



**Politécnico  
de Viseu**

Escola Superior  
de Tecnologia  
e Gestão de Viseu

# **O efeito da ação sísmica num edifício em função da localização de uma piscina em altura**

Juneor Neto Osokoski Sachet

## **Dissertação**

Mestrado em Engenharia de Construção e Reabilitação

Trabalho efetuado sob a orientação de  
Professor Doutor Gilberto Antunes Ferreira Rouxinol  
Professora Doutora Heloiza Aparecida Piassa Benetti

Fevereiro de 2023



**Politécnico  
de Viseu**

Escola Superior  
de Tecnologia  
e Gestão de Viseu

# **O efeito da ação sísmica num edifício em função da localização de uma piscina em altura**

Juneor Neto Osokoski Sachet

## **Dissertação**

Mestrado em Engenharia de Construção e Reabilitação

Trabalho efetuado sob a orientação de

Professor Doutor Gilberto Antunes Ferreira Rouxinol  
Professora Doutora Heloiza Aparecida Piassa Benetti

Fevereiro de 2023

# Resumo

A dissertação apresenta o estudo sobre a influência da localização em altura de uma piscina, num edifício sujeito à ação sísmica. A piscina pode representar um diferencial e pode satisfazer as exigências da procura do mercado. A posição da piscina no edifício pode ter um impacto significativo no custo de construção.

Para o estudo são desenvolvidos dois programas de cálculo: (1) Ação Sísmica; e (2) Análise de Estruturas. Num primeiro é implementado o método da sobreposição modal e no segundo o método dos deslocamentos. Ambos os programas são escritos em C++.

O caso de estudo consiste em estudar quatro edifícios, de 5, 9, 15 e 19 pisos, de iguais dimensões em planta e com a piscina localizada ou no R/C, ou no primeiro piso, ou no piso localizado a meia altura, ou no último piso.

Os resultados indicam que a piscina influencia o valor das forças laterais. A maior influência ocorre quando a piscina está no primeiro piso dos edifícios, independente da altura dos mesmos. O edifício que obteve o melhor desempenho perante a ação sísmica foi o de 9 pisos, com a piscina no piso médio e no último piso, cuja variação de esforços em relação ao edifício com a piscina no R/C (sem piscina) foi a menor.

**Palavras-chave:** Piscinas, Sismos, Edifícios, Método da Sobreposição Modal, Método dos Deslocamentos.



# Abstract

The dissertation presents a study on the influence of the vertical location of a swimming pool in a building subject to a seismic action. The pool can represent a unique feature and meet market demand requirements. The pool's position in the building can have a significant impact on construction costs.

For the study, two computer applications were developed: (1) Seismic Action; and (2) Structural Analysis. The modal superposition method is implemented in the first program, and the displacement method in the second, both written in C++.

The case study involves examining four buildings with 5, 9, 15, and 19 floors of equal dimensions in plan, with the pool located on the ground floor, the first floor, the mid-level floor, or the top floor.

The results indicate that the pool affects the value of lateral forces. The most significant impact occurs when the pool is on the first floor of the buildings, regardless of their height. The 9-story building with the pool located on the mid-level and top floor had the best performance against seismic action, with the smallest variation of forces compared to the building with the pool on the ground floor (without a pool).

**Keywords:** Pools, Earthquakes, Buildings, Modal Superposition Method, Displacement Method.



# Agradecimentos

Agradeço ao meu orientador Gilberto e minha coorientadora Heloiza, pelo incansável apoio, dúvidas esclarecidas e ensinamentos repassados ao longo deste trabalho e no decorrer da graduação.

Agradeço a minha família por todo o apoio ao longo da minha da minha formação, sem os meus pais, Ilton e Margarete, essa formação não seria concluída. Agradeço ao meu irmão Luis, por todo o companheirismo e amizade que me fizeram crescer ao seu lado.

Agradeço ao meu tio Nelson, sem ele este intercambio não seria possível.

Agradeço a Larissa por todo o apoio e companheirismo no dia-a-dia ao meu lado, sempre me incentivando e ajudando no que for preciso.

Agradeço ao Tiago, por ter me acolhido e ajudado com todos os conselhos, principalmente no início da graduação e no decorrer dela.

Agradeço as amizades que formei na graduação e foram essenciais para chegar ao fim dessa jornada, certamente foram essenciais e fizeram grande diferença nesta fase.

Agradeço em particular meus amigos que vivi bons momentos e vou levar para a vida. José Otávio, minha primeira amizade em Pato Branco e Fernando Neres, meu companheiro de moradia nos últimos anos da faculdade.



# Sumário

<b>Lista de Figuras</b>	<b>x</b>
<b>Lista de Tabelas</b>	<b>xii</b>
<b>Abreviaturas e Siglas</b>	<b>xii</b>
<b>Notação</b>	<b>xiii</b>
<b>1 Introdução</b>	<b>1</b>
1.1 Importância do tema . . . . .	1
1.2 Objetivos . . . . .	2
<b>2 Efeito dos sismos nas estruturas</b>	<b>3</b>
2.1 Efeitos nos solos . . . . .	4
2.1.1 Liquefação . . . . .	4
2.1.2 Deslizamento . . . . .	4
2.1.3 Abatimento e compactação . . . . .	5
2.2 Efeitos nas estruturas de betão armado . . . . .	5
2.2.1 Fundações . . . . .	6
2.2.2 Ligação deficiente entre elementos estruturais . . . . .	6
2.2.2.1 Ligação sapata/pilar . . . . .	7
2.2.2.2 Ligação viga/pilar . . . . .	7
2.2.3 Interrupção ou enfraquecimento do sistema estrutural na base . . . . .	8
2.2.4 Colunas curtas . . . . .	8
2.2.5 Choques entre edifícios adjacentes . . . . .	9
2.2.6 Pormenorização de armaduras . . . . .	9
<b>3 Construção de piscinas em edifícios</b>	<b>11</b>
3.1 Valor agregado . . . . .	11
3.2 Tipos mais usados . . . . .	12
3.3 Efeito do aumento de carga . . . . .	15
<b>4 Métodos de análise e aplicações informáticas</b>	<b>18</b>
4.1 Introdução . . . . .	18
4.2 A aplicação - Análise de Estruturas . . . . .	19
4.2.1 Método dos deslocamentos . . . . .	19

4.2.1.1	Coeficientes de rigidez axial . . . . .	19
4.2.1.2	Coeficientes de rigidez de flexão . . . . .	20
4.2.1.3	Matriz de rigidez . . . . .	20
4.2.1.4	Equações de equilíbrio - Deslocamentos globais . . . . .	22
4.2.2	O código-fonte - Análise de Estruturas . . . . .	23
4.2.2.1	Escrita . . . . .	23
4.2.2.2	Compilação . . . . .	23
4.2.2.3	<i>Linkagem</i> . . . . .	24
4.2.2.4	Execução . . . . .	24
4.3	A aplicação - Ação Sísmica . . . . .	24
4.3.1	Condições do terreno . . . . .	24
4.3.2	Ação sísmica . . . . .	24
4.3.3	Espectro de cálculo para a análise elástica . . . . .	25
4.3.4	Combinações de ações para situações de projeto sísmicas . . . . .	27
4.3.5	Análise modal por espectro de resposta . . . . .	28
4.3.6	Frequências próprias e modos de vibração . . . . .	29
4.3.7	Massa modal, rigidez modal e fator de participação modal . . . . .	31
4.3.8	Massa modal efetiva, amplitude modal, deslocamento modal e força de inércia modal . . . . .	31
4.3.8.1	Regras específicas para edifícios de betão . . . . .	32
4.4	Validação das aplicações . . . . .	34
4.4.1	Análise de Estruturas - Teste 1 . . . . .	34
4.4.2	Análise de Estruturas - Teste 2 . . . . .	38
4.4.3	Análise de Estruturas - Teste 3 . . . . .	39
4.4.4	Ação Sísmica - Teste 1 . . . . .	40
4.4.5	Ação Sísmica - Teste 2 . . . . .	41
4.4.6	Ação Sísmica - Teste 3 . . . . .	41
<b>5</b>	<b>Estudo de casos práticos</b> . . . . .	<b>43</b>
5.1	Introdução . . . . .	43
5.2	Caracterização dos edifícios . . . . .	43
5.2.1	Pré-dimensionamento dos elementos . . . . .	43
5.2.1.1	Lajes . . . . .	43
5.2.1.2	Vigas . . . . .	46
5.2.1.3	Pilares . . . . .	46
5.2.2	Simplificações adotadas . . . . .	47
5.3	Definição das cargas . . . . .	47
5.3.1	Ações permanentes . . . . .	48
5.3.2	Ações variáveis . . . . .	48
5.3.2.1	Sobrecargas . . . . .	48
5.3.2.2	Vento . . . . .	49
5.3.3	Ação sísmica . . . . .	49
5.3.4	Coeficiente de comportamento . . . . .	49

---

<b>6</b>	<b>Resultados</b>	<b>50</b>
6.1	Introdução . . . . .	50
6.2	Massas a considerar . . . . .	50
6.3	Resultados do programa Ação Sísmica . . . . .	50
6.4	Resultados do programa Análise de Estruturas . . . . .	56
<b>7</b>	<b>Conclusão e desenvolvimentos futuros</b>	<b>64</b>
7.1	Conclusão . . . . .	64
7.2	Desenvolvimentos futuros . . . . .	65
	<b>Apêndice A</b>	<b>67</b>
	<b>Apêndice B</b>	<b>68</b>

# Lista de Figuras

2.1	Fenómeno de liquefação. Liquefação do solo na Turquia em 1999 (Lopes, 2008). . . . .	4
2.2	Fenómeno de deslizamento. Deslizamento de uma vertente em Niigata, 2004 (Lopes, 2008). . . . .	5
2.3	Fenómeno de abatimento e compactação. Abatimento de origem tectónica (Lopes, 2008). . . . .	6
2.4	Sequência defeituosa da execução de uma fundação (Lopes, 2008): (a) Cravação de varões de aço na fase inicial de secagem do betão; (b) Processo final. . . . .	7
2.5	Colapso de uma zona crítica do tipo ligação viga/pilar (Decanini et al., 2002). . . . .	8
2.6	Interrupção ou enfraquecimento do sistema estrutural (Lopes, 2008): (a) Interrupção de elementos estruturais verticais; (b) Danos num edifício com menos paredes no piso térreo. . . . .	9
2.7	Formação de coluna curta devido à falta de preenchimento da alvenaria até ao topo (Lopes, 2008). . . . .	9
2.8	Danos na extrema de dois edifícios - um antigo ( <i>Old Building</i> ) e o outro novo ( <i>New Building</i> ) - no sismo de L'Aquila de 2009 (Rajaram e Kumar, 2014). . . . .	10
2.9	Cintagem deficiente - encurvadura por flexão das armaduras verticais por compressão e perda de material (Lopes, 2008). . . . .	10
3.1	Classificação de piscinas (Flores, 2016). . . . .	12
3.2	Piscina com formato de um violino em Nova York (Cipriano, 2014). . . . .	13
3.3	Configurações da localização da piscina (Agrawal e Wahane, 2020). . . . .	14
3.4	Modelos de pórtico plano simulando o aumento do número de pisos e da massa no topo do edifício. Deslocamentos e diagramas de esforço de flexão sob a ação sísmica antes e após a alteração, respetivamente (Lopes, 2008). . . . .	15
3.5	Princípio básico da análise sísmica (Lopes, 2008). . . . .	16
3.6	Corte basal na direção X e Y (More e Kale, 2017). . . . .	17
4.1	Coeficientes de rigidez axial (Martha, 2010). . . . .	20
4.2	Coeficientes de rigidez de flexão (Martha, 2010). . . . .	20
4.3	Modelo esquemático utilizado para a descrição do método dos deslocamentos (Martha, 2010). . . . .	21

---

4.4	Forma do espectro de resposta elástica (NP EN 1998-1-1, 2010). . . .	25
4.5	Estrutura para o teste 1 (Martha, 2010) . . . . .	34
4.6	SH da estrutura da Figura 4.5 (Martha, 2010). . . . .	35
4.7	Solicitação externa isolada no SH da Figura 4.6 (Martha, 2010). . . .	35
4.8	Deslocamento $D_1$ isolado no SH da Figura 4.6 (Martha, 2010). . . . .	36
4.9	Descrição da metodologia do método dos deslocamentos (Martha, 2010). . .	37
4.10	Estrutura para o teste 2 (Ghali e Neville, 2017) . . . . .	38
4.11	Estrutura para o teste 3 (Ghali e Neville, 2017) . . . . .	39
4.12	Estrutura para o teste 1 (Lopes, 2008). . . . .	40
4.13	Estrutura para o teste 2 (Costa, 2000). . . . .	41
4.14	Estrutura para o teste 3 (Ghali e Neville, 2017). . . . .	42
5.1	Planta dos edifícios . . . . .	44
5.2	Dois primeiros casos de estudo: (a) 5 pisos; (b) 9 pisos . . . . .	44
5.3	Dois últimos casos de estudo: (a) 15 pisos; (b) 19 pisos . . . . .	45
5.4	Áreas de influência dos pilares (Appleton, 2013). . . . .	46
6.1	Forças laterais atuantes no pórtico de 5 pisos . . . . .	51
6.2	Forças laterais atuantes no pórtico de 9 pisos . . . . .	52
6.3	Forças laterais atuantes no pórtico de 15 pisos . . . . .	54
6.4	Forças laterais atuantes no pórtico de 19 pisos . . . . .	55
6.5	Deslocamentos - Pórtico de 5 pisos . . . . .	57
6.6	Deslocamentos - Pórtico de 9 pisos . . . . .	57
6.7	Deslocamentos - Pórtico de 15 pisos . . . . .	58
6.8	Deslocamentos - Pórtico de 19 pisos . . . . .	58
6.9	Esforço fletor máximo nos pórticos . . . . .	62
6.10	Esforço transverso máximo nos pórticos . . . . .	63
6.11	Esforço normal máximo nos pórticos . . . . .	63

