores circulares, determine:

a) $\frac{1}{3}+\frac{2}{9}$

b) $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}$

c) $\frac{1}{2}-\frac{3}{8}$

d) $\frac{2}{4}-\frac{1}{8}$

3. Tendo em conta o trabalho anterior com os sectores circulares, complete: Para adicionar ou subtrair duas frações com denominadores múltiplos um do outro, basta transformar a fração com o ______ (menor/maior) denominador numa fração ____________ que tenha o ________ denominador que a fração com o ______ (menor/maior) denominador.

Aprendizagens prévias

Com o trabalho desenvolvido nas aulas anteriores, os alunos devem:

- Reconhecer e determinar frações equivalentes através de uma relação multiplicativa.

Aprendizagens visadas

Com o seu trabalho nesta tarefa, os alunos devem:

- Adicionar e subtrair frações, em casos em que um denominador é múltiplo do outro;
- Descrever a sua forma de pensar acerca de ideias e processos matemáticos, oralmente e por escrito.

Apresentação e desenvolvimento pelo professor

Com esta exploração pretende-se que os alunos do 5.º ano compreendam como se adicionam/subtraem frações, nos casos em que um dos denominadores é múltiplo do outro.

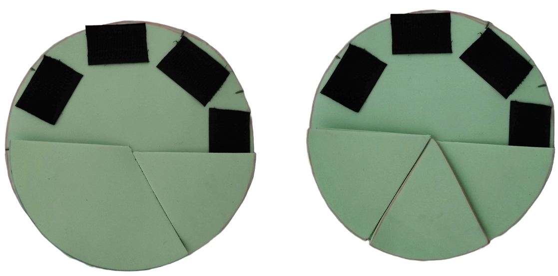
Posteriormente, os alunos são convidados a registar em linguagem natural essa regra. Este trabalho é apoiado pelo uso material setores circulares.

A professora estagiária, primeiramente, divide os alunos em grupos de 5 e distribui o enunciado, em seguida indica o tempo de 15 minutos para o trabalho autónomo. Durante o trabalho autônomo, a professora estagiária estimula a discussão entre os alunos do grupo, como uma primeira estratégia para ajudar os alunos a ultrapassarem as suas dificuldades.

Após o trabalho autônomo o professor deve iniciar então a discussão pedindo aos grupos que apresentem as suas resoluções, pedindo que os alunos demonstrem através do material setores circulares e expliquem como esse se relaciona com a expressão Matemática proposta por eles.

Na questão 1 é esperado que os alunos sejam capazes de identificar a operação de adição. Os alunos começam por selecionar os setores correspondentes às frações indicadas. Posteriormente, compreendem que para adicionar as frações dadas precisam substituir o setor correspondente à fração $\frac{1}{3}$ por dois setores iguais ao que representa a fração $\frac{1}{6}$, estratégia essa que se traduz pelas seguintes igualdades : $\frac{1}{3}+\frac{1}{6}=\frac{2}{6}+\frac{1}{6}=\frac{3}{6}$ e que os alunos podem apresentar, também, como justificação.

Alguns alunos podem, posteriormente, aperceber-se que os 3 sectores correspondentes à fração $\frac{1}{6}$ são equivalentes a metade do círculo, isto é, são correspondentes à fração $\frac{1}{2}$. Ao traduzirem para linguagem Matemática esta estratégia, devem constatar a equivalência das frações $\frac{3}{6}$ e $\frac{1}{2}$. Assim, os alunos concluem que os pais do Pedro comeram $\frac{3}{6}$ da pizza ou $\frac{1}{2}$ da pizza. A apresentação da resposta na forma irredutível é bastante sugerida pela manipulação do material, como mostra a imagem seguinte:



Na questão 2, é esperado que os alunos, através da manipulação do material setores circulares, sejam capazes de repetir o processo, apresentando as seguintes resoluções:

a) $\frac{1}{3} + \frac{2}{9} = \frac{3}{9} + \frac{2}{9} = \frac{5}{9}$

Na alínea a) dado que só uma resposta possível assim, os alunos devem selecionar 3 setores correspondentes a fração $\frac{1}{9}$, a professora estagiária pode também questionar os alunos se a alguma fração com denominador 6 que também funcionaria para resolver a expressão.

b) $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{2}{4} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

Na alínea b) os alunos também podem recorrer aos setores referentes a fração $\frac{1}{8}$, selecionando 4 setores correspondente a $\frac{1}{8}$ e adicionando mais dois setores também correspondentes a $\frac{1}{8}$, ou seja, $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{4}{8} + \frac{2}{8} = \frac{6}{8}$.

c) $\frac{1}{2} - \frac{3}{8} = \frac{4}{8} - \frac{3}{8} = \frac{1}{8}$

Na alínea c) só há uma resposta possível, pois o enunciado, pois ambas as frações apresentadas são irredutíveis, a professora estagiária pode também questionar os alunos se a alguma fração com denominador 4 que também funcionaria para resolver a expressão.

d) $\frac{2}{4} - \frac{1}{8} = \frac{4}{8} - \frac{1}{8} = \frac{3}{8}$

Na alínea d) pode acontecer que alguns alunos selecionem dois setores correspondentes à fração $\frac{1}{4}$ ou apenas 1 setor correspondente à fração $\frac{1}{2}$, se pensarem na fração irredutível.

Na questão 3, dada as aulas anteriores e a atividade proposta não é esperado que os alunos tenham quaisquer dificuldades em completar a frase, assim:

> Para adicionar ou subtrair duas frações com denominadores múltiplos um do outro, basta transformar a fração com o **menor** denominador numa fração **equivalente** que tenha o **mesmo** denominador que a fração com o **maior** denominador.

A professora estagiária dá início à discussão convidando os grupos a apresentarem as suas estratégias, solicitando que acompanham as suas explicações com a manipulação do material setores circulares. Coloque o foco quer em estratégias diferentes usando os setores circulares, quer nas correspondentes traduções desses raciocínios para linguagem Matemática.

Anexo 8: autorização enviada aos Encarregados de Educação

PEDIDO DE AUTORIZAÇÃO PARA RECOLHA DE DADOS

Eu, Nayara de Souza Felix, aluna do Mestrado em Ensino do 1.º Ciclo de Ensino Básico e de Matemática e Ciências Naturais no 2.º Ciclo de Ensino Básico da Escola Superior de Educação de Viseu, encontro-me a desenvolver um projeto de investigação, cujo objetivo é identificar a importância da utilização de materiais didáticos na aprendizagem dos números racionais não negativos. Deste modo, venho, por este meio, solicitar a V.ª Ex.ª autorização para o seu educando participar na presente investigação.

Informo que os dados recolhidos serão confidenciais e utilizados apenas para fins da referida investigação.

Agradeço, desde já, a atenção dispensada.

Viseu, ____de___________de_______

A investigadora

____

Eu, ____ Encarregado(a) de Educação do(a) aluno(a) ____, da turma __ do 5.º ano, autorizo/não autorizo (riscar a opção que não interessa) o meu educando a participar no projeto de investigação acima referido.

Assinatura do(a) Encarregado(a) de Educação

____