# Lista de Tabelas

4.1	Aceleração máxima de referência (NP EN 1998-1-1, 2010). . . . .	25
4.2	Valores para o espectro de resposta elástica de tipo 1 (NP EN 1998-1-1, 2010) . . . . .	26
4.3	Valores para o espectro de resposta elástica de tipo 2 (NP EN 1998-1-1, 2010) . . . . .	27
4.4	Valores de $\varphi$ para calcular $\psi_{E,i}$ (NP EN 1998-1-1, 2010) . . . . .	28
4.5	Valor básico do coeficiente de comportamento $q_o$ , para sistemas regulares em altura (NP EN 1998-1-1, 2010) . . . . .	33
4.6	Momentos fletores finais da estrutura (Martha, 2010, pág. 327). . . . .	37
4.7	Comparação dos valores de momentos fletores finais da estrutura com 3 graus de liberdade . . . . .	38
4.8	Comparação dos valores dos momentos fletores finais da estrutura com 6 graus de liberdade . . . . .	39
4.9	Comparação de momentos fletores finais da estrutura com tirantes com 6 graus de liberdade. . . . .	39
4.10	Forças de inércia modais F (KN) . . . . .	40
4.11	Forças de inércia modais F (KN) . . . . .	41
4.12	Forças de inércia modais F (KN) . . . . .	42
5.1	Dimensão dos pilares em cm. . . . .	47
5.2	Valor adotado para as cargas permanentes (Farinha e dos Reis, 1993 e NP EN 1991-1-1, 2009). . . . .	48
5.3	Valor adotado para as sobrecargas (NP EN 1991-1-1, 2009). . . . .	48
5.4	Valor de referência para Lisboa (NP EN 1998-1-1, 2010). . . . .	49
6.1	Massas do pórtico . . . . .	50
6.2	Forças laterais atuantes no pórtico de 5 pisos . . . . .	51
6.3	Forças laterais atuantes no pórtico de 9 pisos . . . . .	52
6.4	Forças laterais atuantes no pórtico de 15 pisos . . . . .	53
6.5	Forças laterais atuantes no pórtico de 19 pisos . . . . .	54
6.6	Força de corte basal máxima . . . . .	56
6.7	Valores dos deslocamento globais . . . . .	60
6.8	Somatório de esforço transverso na base e de forças horizontais aplicadas . . . . .	60
6.9	Somatório de esforço normal na base e de forças verticais aplicadas . . . . .	61
6.10	Esforços máximos na base do pórtico . . . . .	61

# Abreviaturas e Siglas

ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
ANSI	American National Standards Institute
CMAKE	Cross Platform Make
DCH	Classe de Ductilidade Alta
DCM	Classe de Ductilidade Média
EC8	Eurocódigo 8
ESTGV	Escola Superior de Tecnologia e Gestão de Viseu
ETABS	Integrated Analysis, Design and Drafting of Building Systems
IDE	Integrated Development Environment
IPV	Instituto Politécnico de Viseu
JN	Jornal de Notícias
NP EN	Norma Portuguesa
PDV	Princípio dos Deslocamentos Virtuais
SH	Sistema Hipergeométrico
SPT	Standart Penetraton Test

# Notação

$F$	Força
$M$	Massa
$a$	Aceleração
$d$	Deslocamento local
$D$	Deslocamentos global
$k$	Coefficiente de rigidez local
$f$	Força
$K$	Coefficiente de rigidez global
$E$	Módulo de elasticidade
$I$	Inércia
$C_u$	Resistência ao corte
$a_{gR}$	Aceleração máxima de referência
$S_d(T)$	Espectro de cálculo
$T$	Período de vibração de um sistema linear com um grau de liberdade
$T_B$	Limite inferior do período no patamar de aceleração espectral constante
$T_C$	Limite superior do período no patamar de aceleração espectral constante
$T_D$	Valor que define no espectro o início do ramo de deslocamento constante
$a_g$	Valor de cálculo da aceleração à superfície para um terreno do tipo A
$S$	Coefficiente de solo
$q$	Coefficiente de comportamento
$\beta$	Coefficiente correspondente ao limite inferior do espectro de cálculo horizontal
$\gamma_I$	Coefficiente de importância
$E_d$	Valor de cálculo dos esforços
$G_{k,j}$	Valor característico da ação permanente $j$
$\psi_{E,i}$	Coefficiente de combinação para a ação variável $i$
$Q_{k,i}$	Valor característico da ação variável acompanhante $i$
$A_d$	Valor de cálculo de uma ação de acidente
$\psi_{2,i}$	Coefficiente para a determinação do valor quase-permanente de uma ação variável $i$
$n$	Número de pisos acima da fundação ou do nível superior de uma cave rígida

---

$T_k$	período de vibração do modo $k$
$E_E$	Efeito considerado da ação sísmica (força, deslocamento, etc.)
$E_{E,i}$	Valor desse efeito da ação sísmica devido ao modo de vibração $i$
$m$	Massa
$\ddot{u}(t)$	Aceleração
$c$	Amortecimento
$\dot{u}(t)$	velocidade
$u(t)$	Deslocamento
$p(t)$	Vetor forças exteriores
$\omega_w$	Frequência natural angular de vibração
$f$	Frequência natural de vibração
$\phi$	Modo de vibração
$\Gamma$	Fator de participação modal
$M_{eff}$	Massa modal efetiva
$U$	Amplitudes modal
$F_I$	Força de inércia modal
$q_o$	Valor básico do coeficiente de comportamento
$k_w$	Coefficiente que reflete o modo de rotura predominante nos sistemas estruturais de paredes
$\alpha_1$	Fator multiplicativo da ação sísmica horizontal de cálculo, na formação da primeira rótula plástica no sistema
$\alpha_u/$	Fator multiplicativo da ação sísmica horizontal de cálculo, na formação do mecanismo plástico global
$h_{wi}$	Altura da parede $i$
$l_{wi}$	Cumprimento da secção da parede $i$
$\beta_{i0}$	Termos de carga
$E_{cm}$	módulo de elasticidade secante do betão
$h_{est}$	Altura estimada da viga
$l_0$	Vão entre apoios da viga
$\sigma_c$	Tensão de compressão no betão
$N_{qp}$	Esforço normal
$A_{pilar}$	Área do pilar
$f_{cd}$	Valor de cálculo da tensão de rotura do betão à compressão
$\psi_2$	Coefficiente de combinação

# Capítulo 1

## Introdução

### 1.1 Importância do tema

O custo de um edifício novo é geralmente elevado e justificado muitas vezes pela sua localização nos grandes centros urbanos. No entanto, se o edifício não apresentar um nível de qualidade adequado, a sua venda pode degenerar num fracasso comercial. A opção pela construção de piscinas no interior ou na cobertura do edifício tem revelado ser um equipamento diferenciador e que vai ao encontro das exigências da procura do mercado.

A construção de piscinas em edifícios que não foram projetados para tal tem registado problemas de resistência, e.g., ver a notícia do JN da jornalista Alexandra Barata, de 16 de julho de 2021, intitulada “Piscina ilegal em terraço ameaça fazer colapsar prédio em Leiria”, entre outras. A inclusão deste tipo de equipamento num edifício a construir não é por si problemático, uma vez que todo o projeto é concebido para tal.

Assim, com o intuito de sensibilizar a comunidade da construção civil e mostrar o agravamento das ações, nomeadamente, no que respeita à combinação acidental do tipo sismo, será apresentado um estudo que pretende evidenciar o aumento dos esforços, em função da posição da piscina em altura de acordo com o preconizado na legislação europeia, nomeadamente, os eurocódigos.

Neste primeiro capítulo aborda-se o enquadramento geral e os objetivos que se pretende alcançar ao fim da dissertação.

No segundo capítulo apresenta-se um breve histórico geral dos sismos, os efeitos dos sismos nos edifícios, mostrando alguns fenómenos da sua ocorrência.

O terceiro capítulo aborda-se a importância que as piscinas possuem para a valorização do imóvel, assim como os tipos de piscinas mais usuais em edifícios e os efeitos que elas causam na estrutura.

No quarto capítulo será apresentam-se alguns conceitos teóricos necessários, para a elaboração de dois programas de cálculo. Será elaborado dois programas de cálculo necessários para a determinação dos resultados, sendo eles denominados de (1) Ação Sísmica, aonde será utilizado o método da sobreposição modal e (2) Análise de Estruturas, aonde irá se basear no método dos deslocamentos. A escrita dessas aplicações utiliza a linguagem de programação C++. Na sequência apresenta-se a

validação dos programas através de exemplos da literatura específica.

Faz-se notar que não se considera nas análises as prescrições associadas ao dimensionamento de reservatórios, donde o estudo incide sobre o efeito no comportamento sísmico da posição da massa de uma piscina num edifício.

O quinto capítulo apresenta as características do edifício utilizado para os casos de estudo, assim como a caracterização das cargas dos casos de estudo.

No sexto capítulo será apresentam-se os resultados obtidos através dos programas Ação Sísmica e Análise de Estruturas para a determinação das forças de inércia de cada piso, a partir da ação sísmica, bem como, os respectivos deslocamentos e esforços correspondentes a essas forças e a combinação com as restantes.

No sétimo capítulo sucede as principais conclusões desta dissertação e trata-se de desenvolvimentos futuros.

## 1.2 Objetivos

Pretende-se com este trabalho estudar a influência da posição de uma piscina em altura, num edifício sob a ação sísmica, em Portugal, nos esforços do edifício. Para isso destacam-se os objetivos parciais a cumprir:

- Revisão bibliográfica sobre: os efeitos dos sismos nos edifícios, seguidamente pela construção de piscinas em edifícios;
- Apresentação de conceitos para a elaboração de dois programas para o cálculo das forças de inércia em decorrência de um sismo, assim como, os esforços correspondentes a essa combinação com as demais cargas de sua utilização;
- Validação das aplicações através de exemplos da literatura específica;
- Simulação e análise da estrutura em função da localização da piscina em altura.

# Capítulo 2

## Efeito dos sismos nas estruturas

Ao longo da história os eventos sísmicos têm atormentado a população, causando diversos danos e principalmente provocado mortes. Existem vários registos que mostram o poder de destruição destes eventos naturais, tal como e.g.: (1) o sismo de Antioquia na Turquia, em 526 d.C., onde se estima ter provocado mais de 250 mil mortos; (2) o sismo de Shaanxi na China, em 1556, na idade moderna, onde se estima ter provocado cerca de 830 mil mortos. Este último sismo é considerado o maior sismo em termos de mortalidade (Romãozinho, 2008).

Em Portugal também foram registados vários sismos importantes, nomeadamente, o sismo de 1356, 1531, 1755, 1909 e 1969. O sismo de 1755 ocorreu no Sul de Portugal, com danos elevados na cidade de Lisboa e foi considerado como o mais destrutivo que há memória. O sismo foi sentido em toda a Europa e Norte de África. O sismo foi seguido de um incêndio de dimensões consideráveis, i.e., vários incêndios por toda a cidade, o qual se seguiu um tsunami provocando uma enorme devastação na cidade (Bezzeghoud et al., 2016).

Com o registo de sismos ocorridos no passado e em lugares próximos, é provável que num futuro estes sismos possam voltar a ocorrer. Assim, é do interesse das populações construir os edifícios e as infraestruturas de maneira a minimizar a sua destruição, quando submetidas a estas ações excepcionais.

Segundo a Comissão do Desenvolvimento Regional do Parlamento Europeu (Vakalis, 2007) os sismos são, de entre um conjunto de catástrofes naturais, as que provocam as catástrofes mais mortais no mundo, são os responsáveis por grandes números de perdas de vidas humanas, e causam danos materiais consideráveis. Nos últimos 25 anos, em todo o mundo, e durante o século XX, estima-se que os sismos tenham causado um milhão e meio de vítimas mortais e prejuízos económicos avaliados em mais de 75 mil milhões de euros.

Como é óbvio, os sismos têm um grande impacto a curto e longo prazo na vida económica e social de um país, nomeadamente, nas infraestruturas, nos empregos, no património cultural e natural, no meio ambiente e no turismo.

As consequências de um sismo estão sobretudo correlacionadas com a prevenção tomada pelas autoridades de determinada região. Por exemplo, em 2003, ocorreram 2 sismos, um no Japão e outro na Argélia. No primeiro não se registaram vítimas mortais (o país está preparado para estes acontecimentos) enquanto que no segundo

se registaram 2217 vítimas (Bezzeghoud et al., 2016). No entanto, em ambos os casos, os prejuízos materiais foram elevados. O dimensionamento das estruturas ao risco sísmico deve assim garantir que não haja vítimas mortais e que os danos económicos sejam limitados.

### 2.1 Efeitos nos solos

A vibração a que ficam submetidos os solos durante e após um sismo pode provocar nos solos fenómenos distintos, nomeadamente, (1) liquefação, (2) deslizamento, ou (3) abatimento e compactação, como se descreve nas subsecções seguintes.

#### 2.1.1 Liquefação

O fenómeno da liquefação do solo ocorre em locais onde há depósitos de partículas com determinadas granulometrias (solos arenosos) e onde os níveis freáticos são pouco profundos. Aquando da vibração (deslocamentos verticais e horizontais), ocorre um rearranjo das partículas que faz com que a sua aderência e o seu peso se anule devido à pressão da água. O solo transforma-se assim num fluido viscoso (Lopes, 2008). As construções fundadas nestes tipos de solo acabam por sofrer assentamentos consideráveis como se pode ver na Figura 2.1.



Figura 2.1: Fenómeno de liquefação. Liquefação do solo na Turquia em 1999 (Lopes, 2008).

#### 2.1.2 Deslizamento

O fenómeno de deslizamento do solo pode ocorrer devido à presença de forças de inércia que se geram quando sujeito a vibrações (deslocamentos verticais e horizontais). Estas forças de inércia por vezes são suficientes para provocar um deslizamento ao longo de uma superfície, normalmente uma vertente (Lopes, 2008). Num determinado ciclo da vibração, quando as forças de inercia horizontais são acrescentadas às forças horizontais do peso da vertente e quando as forças verticais do peso da

vertente são reduzidas devido às forças de inércia verticais dá-se o deslizamento - a resultante das forças tangenciais, no plano de rotura, ultrapassa o limite da sua resistência. As construções fundadas sobre a vertente são arrastadas e as construções fundadas na base da vertente são soterradas. A Figura 2.2 mostra um exemplo da destruição de um viaduto devido ao deslizamento de uma vertente em Niigata no Japão, em 2004 - não se registaram vítimas.



Figura 2.2: Fenómeno de deslizamento. Deslizamento de uma vertente em Niigata, 2004 (Lopes, 2008).

### 2.1.3 Abatimento e compactação

O fenómeno de abatimento e compactação do solo caracteriza-se pelos deslocamentos verticais descendentes das superfícies. Este fenómeno ocorre devido à compactação das camadas subjacentes do solo mal compactadas. Os espaços vazios entre as partículas do solo vão diminuindo, assim como, o volume ocupado, à medida que as vibrações sísmicas se fazem sentir. Ao contrário do fenómeno de liquefação o fenómeno de abatimento e compactação ocorre sem a presença de água. A compactação pode atingir grandes áreas, como a registada, em agosto de 1999, na Turquia, na zona ribeirinha da cidade de Gölçük, com uma extensão de 4 quilómetros, que a afundou cerca de dois a três metros abaixo do nível do mar, como se pode ver na Figura 2.3 (Lopes, 2008).

## 2.2 Efeitos nas estruturas de betão armado

Os fenómenos estudados na secção anterior são intrínsecos à região e dificilmente podem ser evitados. No entanto, os seus efeitos negativos podem ser compensados através de um projeto que satisfaça todos os requisitos da regulamentação em vigor e demais bibliografia da especialidade. Nas subsecções seguintes apresentam-se vários efeitos nas estruturas de betão armado, nomeadamente, em fundações, em

## 2.2. EFEITOS NAS ESTRUTURAS DE BETÃO ARMADO

---

ligações deficientes entre elementos estruturais, em interrupções ou enfraquecimentos do sistema estrutural na base, em colunas curtas, em edifícios adjacentes, em ligações viga/pilar e em elementos estruturais com pormenorizações de armaduras ineficientes.

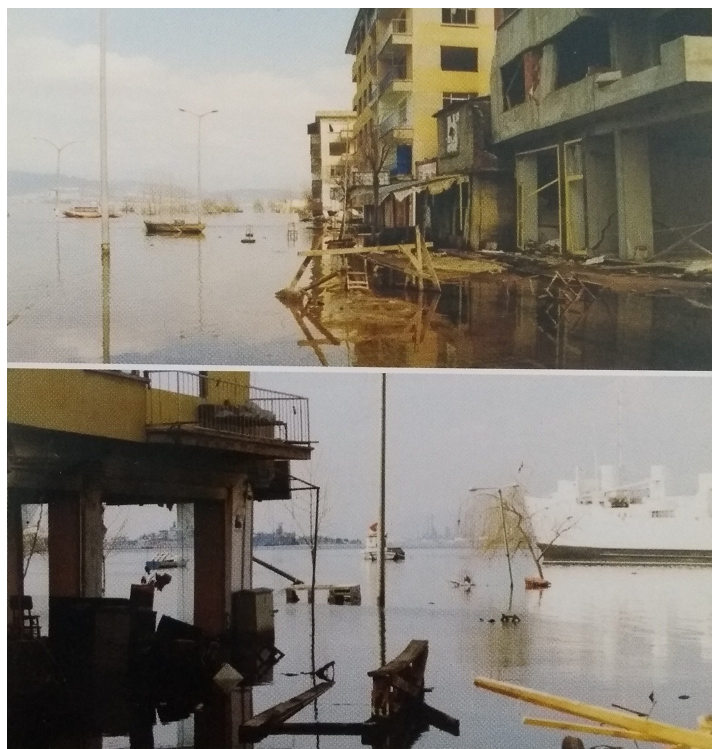


Figura 2.3: Fenómeno de abatimento e compactação. Abatimento de origem tectónica (Lopes, 2008).

### 2.2.1 Fundações

A realização de uma sondagem geológica no local onde se pretende construir o edifício e o seu respetivo estudo permite que se adote um tipo de fundação adequado para o seu dimensionamento (Lopes, 2008). A escolha incorreta da fundação pode originar assentamentos diferenciais na fundação cuja magnitude pode agravar-se devido ao sismo, alterando assim, as características do solo e conseqüentemente a sua capacidade resistente.

### 2.2.2 Ligação deficiente entre elementos estruturais

Nas subsecções seguintes apresentam-se dois exemplos de ligação: (1) ligação sapata/pilar; e (2) ligação viga/pilar.

### 2.2.2.1 Ligação sapata/pilar

A Figura 2.4 mostra uma sequência defeituosa da execução de uma fundação num edifício. Os responsáveis pela construção verificaram a ausência da armadura de um dos pilares de canto tendo-a colocado após a betonagem da fundação - facto possível devido à fase inicial de secagem - como se pode ver na Figura 2.4a. A Figura 2.4b mostra o processo final de ocultação da ausência inicial de armadura.

Uma correta colocação da armadura vertical passaria pela realização de uma dobragem e ancoragem desta à armadura inferior da fundação.



Figura 2.4: Sequência defeituosa da execução de uma fundação (Lopes, 2008): (a) Cravação de varões de aço na fase inicial de secagem do betão; (b) Processo final.

Nesta execução defeituosa as armaduras apenas penetram no bloco de fundação no sentido vertical e num comprimento insuficiente. A amarração da armadura é incorreta e conseqüentemente a transmissão dos esforços de tração e de flexão do pilar para a fundação é defeituosa. Na situação de solicitação normal aquela ligação fica predominantemente comprimida e com esforços de flexão reduzidos, pelo que, não se notará essa deficiência. Na situação de solicitação sísmica aquela ligação colapsará.

### 2.2.2.2 Ligação viga/pilar

Na ocorrência de um sismo as zonas críticas das estruturas de betão armado são afetadas com esforços concentrados. Para evitar danos, a utilização de quantidades adequadas de armadura para resistir às solicitações é recomendável. A Figura 2.5, e.g., retrata a falta de estribos na ligação viga-pilar. Em situação de sismo esta ligação colapsou, como tantas outras, e o edifício, de Atenas em 1999, desmoronou (Decanini et al., 2002).



Figura 2.5: Colapso de uma zona crítica do tipo ligação viga/pilar (Decanini et al., 2002).

### 2.2.3 Interrupção ou enfraquecimento do sistema estrutural na base

A interrupção do sistema estrutural na base caracteriza-se essencialmente pela abertura de vãos ao nível do piso térreo e pela descontinuidade de elementos estruturais verticais, originando assim, uma redução abrupta da rigidez a esse nível.

É comum ver em edifícios, ao nível térreo, espaços abertos. Estas áreas amplas são vantajosas em termos de utilização do espaço para fins comerciais.

A Figura 2.6a mostra um exemplo onde é evidente uma interrupção e descontinuidade de pilares dos pisos superiores ao térreo.

Outro exemplo de enfraquecimento estrutural é a redução da rigidez do piso térreo e a remoção de paredes não estruturais a esse nível. Apesar das paredes não serem consideradas de elementos estruturais, não se pode ignorar que elas contribuem para a redução das deformações horizontais dos pilares adjacentes. A Figura 2.6b mostra um edifício com um piso térreo vazado, que na situação de sismo, ficou sujeito a forças de inércia, nomeadamente, os pilares de canto (Lopes, 2008).

### 2.2.4 Colunas curtas

Pode suceder que a execução de paredes de alvenaria seja interrompida junto a elementos verticais para proporcionar aberturas para janelas ou para qualquer outro motivo (Lopes, 2008). Como mencionado na subsecção anterior, apesar de não se considerar a alvenaria como elemento estrutural, sabe-se que ela restringe as deformações dos pilares. A Figura 2.7 mostra a falta de preenchimento de alvenaria até ao topo criando assim a condição de coluna curta.



Figura 2.6: Interrupção ou enfraquecimento do sistema estrutural (Lopes, 2008):  
(a) Interrupção de elementos estruturais verticais; (b) Danos num edifício com menos paredes no piso térreo.



Figura 2.7: Formação de coluna curta devido à falta de preenchimento da alvenaria até ao topo (Lopes, 2008).

### 2.2.5 Choques entre edifícios adjacentes

Frequentemente, em áreas urbanas, devido ao aumento da população e ao valor do terreno, são construídos edifícios com distâncias de separação inadequadas entre eles. Ainda que em situação sísmica esta distância de separação entre estruturas adjacentes seja considerada no projeto de edifícios, a prática na construção mostra que não é tida em consideração em muitos países (Rajaram e Kumar, 2014).

Durante o sismo de 2009, de L'Aquila, em Itália, foram observados danos consideráveis na extrema dos dois edifícios de alturas desiguais. A colisão se deveu principalmente à distância de separação insuficiente e à grande excentricidade no plano do edifício (Figura 2.8).

### 2.2.6 Pormenorização de armaduras

A pormenorização ineficiente de elementos estruturais contribui em grande parte para um fraco desempenho da construção em situação de sismo. Um dos casos

## 2.2. EFEITOS NAS ESTRUTURAS DE BETÃO ARMADO

---

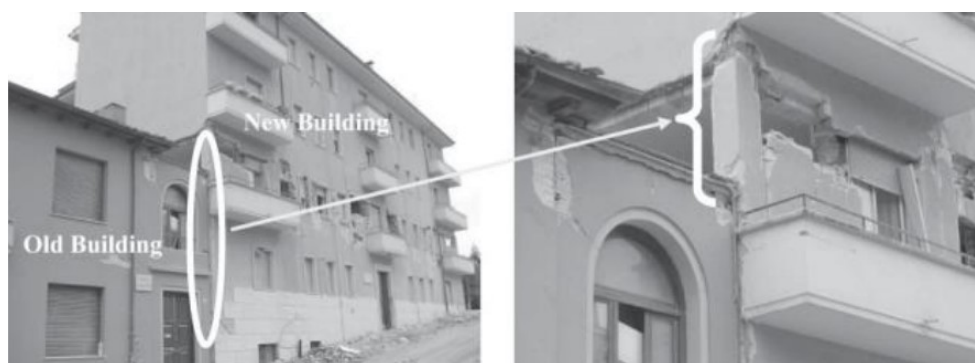


Figura 2.8: Danos na extrema de dois edifícios - um antigo (*Old Building*) e o outro novo (*New Building*) - no sismo de L'Aquila de 2009 (Rajaram e Kumar, 2014).

mais comuns são as elevadas taxas de armadura em determinados elementos ou zonas críticas que vão dificultar uma correta betonagem, mesmo contando com o auxílio da vibração do betão. Estes elementos ou estas zonas críticas acabam por apresentar espaços vazios ou segregação de agregados que inevitavelmente reduz o seu limite de resistência (Lopes, 2008). Porém, o inverso também é prejudicial, i.e., uma amarração deficiente ou um espaçamento excessivo dos estribos permite a encurvadura de flexão das armaduras principais verticais por compressão, reduzindo assim o limite de resistência e conseqüentemente o colapso da zona crítica como se pode ver na Figura 2.9.



Figura 2.9: Cintagem deficiente - encurvadura por flexão das armaduras verticais por compressão e perda de material (Lopes, 2008).

# Capítulo 3

## Construção de piscinas em edifícios

### 3.1 Valor agregado

Ao longo dos anos é notória a diminuição das áreas dos apartamentos construídos para fins habitacionais. Um estudo realizado na cidade de São Paulo, na década de 70, mostra que para compensar a perda de área, iniciou-se um modo de utilização dos espaços que é ainda mais restrito nos dias de hoje (Villa, 2002).

Ainda segundo a autora, a lista de equipamentos de uso coletivo foram aumentando ao longo dos anos, principalmente onde o mercado imobiliário se empenhou na construção de edifícios com apartamentos de alto luxo, piscina com deck, sauna e salão de jogos, salão de recepção decorado, bar, sala de repouso, salão de ginástica equipado, lavanderia, além de sistemas de segurança, como câmaras internas e externas e sistemas de fechadura eletrônicos, entre outros equipamentos que poderiam aumentar o conforto e comodidade dos usuários. Na opinião de gestores de imóveis, em situações onde as dimensões das áreas eram semelhantes, a presença desses equipamentos coletivos incrementa sem dúvida o seu valor (Tramontano, 1998).

Vários motivos podem estar por trás da escolha destes edifícios, dois motivos essenciais estão atrelados a essa escolha (Tramontano, 1998). Por um lado, destaca-se, segundo os gestores de imóveis, a extrema preocupação com o próprio corpo, subproduto do individualismo, enfatizada quando os grupos familiares perdiam seu significado social, e por outro lado, o lazer, especialmente o lazer coletivo. A valorização da área coletiva de um prédio já estava em andamento, pois piscinas e campos polidesportivos não eram muito caros e davam status aos seus moradores.

A violência nas grandes cidades, por outro lado, atingia números consideráveis e assustava grandes camadas da população, especialmente os mais ricos, que preferiram deixar os filhos em prédios em condomínios fechados e com amas sob vigilância, a espaços abertos considerados perigosos e indefesos. Assim, cada vez mais estes edifícios apresentam espaços coletivos e mais valorizados e transformando-os em verdadeiras fortalezas.

Em um estudo realizado por construtores de Olmsted Green, em um empreendimento residencial localizado perto da Jamaica Plain, em Boston, Massachusetts. Os

construtores estavam na fase 1 de 5 da execução da obra e precisavam tomar uma decisão sobre quais acabamentos seria implantados. Porém, com uma ampla oscilação nas condições econômicas desde a conceituação do projeto, os proprietários do projeto foram confrontados com várias decisões difíceis no que diz respeito à qualidade dos acabamentos para incluir em cada condomínio (por exemplo, bancadas, eletrodomésticos, luminárias), bem como as comodidades da comunidade (por exemplo, academia de ginástica, piscina, club house)(Monson, 2009). Em um esforço para determinar quais as decisões a serem tomadas, foi criada uma análise de regressão e um modelo hedônico baseado em tipos de propriedades similares na área da Jamaica Plain para determinar quais atributos de construção contribuíram significativamente para os preços de transação.

Das variáveis independentes, medidas e testadas, na análise de regressão, as seguintes se mostraram estatisticamente significativas: garagem anexa, piscina, espaço externo privado, sistemas de segurança e espaço extra de armazenamento. Por outras palavras, a probabilidade destas características influenciarem o preço puramente por acaso é inferior a 5 %, i.e., com base nos dados históricos usados para povoar a base de dados do estudo, estas variáveis mostraram ser significativas para a composição do preço de venda.

## 3.2 Tipos mais usados

Uma piscina pode ser classificada como um tanque. São elementos da estrutura que suportam diretamente os líquidos ou materiais armazenados (NP EN 1992-3, 2010). Para além desta definição elas podem ser classificadas em relação a estrutura onde estão apoiadas.

Os reservatórios podem ser classificados a partir do seu referencial horizontal, que para esse efeito utiliza a sua posição em relação ao solo (Vasconcelos, 1998). Conforme a definição, os reservatórios podem ser elevados, apoiados ou enterrados, como mostra a Figura 3.1.

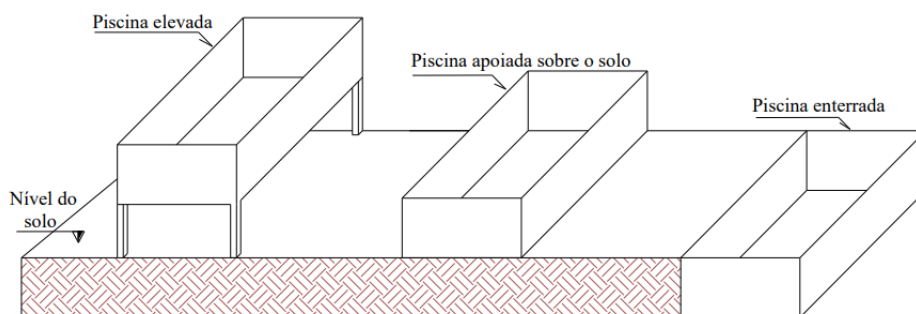


Figura 3.1: Classificação de piscinas (Flores, 2016).

As piscinas elevadas são utilizadas geralmente em edifícios, onde são apoiadas sobre a estrutura, composta por pilares e vigas que levam o seu peso até as fundações,

onde a carga é distribuída para o solo. No segundo caso onde a piscina é apoiada sobre o solo, esse é o caso menos comum de se ver, sendo que ocupa uma grande área. Por último temos as piscinas enterradas, onde é mais comum de se utilizar nos terrenos onde se tem um espaço disponível. Nesses dois casos as cargas são transmitidas diretamente para o solo.

A classificações em relação a piscinas, quanto ao uso podem ser (ABNT NBR 10339, 2018):

- Públicas, quando destinadas ao uso público em geral, sendo um exemplo em centros comunitários;
- Coletivas, quando destinadas ao uso exclusivo dos associados de uma entidade, sendo utilizadas em clubes, escolas, associações;
- Hotelaria, quando destinadas ao uso de hóspedes, sendo exemplos hotéis, motéis, casas de banho, hospitais;
- Residenciais coletivas, quando destinadas ao uso de residentes permanentes, são exemplo em condomínios;
- Residenciais privativas, quando destinadas ao uso unifamiliar.

O tamanho e formato da piscina está diretamente ligado com o espaço disponível e a finalidade para o qual terá de acomodar as atividades previstas. No mercado há diversos formatos disponíveis variando entre: piscinas ovais, piscinas feijão, piscinas em oito, piscinas retangulares, piscina em L, piscinas circulares, piscinas em forma livre e piscinas de formas geométricas variadas. Atualmente a criatividade não tem limite, ver Figura 3.2, (Agrawal e Wahane, 2020).



Figura 3.2: Piscina com formato de um violino em Nova York (Cipriano, 2014).

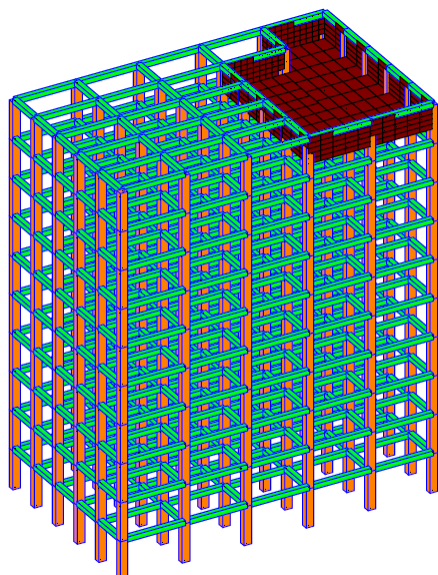
A escolha do formato da piscina impactará no seu custo final. Normalmente piscinas com formato mais simples tendem a ser mais económicas.

Um estudo comparou o desempenho sísmico de um edifício de 32 metros de altura com quatro configurações distintas de posicionamento da piscinas no último piso (Agrawal e Wahane, 2020). As configurações foram: o modelo um com um lado

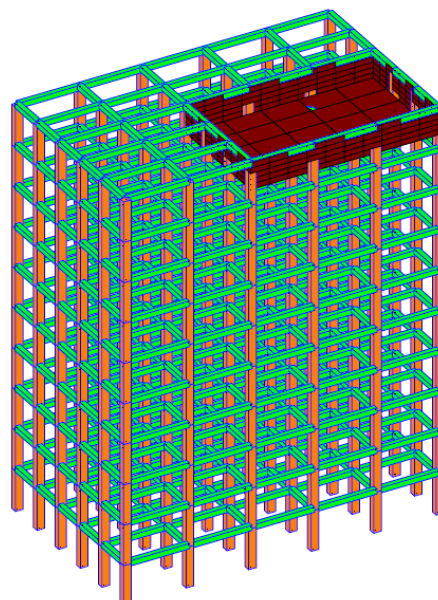
### 3.2. TIPOS MAIS USADOS

---

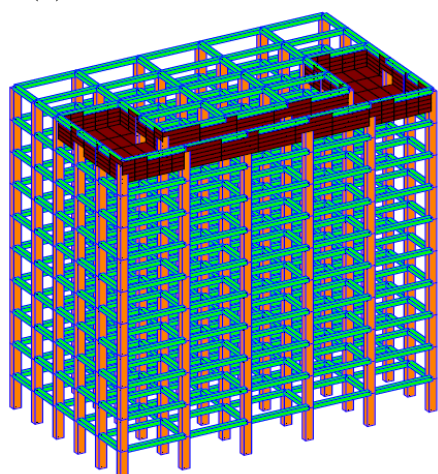
(Figura 3.3a), o modelo dois com dois lados (Figura 3.3b), o modelo três com três lados (Figura 3.3c) e o modelo quatro com a piscina no centro (Figura 3.3d).



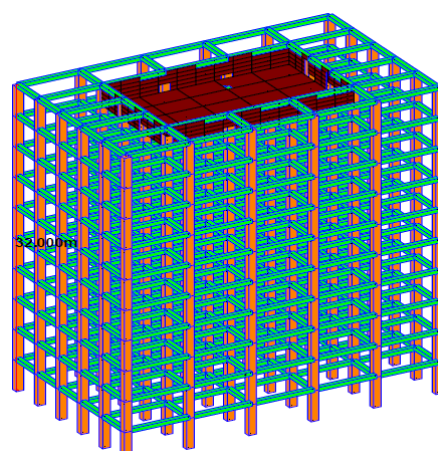
(a) Vista isométrica Modelo 1.



(b) Vista isométrica Modelo 2.



(c) Vista isométrica Modelo 3.



(d) Vista isométrica Modelo 4.

Figura 3.3: Configurações da localização da piscina (Agrawal e Wahane, 2020).

O objetivo do estudo era descobrir qual a posição eficiente da piscina. Os modelos foram comparados, nomeadamente, o esforço de compressão, transverso, de flexão, a carga lateral e o deslocamento dos pisos. De todas as análises o modelo três, o da Figura 3.3c mostrou ser o pior caso, sendo o mais vulnerável. Os modelos um e quatro, piscina numa empena e central, respetivamente, apresentam resultados mais favoráveis.

### 3.3 Efeito do aumento de carga

Nesta secção são discutidos os efeitos do aumento da carga no edifício, como citado anteriormente na introdução deste trabalho. Da consulta de um jornal, de julho de 2021, uma das colunas informativas noticiava que houve um edifício no município de Leiria que sofrera uma sobrecarga devido à construção ilegal para a instalação de uma piscina no seu último piso (Barata, 2021). Segundo um relatório técnico obtido pelo jornal, o peso da construção estava a provocar uma “sobrecarga pontual elevada” sobre “a laje fungiforme”, aumentando assim “o risco de poder desencadear o mecanismo de punçoamento [colapso local associado a uma rotura frágil, e praticamente sem aviso] e provocar o colapso da estrutura”, como cita o jornal - Jornal de Notícias (JN).

Esses efeitos são causados exclusivamente pela carga vertical da piscina, sem considerar os possíveis efeitos resultantes de um sismo. Corroborando com o fato citado, a Figura 3.4, ilustra a consequência do aumento do número de pisos num edifício após a construção original, sem o devido reforço para as ações horizontais (Lopes, 2008). Além da consequência imediata do aumento do peso próprio na cobertura do edifício, tem-se um aumento de esforços e deslocamentos durante a ação sísmica.

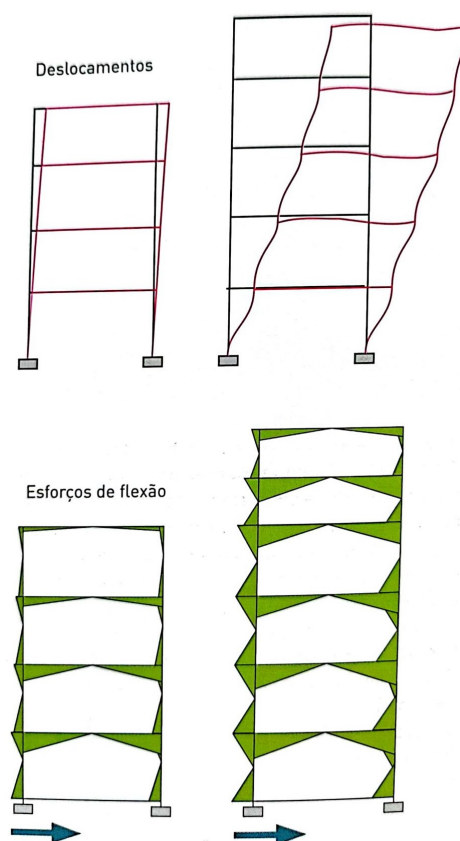


Figura 3.4: Modelos de pórtico plano simulando o aumento do número de pisos e da massa no topo do edifício. Deslocamentos e diagramas de esforço de flexão sob a ação sísmica antes e após a alteração, respetivamente (Lopes, 2008).

### 3.3. EFEITO DO AUMENTO DE CARGA

O principal efeito de um sismo é induzir uma aceleração rápida na base da estrutura em ambas as direções horizontais (Lopes, 2008). Os movimentos verticais também são possíveis, mas na maioria dos casos o efeito é mais fraco. Estes movimentos estão associados a certas acelerações transmitidas pelo solo para a base da estrutura, que geram outras acelerações na base da estrutura, indicadas por  $a_1$  a  $a_4$  na Figura 3.5. Estas acelerações podem ser mais altas ou mais baixas que o solo. Pela segunda lei de Newton, sabe-se que o produto da massa pela aceleração é a força ( $F = M \times a$ ). Assim, o desempenho sísmico de uma estrutura está fortemente relacionado com a resistência às forças horizontais de inércia que ocorrem na massa da própria estrutura.

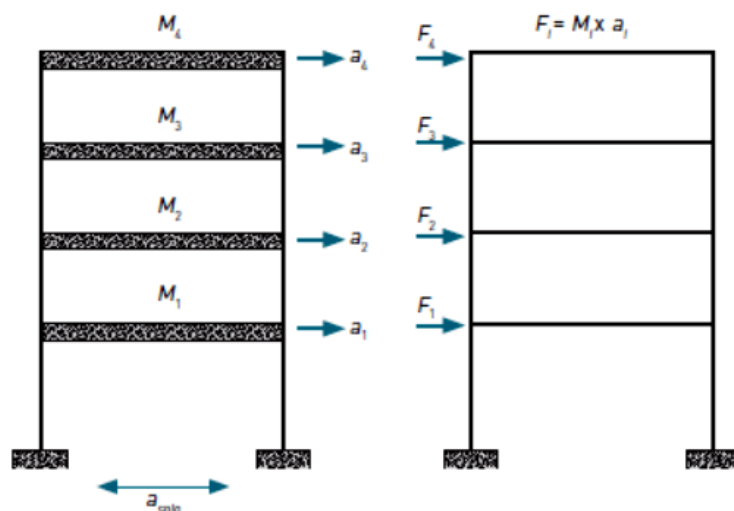


Figura 3.5: Princípio básico da análise sísmica (Lopes, 2008).

Em trabalhos realizados por outros autores pode-se notar um padrão para a irregularidade de carga no edifício. Em uma simulação com a estrutura irregular em massa, onde existe uma piscina no 4º e no 8º piso, onde o deslocamento no 4º andar foi devido a massa da estrutura irregular (Bansal e Gagnadeep, 2014). Verificou-se que o efeito maior da piscina é mais no 8º andar, onde se observa um maior deslocamento entre andares. Observou-se que quanto mais elevada a posição da piscina, o momento da força de inércia é maior, levando a um deslocamento maior.

Em outro estudo sobre a resposta sísmica de alguns edifícios de vários andares com irregularidade de massa e com variação de rigidez dos pilares. Utilizaram um modelo de um edifício com 20 pisos com a piscina localizada no piso 0 (grupo 1), no piso 5 (grupo 2), no piso 10 (grupo 3), no piso 15 (grupo 4), no piso 20 (grupo 5) e um tanque de água no terraço (grupo 6). Neste estudo os autores utilizaram a carga da piscina como sendo uma sobrecarga de utilização e adotaram o método de análise por espectro de resposta através do software ETABS (More e Kale, 2017).

Ao avaliar cada caso isolado, sendo o caso 1 (rigidez menor) e o caso 2 (rigidez maior), encontraram para a direção X e para a direção Y de aceleração, uma diminuição gradual do valor do corte basal na base do edifício, à medida que a piscina é deslocada do 5.º piso para o 20.º piso, sendo o valor máximo do corte basal quando

a piscina está no 5.<sup>o</sup> piso e mínimo quando a piscina está no 20.<sup>o</sup> piso conforme se pode ver na Figura 3.6.

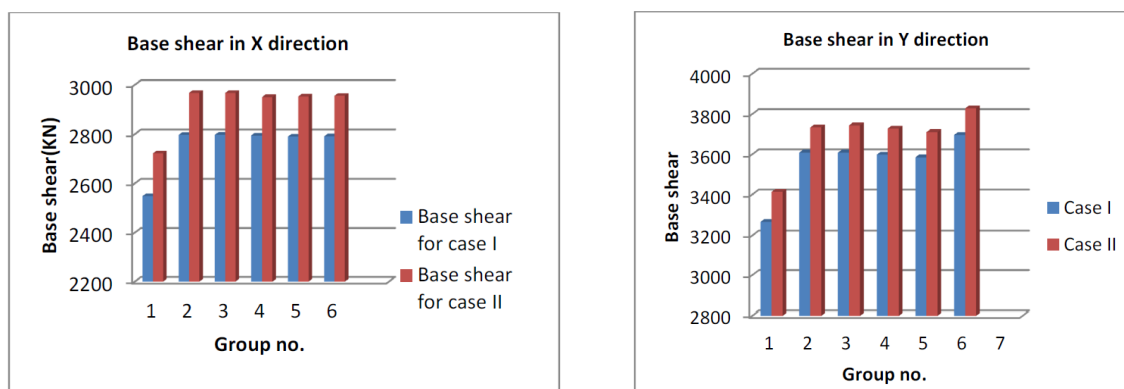


Figura 3.6: Corte basal na direção X e Y (More e Kale, 2017).

Verifica-se assim que o aumento da carga (irregularidade de massa) ao longo da altura do edifício é prejudicial em questões de esforços e deslocamentos. Mas uma vez que é feita a implantação deste equipamento que traz comodidade e estética ao edifício, sua utilização é justificada pelo aumento do valor agregado do edifício conforme visto anteriormente neste capítulo.

# Capítulo 4

## Métodos de análise e aplicações informáticas

### 4.1 Introdução

A análise de estruturas planas de betão armado pode ser efetuada recorrendo a *softwares* comerciais ou recorrendo a processos algébricos. No entanto, com o propósito de estudar a implementação de um código próprio, nomeadamente: (1) a definição automática de malhas para representar a estrutura; (2) o cálculo dos deslocamentos e dos esforços de estruturas de betão armado, sujeitas a modelos de carga correspondentes às combinações de ações (fundamentais, sísmica, etc.); e (3) a definição de modelos para a representação dos resultados, foi desenvolvido um programa, de nome Análise de Estruturas, que implementa os algoritmos enumerados. Para determinar a combinação da ação sísmica foi desenvolvido um outro programa, de nome Ação Sísmica, que implementa um algoritmo que se baseia no método da sobreposição modal e que cumpre o Eurocódigo 8 - Parte 1.

Ambos os programas foram escritos em linguagem C++ e são da responsabilidade do orientador desta dissertação.

Para a escrita do código foi utilizado o editor CLion, pertencente à empresa JetBrains da Czechoslovakia, anteriormente IntelliJ Software. Trata-se de um IDE (*Integrated Development Environment*) integrado com o sistema de compilação CMake, para C e C++, para máquinas Linux, macOS e Windows. Uma licença educacional foi disponibilizada por aquela empresa.

A linguagem C++ foi criada por Bjarne Stroustrup, em 1983, tendo por base a linguagem de programação em C. O C++ é considerado como uma das linguagens mais populares nos dias de hoje e apresenta bibliotecas poderosas e novas práticas que contribuem para a reutilização, manutenção e adição de código. O C++ foi padronizado em 1998 pelo *American National Standards Institute* (ANSI) e pela *International Standards Organization* (ISO). O C++ permite organizar o código através de classes (Junior et al., 2012).

Para validar os programas (1) Análise de Estruturas e (2) Ação Sísmica, foram efetuados três testes. Cada teste foi validado comparando a solução numérica com a solução de referência da literatura.

Na primeira das duas subsecções seguintes apresenta-se a aplicação (1) Análise de Estruturas, nomeadamente: (i) uma breve descrição do método dos deslocamentos, para análise de estruturas planas, com elementos barra de 3 graus de liberdade em cada uma das extremidades; (ii) um método para gerar malhas de elementos barra; (iii) um método para ler ficheiros de entrada de dados, (iv) um método para escrever em ficheiro os resultados; (v) um método para criar *scripts* em linguagem LaTeX para criar as figuras dos diagramas de esforços na aplicação OverLeaf; na segunda subsecção apresenta-se a aplicação (2) Ação Sísmica, nomeadamente: (i) os requisitos preconizados pelo EC8 a satisfazer; (ii) o método da sobreposição modal; e (iii) os métodos de leitura de dados e de saída de resultados. Na terceira subsecção são apresentados (3) os testes de validação das duas aplicações.

## 4.2 A aplicação - Análise de Estruturas

A aplicação Análise de Estruturas implementa o método dos deslocamentos para determinar os esforços e os deslocamentos da estrutura. Numa primeira fase são introduzidas as características geométricas e materiais da estrutura, depois são construídas as matrizes de rigidez, das reações das cargas e das cargas nodais, de cada elemento, a seguir é realizada uma *assemblagem* para determinar a matriz da estrutura, e finalmente são determinados os esforços (normal, transverso e de flexão) a partir da solução do sistema de equações de equilíbrio que são os deslocamentos. Todos estes passos são agrupados em pequenas secções de código C++.

### 4.2.1 Método dos deslocamentos

O método dos deslocamentos consiste em somar as soluções básicas (chamadas casos básicos) que satisfazem as condições de compatibilidade da estrutura original mas não as condições de equilíbrio, para então reconstruir as condições de equilíbrio através da sobreposição dos efeitos (Martha, 2010).

A sobreposição de configurações das deformadas indica que a forma final da estrutura pode ser parametrizada em termos dos componentes de deslocamento e rotação dos nós da estrutura. Isto porque a deformada de uma barra pode ser determinada a partir dos deslocamentos e rotações dos nós e do seu carregamento (Martha, 2010).

#### 4.2.1.1 Coeficientes de rigidez axial

No caso de barras prismáticas, onde não temos variação da secção transversal, os valores dos coeficientes de rigidez axial, associados aos deslocamentos  $d_1$  e  $d_4$ , são determinados por imposição das condições de equilíbrio com base no princípio dos deslocamentos virtuais (PDV) como se pode ver na Figura 4.1 (Martha, 2010).

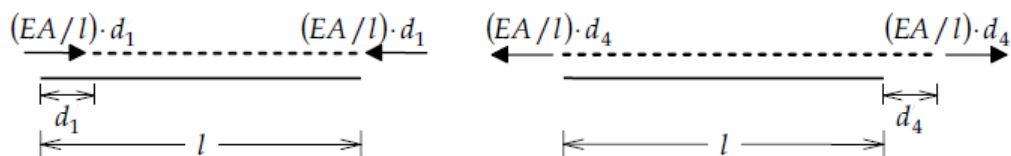


Figura 4.1: Coeficientes de rigidez axial (Martha, 2010).

#### 4.2.1.2 Coeficientes de rigidez de flexão

De forma análoga à subsecção 4.2.1.1, os valores dos coeficientes de rigidez de flexão, associados aos deslocamentos  $d_2$ ,  $d_3$ ,  $d_5$ , e  $d_6$  são determinados por imposição das condições de equilíbrio com base no PDV como se pode ver na Figura 4.2 (Martha, 2010).

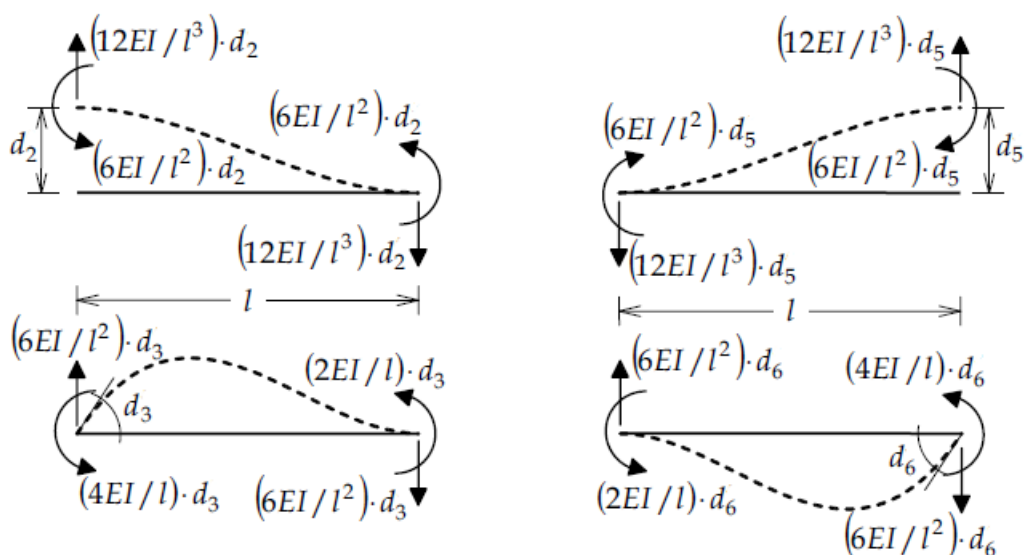


Figura 4.2: Coeficientes de rigidez de flexão (Martha, 2010).

#### 4.2.1.3 Matriz de rigidez

Utilizando os coeficientes apresentados nas subsecções 4.2.1.1 e 4.2.1.2 é determinada a configuração elástica (deslocamentos nodais e correspondentes deformações axial e de flexão) da barra prismática em função do deslocamento e da rotação das extremidades da barra. A forma elástica final da barra é obtida por sobreposição dos efeitos da solitação externa isolada (Martha, 2010).

Os deslocamentos globais  $D_i$  determinam a deformação da estrutura. Os deslocamentos da estrutura são as incógnitas do método dos deslocamentos (Martha, 2010).

O método dos deslocamentos discretiza o comportamento contínuo da estrutura e sobrepõe a soluções cinematicamente determinadas. Estas soluções são as formas deformadas elementares da estrutura em análise. Segundo esta abordagem, as formas

de deformação elementares isolam os efeitos ou os parâmetros específicos que representam o comportamento cinemático (deformação) da estrutura. Cada configuração de deformação elementar é composta por configurações de deformadas elementares das suas barras. As formas elementares isoladas das barras são a solução de base do método dos deslocamentos (Martha, 2010).

As soluções fundamentais mais significantes de uma barra são os coeficientes de rigidez da barra (ou locais). Os coeficientes de rigidez de barra são forças e momentos que devem atuar nas extremidades de uma barra isolada, paralelamente aos seus eixos locais, para equilibrá-la quando se impõe um deslocamento ou rotação unitário, isoladamente, em uma das suas extremidades (Martha, 2010).

Utiliza-se a notação apresentada na Figura 4.3 para  $k_{ij}$ . O coeficiente de rigidez de barra no sistema local representa a força ou o momento que deve atuar na extremidade da barra, na direção do deslocamento  $d_i$  (ou seja, na direção da coordenada  $[i]$ ), para a equilibrar quando é imposto um deslocamento unitário ( $d_j = 1$ ).

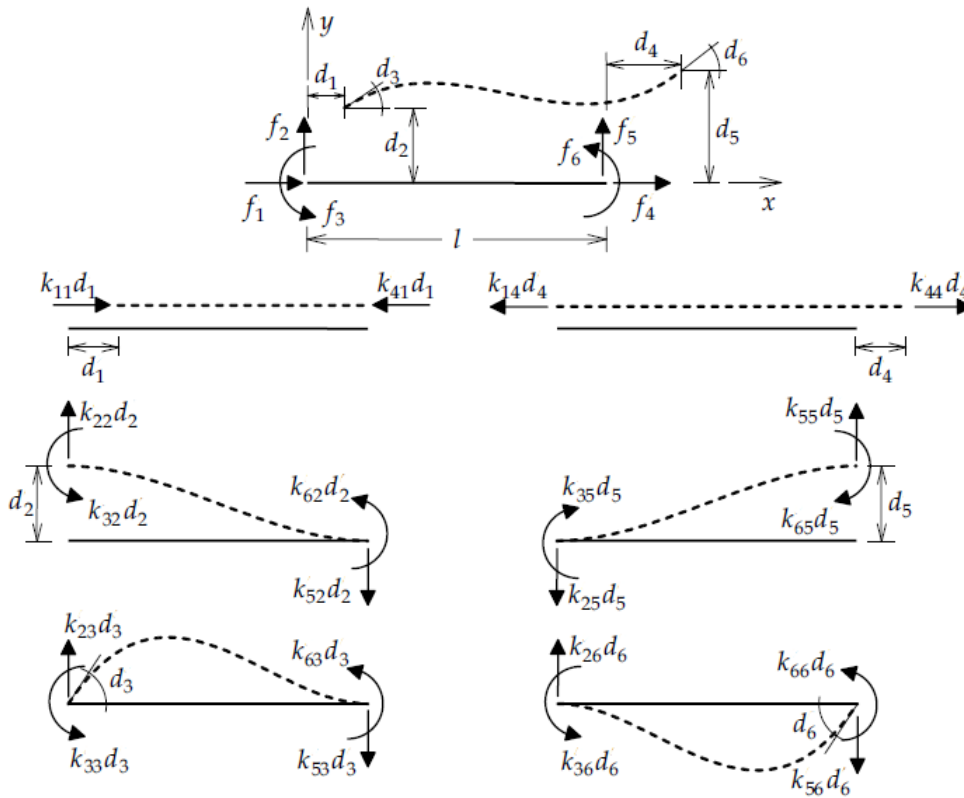


Figura 4.3: Modelo esquemático utilizado para a descrição do método dos deslocamentos (Martha, 2010).

No topo da Figura 4.3 é apresentado o significado físico dos coeficientes de rigidez de uma barra: é indicada a configuração deformada de uma barra, é indicado o conjunto de forças e momentos que atuam nas extremidades da barra, e são indicados os respectivos eixos locais. As forças e os momentos são definidos por  $f_i$  (forças generalizadas no sistema de eixos local) e atuam na direção do respectivo deslocamento  $d_i$  para garantir o equilíbrio da barra - representação corpo livre.

A sobreposição das configurações deformadas elementares mostrada na Figura 4.3 decorre da relação entre cada força generalizada  $f_i$  e cada deslocamento  $d_i$ . Resumidamente, e.g., a força  $f_1$  é determinada através da soma das forças do nó esquerdo da barra na direção 1, ou seja,  $f_1 = k_{11}d_1 + k_{14}d_4$ , já a força  $f_2$  é a soma, no nó esquerdo, das forças na direção 2, ou seja,  $f_2 = k_{22}d_2 + k_{23}d_3 + k_{25}d_5 + k_{26}d_6$ .

A sobreposição das configurações deformadas apresentadas na Figura 4.3 pode ser representada matematicamente, ver sistema de equações 4.1 (Martha, 2010).

$$\begin{Bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ f_4 \\ f_5 \\ f_6 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{11} & 0 & 0 & k_{14} & 0 & 0 \\ 0 & k_{22} & k_{23} & 0 & k_{25} & k_{26} \\ 0 & k_{32} & k_{33} & 0 & k_{35} & k_{36} \\ k_{41} & 0 & 0 & k_{44} & 0 & 0 \\ 0 & k_{52} & k_{53} & 0 & k_{55} & k_{56} \\ 0 & k_{62} & k_{63} & 0 & k_{65} & k_{66} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \\ d_4 \\ d_5 \\ d_6 \end{Bmatrix} \quad (4.1)$$

Reescrevendo este sistema na forma compacta vem,

$$\{ f \} = [ k ] \cdot \{ d \} \quad (4.2)$$

Finalmente os valores dos resultados daquelas somas anteriormente referidas representam os coeficientes de rigidez da barra, i.e., a matriz  $[k]$  de uma barra com 6 graus de liberdade, ver 4.3.

$$[ k ] = \begin{bmatrix} +EA/l & 0 & 0 & -EA/l & 0 & 0 \\ 0 & +12EI/l^3 & +6EI/l^2 & 0 & -12EI/l^3 & -6EI/l^2 \\ 0 & +6EI/l^2 & +4EI/l & 0 & -6EI/l^2 & +2EI/l \\ -EA/l & 0 & 0 & +EA/l & 0 & 0 \\ 0 & -12EI/l^3 & -6EI/l^2 & 0 & +12EI/l^3 & -6EI/l^2 \\ 0 & +6EI/l^2 & +2EI/l & 0 & -6EI/l^2 & +4EI/l \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

#### 4.2.1.4 Equações de equilíbrio - Deslocamentos globais

A determinação dos deslocamentos da estrutura são obtidos resolvendo o seguinte sistema de equações de equilíbrio,

$$[ K ] \cdot \{ D \} + \{ F_0 \} = \{ F \} \quad (4.4)$$

onde,

$[K]$  - matriz rigidez da estrutura;

$\{D\}$  - vetor dos deslocamentos da estrutura;

$\{F_0\}$  - vetor das reações das cargas aplicadas na estrutura;

$\{F\}$  - vetor das cargas nodais aplicadas na estrutura.

A matriz de rigidez  $[K]$  é obtida através da *assemblagem* das diversas matrizes de rigidez elementares 4.3 mas em coordenadas globais, assim como  $\{F_0\}$  e  $\{F\}$ , através da *assemblagem* dos respectivos vetores elementares em coordenadas globais.

## 4.2.2 O código-fonte - Análise de Estruturas

Normalmente e em geral, o desenvolvimento de programas em linguagem C++ está dividido em quatro fases: (1) escrita; (2) compilação; (3) *linkagem*; e (4) execução (Baltarejo e Santos, 2006).

### 4.2.2.1 Escrita

A primeira fase é criar/editar um ou mais ficheiros de texto contendo o código fonte. Isto pode ser feito utilizando um editor de texto como referido anteriormente na secção 4.1. O ficheiro deve ter a extensão .cpp ou .cc. O conteúdo do programa deve seguir estritamente a sintaxe da linguagem.

### 4.2.2.2 Compilação

A segunda fase é realizada utilizando um compilador para a linguagem específica, neste caso C++. Se houver um erro de sintaxe, o compilador deteta-o e indica a sua localização no ficheiro do código, assim como, a descrição do erro. Note-se que os erros lógicos não são detetados nesta fase. Se o programa não tiver erros de sintaxe, o compilador gera um código executável, ou seja, um programa executável. Esta fase inclui um ficheiro de cabeçalho no qual são declaradas as funções que mais tarde serão incluídas na fase de *linkagem*. Esses ficheiros de cabeçalho são bibliotecas e são fundamentais para o desenvolvimento do programa C++. Uma biblioteca é um ficheiro com métodos padronizados com entradas e saídas. Neste contexto, se se quiser exibir, e.g., uma mensagem na consola, não é preciso criar um método novo para tal, simplesmente basta importar uma biblioteca com esse método, e.g., `#include <stdio.h>`. No código da aplicação Análise de Estruturas foram usadas as seguintes bibliotecas:

- `iostream;`
- `fstream;`
- `cstdlib;`
- `iomanip;`
- `cmath;`
- `ctime;`
- `cstring;`
- `stdio.h;`
- `sys/stat.h;`
- `string.h;`
- `stdlib.h;`
- `sstream;`
- `r8lib.hpp.`

### 4.2.2.3 *Linkagem*

A terceira fase é realizada utilizando um programa especial chamado *linker*, que converte um programa objeto (independente da plataforma de *hardware*) numa aplicação que pode ser executada numa plataforma de hardware específica. As declarações de métodos são substituídas pelo próprio código executável. Se ocorre um erro o processo regressa à primeira fase.

### 4.2.2.4 Execução

A quarta e última fase apenas ocorre se cada fase anterior tiver sido concluída com sucesso.

## 4.3 A aplicação - Ação Sísmica

A aplicação Ação Sísmica implementa o método da sobreposição modal para determinar a ação sísmica. Numa primeira fase são introduzidas as condições do terreno, as representações da ação sísmica (de acordo com o NP EN 1998-1-1, 2010), depois são construídas as matrizes de massa e de rigidez da estrutura considerando os pisos indeformáveis, a seguir são calculadas as frequências próprias angulares e os modos de vibração, e finalmente são determinados os deslocamentos e as forças sísmicas a partir dos deslocamentos e forças modais, respetivamente. Todos estes passos são agrupados em pequenas secções de código C++ que também são apresentados a seguir.

### 4.3.1 Condições do terreno

A ação sísmica é definida em função das características do terreno de implementação do edifício ( NP EN 1998-1-1, 2010). Para a classificação do tipo de solo devem ser realizados ensaios que permitam conhecer as suas características geotécnicas. A quantidade de ensaios é definida em função da classe de importância da estrutura e de peculiaridades do projeto. Tendo em posse alguns valores dos parâmetros do solo, e.g., os obtidos do ensaio SPT (*Standart Penetraton Test*) e/ou do ensaio de resistência ao corte  $C_u$ , pode ser identificado o tipo de terreno recorrendo ao Quadro 3.1 da NP EN 1998-1-1, 2010

### 4.3.2 Ação sísmica

São definidos dois tipos de ação sísmica: a ação sísmica do tipo 1 e a ação sísmica do tipo 2 (NP EN 1998-1-1, 2010). A ação sísmica do tipo 1 tem como origem o movimento interplaca e o seu epicentro é afastado. A ação sísmica do tipo 2 tem como origem o movimento intraplaca e o seu epicentro é próximo. O território nacional é dividido por zonas sísmicas e é admitido que a sismicidade é constante em cada zona. O mapa de zonamento é apresentado no anexo nacional e também é apresentado no Anexo Nacional do Eurocódigo 8. A sismicidade é definida pelo

valor de referência da aceleração máxima na base num terreno do tipo A,  $a_{gR}$ . Cada zona tem o seu valor de referência como se pode ver na Tabela 4.1.

Tabela 4.1: Aceleração máxima de referência (NP EN 1998-1-1, 2010).

Ação sísmica Tipo 1		Ação sísmica Tipo 2	
Zona Sísmica	$a_{gR}(\text{m/s}^2)$	Zona Sísmica	$a_{gR}(\text{m/s}^2)$
1.1	2,50	2.1	2,50
1.2	2,00	2.2	2,00
1.3	1,50	2.3	1,70
1.4	1,00	2.4	1,10
1.5	0,50	2.5	0,80
1.6	0,35	—	—

### 4.3.3 Espectro de cálculo para a análise elástica

Em geral, o Eurocódigo 8 define a ação sísmica com base em espectros de resposta, apresentando explicitamente duas configurações espectrais recomendadas para situações de origem sísmica diferente: uma para situações em que o acontecimento sísmico condicionante tenha magnitude superior a 5,5 (espectro tipo 1) e outra para situações em que o evento sísmico tem magnitude inferior a este valor (espectro tipo 2) (Lopes, 2008). Em ambos, o movimento horizontal do solo num determinado ponto da superfície da terra é representado pelo espectro de resposta elástico da aceleração, o chamado "espectro de resposta elástica", e é definido pelas expressões, na cláusula 3.2.2.2, para as componentes horizontais do movimento sísmico, ver Figura 4.4.

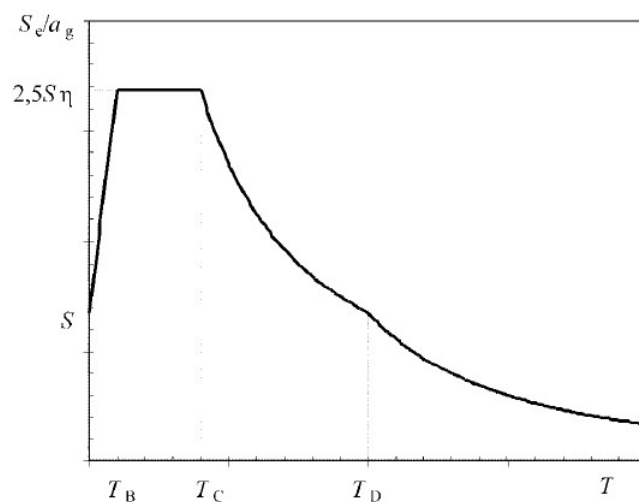


Figura 4.4: Forma do espectro de resposta elástica (NP EN 1998-1-1, 2010).

O Eurocódigo 8 com o intuito de evitar uma análise não linear da estrutura, tem em conta a capacidade de dissipação de energia da estrutura em virtude do comportamento dúctil dos seus elementos. Assim é efetuada uma análise com base num

### 4.3. A APLICAÇÃO - AÇÃO SÍSMICA

espectro de resposta de cálculo em relação ao da resposta elástica que é designado de Espectro de Cálculo, sendo definido pela seguinte função,

$$S_d(T) = \begin{cases} a_g \cdot S \cdot \left[ \frac{2}{3} + \frac{T}{T_B} \cdot \left( \frac{2,5}{q} - \frac{2}{3} \right) \right] & \Leftarrow 0 < T \leq T_B \\ a_g \cdot S \cdot \frac{2,5}{q} & \Leftarrow T_B < T \leq T_C \\ a_g \cdot S \cdot \frac{2,5}{q} \left[ \frac{T_C}{T} \right] \geq \beta \cdot a_g & \Leftarrow T_C < T \leq T_D \\ a_g \cdot S \cdot \frac{2,5}{q} \left[ \frac{T_C T_D}{T^2} \right] \geq \beta \cdot a_g & \Leftarrow T_D < T \end{cases} \quad (4.5)$$

onde,

$S_d(T)$  - espectro de cálculo;

$T$  - período de vibração de um sistema linear com um grau de liberdade;

$T_B$  - limite inferior do período no patamar de aceleração espectral constante;

$T_C$  - limite superior do período no patamar de aceleração espectral constante;

$T_D$  - valor que define no espectro o início do ramo de deslocamento constante;

$a_g$  - valor de cálculo da aceleração à superfície para um terreno do tipo A;

$S$  - coeficiente de solo;

$q$  - coeficiente de comportamento;

$\beta$  - coeficiente correspondente ao limite inferior do espectro de cálculo horizontal.

Nota 1: Para edifícios correntes  $\gamma_I = 1$ .

Nota 2:  $a_g = \gamma_I \cdot a_{gR}$ .

Nota 3: Para Portugal  $\beta = 0.2$ .

Os valores de  $T_B$ ,  $T_C$ ,  $T_D$  e  $S$  que definem a forma do espectro de resposta elástica dependem do tipo de terreno. Para Portugal os valores recomendados para os sismos do Tipo 1 e do Tipo 2 são apresentados nas Tabelas 4.2 e 4.3, respetivamente.

Tabela 4.2: Valores para o espectro de resposta elástica de tipo 1 (NP EN 1998-1-1, 2010)

Tipo de terreno	$S_{\max}$	$T_B$ (s)	$T_C$ (s)	$T_D$ (s)
A	1,00	0,1	0,6	2,0
B	1,35	0,1	0,6	2,0
C	1,60	0,1	0,6	2,0
D	2,00	0,1	0,8	2,0
E	1,80	0,1	0,6	2,0

O valor de  $S$  depende de  $a_g$  e pode ser determinado pela seguinte função,

Tabela 4.3: Valores para o espectro de resposta elástica de tipo 2 (NP EN 1998-1-1, 2010)

Tipo de terreno	$S_{\max}$	$T_B$ (s)	$T_C$ (s)	$T_D$ (s)
A	1,00	0,1	0,25	2,0
B	1,35	0,1	0,25	2,0
C	1,60	0,1	0,25	2,0
D	2,00	0,1	0,30	2,0
E	1,80	0,1	0,25	2,0

$$S = \begin{cases} S_{\max} & \Leftarrow a_g \leq 1 \text{ m/s}^2 \\ S_{\max} - \frac{S_{\max}-1}{3}(a_g - 1) & \Leftarrow 1 \text{ m/s}^2 < a_g < 4 \text{ m/s}^2 \\ 1 & \Leftarrow a_g \geq 4 \text{ m/s}^2 \end{cases} \quad (4.6)$$

onde,

$a_g$  - valor de cálculo da aceleração à superfície para um terreno do tipo A, em  $\text{m/s}^2$ ;

$S_{\max}$  - parâmetro cujo valor é indicado nas Tabelas 4.2 e 4.3.

#### 4.3.4 Combinações de ações para situações de projeto sísmicas

O valor de cálculo  $E_d$  dos esforços para a situação de projeto sísmica deve ser determinado de acordo com o Eurocódigo 0 (NP EN 1990, 2009), na cláusula 6.4.3.4, que a seguir se transcreve,

$$E_d = E \left\{ \sum_{j \geq 1} G_{k,j} + P + A_d + \sum_{i \geq 1} \psi_{2,i} Q_{k,i} \right\} \quad j \geq 1; i \geq 1 \quad (4.7)$$

A matriz massa da estrutura deve ser estabelecida considerando as forças gravíticas resultantes da seguinte combinação de ações,

$$\sum G_{k,j} + \sum \psi_{E,i} \cdot Q_{k,i} \quad (4.8)$$

onde,

$G_{k,j}$  - valor característico da ação permanente  $j$ ;

$P$  - valor representativo de uma ação de pré-esforço;

$\psi_{E,i}$  - coeficiente de combinação para a ação variável  $i$ ;

$Q_{k,i}$  - valor característico da ação variável acompanhante  $i$ ;

$A_d$  - valor de cálculo de uma ação de acidente.

### 4.3. A APLICAÇÃO - AÇÃO SÍSMICA

---

Os coeficientes de combinação  $\psi_{E,i}$  têm em conta a possibilidade de as cargas  $Q_{k,i}$  não estarem presentes em toda a estrutura durante o sismo. Estes coeficientes também poderão cobrir o efeito de uma participação reduzida das massas no movimento da estrutura, devido à ligação não rígida entre elas (NP EN 1998-1-1, 2010). O coeficiente de combinação é definido pela seguinte equação,

$$\psi_{E,i} = \varphi \cdot \psi_{2,i} \quad (4.9)$$

onde,

$\psi_{2,i}$  - coeficiente para a determinação do valor quase-permanente de uma ação variável  $i$ ;

$\varphi$  - fator definido na Tabela 4.4.

Tabela 4.4: Valores de  $\varphi$  para calcular  $\psi_{E,i}$  (NP EN 1998-1-1, 2010)

Tipo de ação variável	Piso	$\varphi$
Categorias A-C*	Cobertura	1,0
	Pisos com ocupações correlacionadas	0,8
	Pisos com ocupações independentes	0,5
Categorias D-F* e arquivos		1,0

(\*) - Categorias definidas no NP EN 1991-1-1, 2009

#### 4.3.5 Análise modal por espectro de resposta

O Eurocódigo 8 preconiza dois métodos de análise sísmica que pressupõem a realização de análises elásticas lineares: (1) o método de análise por forças laterais; e (2) o método da análise modal por espectro de resposta. Como alternativa preconiza os métodos não lineares: (1) a análise estática não linear *pushover*; e (2) a análise dinâmica não linear - temporal. Neste trabalho utiliza-se o método da análise modal por espectro de resposta - aplicável a todos os tipos de edifícios.

Na Sobreposição modal, os modos de vibração que contribuem significativamente para a resposta global da estrutura devem satisfazer um dos critérios seguintes:

- a soma das massas modais efetivas para os modos considerados representa, pelo menos, 90 % da massa;

ou

- todos os modos com massas modais efetivas superiores a 5 % da massa total são considerados.

Se porventura nenhum dos critérios é satisfeito, e.g, um edifício cuja contribuição dos modos de torção é a mais significativa, deverá considerar-se numa análise espacial um número mínimo  $k$  de modos que satisfaçam as duas condições seguintes,

$$k \geq 3 \cdot \sqrt{n} \quad (4.10)$$

e

$$T_k \leq 0,20s \quad (4.11)$$

onde,

$k$  - número de modos de vibração considerados;

$n$  - número de pisos acima da fundação ou do nível superior de uma cave rígida;

$T_k$  - período de vibração do modo  $k$ .

As respostas de dois modos de vibração  $i$  e  $j$  podem ser consideradas independentes entre si se os seus períodos  $T_i$  e  $T_j$  cumprirem a seguinte condição, com  $T_j \leq T_i$ ,

$$T_j \leq 0,9 \cdot T_i \quad (4.12)$$

Nos casos em que as respostas modais são consideradas independentes entre si o valor máximo  $E_E$  do efeito de uma ação sísmica é igual à raiz quadrada da soma dos quadrados dos efeitos da ação sísmica  $E_{E,i}$ ,

$$E_E = \sqrt{\sum E_{E,i}^2} \quad (4.13)$$

onde,

$E_E$  - efeito considerado da ação sísmica (força, deslocamento, etc.);

$E_{E,i}$  - valor desse efeito da ação sísmica devido ao modo de vibração  $i$ .

Nos casos em que as respostas modais não são consideradas independentes entre si, a inequação 4.12 não é satisfeita, pelo que se deve adotar o método da combinação quadrática completa.

### 4.3.6 Frequências próprias e modos de vibração

A resposta dinâmica de uma estrutura pode ser obtida a partir da análise do seu comportamento oscilatório atendendo aos modos de vibração. Cada modo de vibração representa uma configuração deformada da estrutura. Se o deslocamento de um dos graus de liberdade, de um determinado modo de vibração for conhecido, todos os outros deslocamentos, deste mesmo modo de vibração, podem ser obtidos (Lopes, 2008). Cada modo é normalizado de maneira que multiplicando as configurações dos modos por constantes e somando-os, qualquer deformação do edifício

pode ser obtida para caracterizar o movimento. Os modos de vibrações representam a decomposição da vibração da estrutura. As equações de movimento da estrutura são descritas em 4.14 (ver Chopra, 2013 para mais detalhes).

$$[m]\{\ddot{u}(t)\} + [c]\{\dot{u}(t)\} + [k]\{u(t)\} = \{p(t)\} \quad (4.14)$$

onde,

- $[m]$  - matriz de massa;
- $\{\ddot{u}(t)\}$  - vetor aceleração;
- $[c]$  - matriz de amortecimento;
- $\{\dot{u}(t)\}$  - vetor velocidade;
- $[k]$  - matriz de rigidez;
- $\{u(t)\}$  - vetor deslocamento;
- $\{p(t)\}$  - vetor forças exteriores.

Para determinar as frequências próprias angulares, anulam-se a matriz de amortecimento e o vetor das forças exteriores,

$$[m]\ddot{u}(t) + [k]u(t) = 0 \quad (4.15)$$

O período natural de vibração  $T$  de um sistema de múltiplos graus de liberdade é o tempo necessário para um ciclo do movimento harmônico simples num destes modos naturais de vibração (Chopra, 2013). A frequência natural correspondente de vibração angular é  $\omega_w$  e a frequência natural cíclica de vibração é  $f$ , onde.

$$T = \frac{2\pi}{\omega_w} \quad f = \frac{1}{T} \quad (4.16)$$

Para determinar as  $N$  frequências naturais angulares  $\omega_i$  e os  $N$  modos de vibração naturais  $\phi_i$  onde  $i = 1, 2, 3, \dots, N$ , sendo  $N$  o número de graus de liberdade de translação da estrutura, é necessário resolver o problema de valores e vetores próprios seguinte.

$$|[k] - \omega_n^2[m]| = 0 \quad (4.17)$$

Quando o determinante é expandido, um polinômio de ordem  $N$  em  $\omega_n^2$  é obtido. A Equação 4.17 é conhecida como a equação característica ou equação de frequência. Esta equação tem  $N$  raízes reais e positivas para  $\omega_n^2$  porque  $m$  e  $k$ , a massa estrutural e a rigidez são simétricas e positivas definidas, complementa o autor.

O problema do valor próprio não fixa a amplitude absoluta dos vectores  $\phi_n$ , apenas a forma do vector dada pelos valores relativos dos  $N$  deslocamentos  $\phi_{jn}$  ( $j = 1, 2, \dots, N$ ). Para determinar cada um dos modos de vibração, uma terceira equação é adicionada ao sistema de equações homogêneo agora linearmente dependente (o determinante da matriz de cada uma dessas raízes é zero), que, por exemplo, fixa

um valor unitário em uma das variáveis  $\phi_{ij}$ , seja  $\phi_{1j} = 1, 0$ , e é substituída uma das raízes resultantes da Equação 4.17 em 4.18, que diz respeito ao modo de vibração em estudo.

$$[[k] - \omega_n^2[m]] \{\phi_n\} = 0 \quad (4.18)$$

### 4.3.7 Massa modal, rigidez modal e fator de participação modal

A massa modal  $M_i$  associada ao grau de liberdade  $i$  é dada por (Elnashai e Sarno, 2008):

$$M_i = \{\phi\}_i^T [m] \{\phi\}_i \quad (4.19)$$

onde,

$\{\phi\}_i$  - modo de vibração  $i$ .

A rigidez modal  $K_i$  associada ao grau de liberdade  $i$  é dada por (Elnashai e Sarno, 2008):

$$K_i = \{\phi\}_i^T [k] \{\phi\}_i \quad (4.20)$$

O fator de participação modal  $\Gamma_i$ , fornece uma medida do quanto o modo de vibração  $i$  participa na resposta global e é dado por (Elnashai e Sarno, 2008):

$$\Gamma_i = \frac{L_i}{M_i} \quad (4.21)$$

com,

$$L_i = \{\phi\}_i^T [m] \{I\} \quad (4.22)$$

onde,

$\{I\}$  - vetor com os graus de liberdade ativos indicados pela unidade.

### 4.3.8 Massa modal efetiva, amplitude modal, deslocamento modal e força de inércia modal

Para o cálculo do cisalhamento de base é utilizado somente a parte efetiva da massa de um edifício devido ao  $i$ -ésimo modo de vibração, porque a massa do edifício é distribuída entre os diversos pisos do edifício e as forças estáticas de cada piso variam ao longo da altura do edifício em função do modo de vibração. A massa modal efetiva  $M_{eff}$  é determinada pela equação (4.23) (Chopra, 2013).

$$M_{eff,i} = \frac{L_i^2}{M_i} \quad (4.23)$$

A soma das massas modais efetivas  $M_{eff}$  é igual à massa total da estrutura (Chopra, 2013).

$$\sum M_{eff,i} = \sum m_i \quad (4.24)$$

As amplitudes modais  $U_i$  correspondentes a uma determinada ação sísmica são dadas pela equação (4.25) (Chopra, 2013).

$$U_i(t) = \frac{1}{\omega_i^2} \Gamma_i S_d(T_i) \quad (4.25)$$

Os deslocamentos modais  $Y_i(T)$ , associados a cada um dos modos de vibração são obtidos pelo produto da amplitude modal, a respeito de um modo de vibração, pelo modo de vibração respetivo, ver equação (4.26) (Chopra, 2013).

$$\{Y_i(t)\} = U_i \{\phi_i\} \quad (4.26)$$

As forças de inércia modais  $F_{I,i}$ , ou seja, as forças associadas a cada modo de vibração, são obtidas através do produto das amplitudes da aceleração pela massa. A amplitude da aceleração é a segunda derivada da função resposta - igualando à unidade a função seno. O produto pode ser escrito da seguinte forma (Chopra, 2013).

$$F_{I,i} = \omega_i^2 [m] \{Y_i(t)\} \quad (4.27)$$

#### 4.3.8.1 Regras específicas para edifícios de betão

Atendendo à norma europeia, o projeto de edifícios de betão resistentes aos sismos deve garantir que a estrutura tenha uma capacidade apropriada de dissipação de energia sem redução substancial da sua resistência global às ações horizontais e verticais. Os edifícios de betão armado são classificados, em função da sua capacidade de dissipação histerética, em duas classes de ductilidade: (1) classe de ductilidade média (DCM); e (2) classe de ductilidade alta (DCH). O Eurocódigo 8 classifica as estrutura em 6 tipos de sistemas, nomeadamente:

- sistema porticado;
- sistema misto (equivalente a um sistema porticado ou a um sistema de paredes);
- sistema de paredes dúcteis (acopladas ou não acopladas);
- sistema de paredes de grandes dimensões de betão fracamente armado;
- sistema de pêndulo invertido;
- sistema torsionalmente flexível.

A capacidade de dissipação de energia, sendo denominada por coeficiente de comportamento  $q$ , é calculada para cada uma das direções de calculo utilizando a seguinte expressão (NP EN 1998-1-1, 2010):

$$q = q_o k_w \geq 1,5 \quad (4.28)$$

onde,

$q_o$  - valor básico do coeficiente de comportamento - função do tipo de sistema estrutural e da sua regularidade em altura (ver Tabela 4.5);

$k_w$  - coeficiente que reflete o modo de rotura predominante nos sistemas estruturais de paredes (ver Equação 4.29).

Os valores de  $q_o$  dependem do tipo de estrutura e da classe de ductilidade, ver Tabela 4.5. Os valores para edifícios regulares em altura apresentam-se a seguir:

Tabela 4.5: Valor básico do coeficiente de comportamento  $q_o$ , para sistemas regulares em altura (NP EN 1998-1-1, 2010)

Tipo estrutural	DCM	DCH
Sistema porticado, sistema misto, sistema de paredes acopladas	3,0 $\frac{\alpha_u}{\alpha_1}$	4,5 $\frac{\alpha_u}{\alpha_1}$
Sistema de paredes não acopladas	3,0	4,0 $\frac{\alpha_u}{\alpha_1}$
Sistema torsionalmente flexível	2,0	3,0
Sistema de pêndulo invertido	1,5	2,0

Caso o edifício em estudo não satisfaça os critérios de regularidade em altura, o valor de  $q_o$  deverá ser reduzido em 20%. O valor do fator de majoração  $\alpha_u/\alpha_1$  é determinado a partir de um cálculo explícito e quando não for possível os seguintes valores aproximados para edifícios regulares em planta podem ser utilizados:

- Para sistemas porticados ou para sistemas mistos equivalentes a pórticos:

- edifícios de um só piso:  $\alpha_u/\alpha_1 = 1, 1$ ;
- edifícios de vários pisos, pórticos com um só tramo:  $\alpha_u/\alpha_1 = 1, 2$ ;
- edifícios de vários pisos, pórticos ou sistemas mistos equivalentes a pórticos com vários tramos:  $\alpha_u/\alpha_1 = 1, 3$ ;

- Para sistemas de paredes ou para sistemas mistos equivalentes a paredes:

- sistemas de paredes unicamente com duas paredes não acopladas em cada direcção horizontal:  $\alpha_u/\alpha_1 = 1, 0$ ;
- outros sistemas de paredes não acopladas:  $\alpha_u/\alpha_1 = 1, 1$ ;
- sistemas mistos equivalentes a paredes ou sistemas de paredes acopladas:  $\alpha_u/\alpha_1 = 1, 2$ .

O coeficiente  $k_w$ , que representa o modo de rotura predominante nos sistemas estruturais de paredes é:

$$k_w = \begin{cases} 1 & \Leftarrow a \\ 0.5 \leq \frac{1}{3}(1 + \alpha_o) \leq 1 & \Leftarrow b \end{cases} \quad (4.29)$$

onde,

#### 4.4. VALIDAÇÃO DAS APLICAÇÕES

$a$  - para sistemas porticados ou sistemas mistos equivalentes a pórticos;

$b$  - para sistemas de paredes, sistemas equivalentes a paredes e sistemas torsionalmente flexíveis;

$\alpha_o$  - esbelteza predominante das paredes do sistema estrutural.

Caso as esbeltezas  $h_{wi}/l_{wi}$  de todas as paredes  $i$  de um sistema estrutural não sejam diferentes, a esbelteza predominante  $\alpha_o$  pode ser determinada a partir da seguinte equação:

$$\alpha_o = \frac{\sum h_{wi}}{\sum l_{wi}} \quad (4.30)$$

onde,

$h_{wi}$  - altura da parede  $i$ ;

$l_{wi}$  - comprimento da secção da parede  $i$ .

### 4.4 Validação das aplicações

Para validar o programa Análise de Estruturas são considerados 3 testes (cada teste é um problema). A resolução algébrica é apresentada em bibliografia especializada e são realizadas 3 corridas do programa. Após comparação de resultados é validado o programa Análise de Estruturas.

#### 4.4.1 Análise de Estruturas - Teste 1

O problema é apresentado trata-se de um pórtico simples como se pode ver na Figura 4.5 (Martha, 2010). Todas as secções transversais dos elementos da estrutura apresentam iguais características elásticas e geométricas. O módulo de elasticidade é  $1.2 \times 10^7$  kN/m<sup>2</sup>. A área da secção transversal é  $1.2 \times 10^{-2}$  m<sup>2</sup>. O momento de inércia é  $1.2 \times 10^{-3}$  m<sup>4</sup>. A carga uniformemente distribuída aplicada na barra horizontal é 5 kN/m.

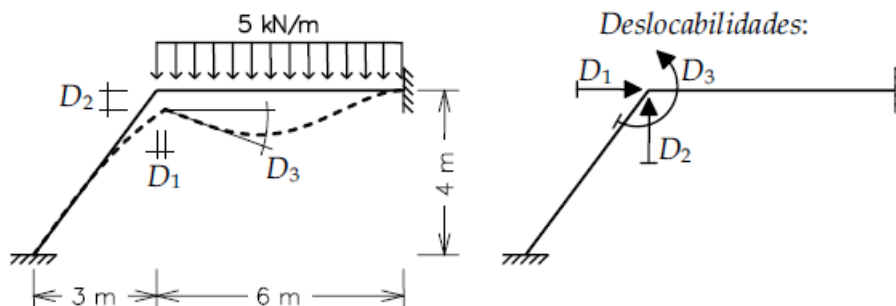


Figura 4.5: Estrutura para o teste 1 (Martha, 2010)

Através do método dos deslocamentos, ver Figura 4.5, as soluções (casos básicos) isolam os efeitos das cargas externas e os efeitos dos deslocamentos. Cada efeito isolado afeta o equilíbrio dos nós internos. Na sobreposição dos casos de base é imposto o equilíbrio dos nós internos. O sistema hiperestático (SH) para a estrutura é representado na Figura 4.6. O caso básico deste SH é utilizado como uma estrutura auxiliar em que são impostos os efeitos isolados.

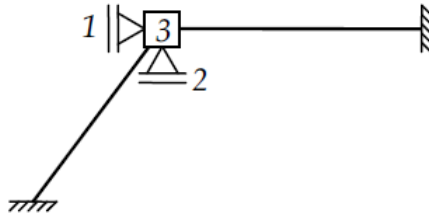


Figura 4.6: SH da estrutura da Figura 4.5 (Martha, 2010).

Existem quatro casos básicos, o 0, o 1, o 2 e o 3, como se segue. O caso 0 apresentado na Figura 4.7 isola o efeito das cargas externas, ou seja, cargas aplicadas no SH. Portanto, a carga externa é a carga aplicada ao SH com  $D_1 = 0$ ,  $D_2 = 0$  e  $D_3 = 0$ . Neste caso, as forças e os momentos que aparecem nos apoios fictícios do SH são denominados termos de carga  $\beta_{i0}$ . Neste exemplo, como mostra a Figura 4.7, há três termos de carga, onde  $\beta_{10}$  é a força de reação horizontal,  $\beta_{20}$  é a força de reação vertical e  $\beta_{30}$  é a reação momento, nos três apoios fictícios do nó interno.

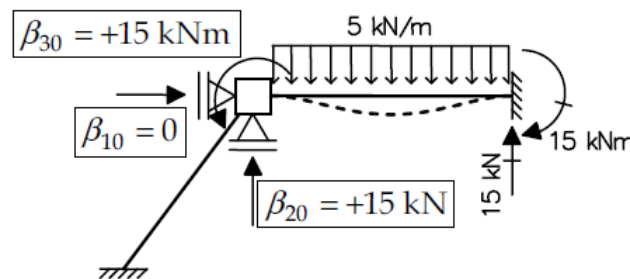


Figura 4.7: Solicitação externa isolada no SH da Figura 4.6 (Martha, 2010).

O caso 1 na Figura 4.8 isola o efeito do deslocamento  $D_1$  no SH e anula os valores dos deslocamentos  $D_2$  e  $D_3$ , como mostra esta figura, o deslocamento  $D_1$  é realçado. Para  $D_1$ , o valor unitário do efeito de  $D_1 = 1$  multiplicado pelo valor final que deverá ter. Para impor uma geometria deformada com  $D_1 = 1$  e outros deslocamentos mantidos nulos, um conjunto de forças e momentos nodais deve ser aplicado para manter o SH em equilíbrio nesta deformada, como mostra a Figura 4.8.

As forças e os momentos que aparecem nos apoios fictícios do SH tem por função equilibrá-lo. Os fatores  $K_{ij}$  são chamados de coeficientes de rigidez globais. No caso 1 os coeficientes de rigidez globais são a força horizontal  $K_{11}$ , a força vertical  $K_{21}$  e o momento  $K_{31}$ .

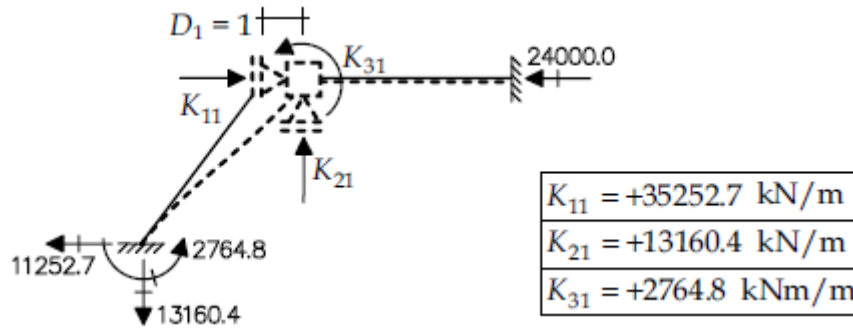


Figura 4.8: Deslocamento  $D_1$  isolado no SH da Figura 4.6 (Martha, 2010).

Nos casos 2 e 3, por analogia os coeficientes de rigidez globais  $K_{ij}$ , são as forças e os momentos que devem atuar na direção  $D_i$  para garantir o equilíbrio da estrutura quando a deformada  $D_j = 1$  é imposta e os outros são nulos.

Quando se anulam os efeitos dos apoios fictícios do SH, o equilíbrio da estrutura original é restabelecido. A partir dos resultados obtidos nos casos 0, 1, 2 e 3 a sobreposição dos casos é usada para restabelecer as condições de equilíbrio do nó interno. As resultantes das forças e dos momentos externos neste nó devem ser nulas, como se mostra:

- Soma das forças horizontais externas que atuam sobre o nó interno.

$$\beta_{10} + K_{11}D_1 + K_{12}D_2 + K_{13}D_3 = 0 \quad (4.31)$$

- Soma das forças verticais externas que atuam sobre o nó interno.

$$\beta_{20} + K_{21}D_1 + K_{22}D_2 + K_{23}D_3 = 0 \quad (4.32)$$

- Soma dos momentos externos que atuam no nó interno.

$$\beta_{30} + K_{31}D_1 + K_{32}D_2 + K_{33}D_3 = 0 \quad (4.33)$$

Estas equações são para o problema desta secção. Para um problema genérico pode-se escrever uma equação de equilíbrio na direção do deslocamento  $D_i$  para uma estrutura com  $n$  graus de liberdade:

$$\beta_{i0} + \sum_{j=1}^{j=n} K_{ij} \cdot D_j = 0 \quad (4.34)$$

Conforme os resultados apresentados na bibliografia, resolvendo-se o sistema de equações com os valores indicados para os termos de carga  $\beta_{i0}$  e coeficientes de rigidez globais  $K_{ij}$ , resulta nos seguinte valores para os deslocamentos (Martha, 2010):

$$\begin{aligned} D_1 &= 0.4504 \times 10^{-3} \text{ m} \\ D_2 &= -1.0489 \times 10^{-3} \text{ m} \\ D_3 &= -0.7530 \times 10^{-3} \text{ rad} \end{aligned}$$

Com os valores dos deslocamentos, o diagrama de esforço da estrutura final também pode ser obtido através da sobreposição dos diagramas de cada um dos casos básicos. Por exemplo, o momento fletor final ( $M$ ) pode ser obtido sobrepondo os diagramas de momentos fletores ( $M_i$ ) de cada caso básico, ver a equação 4.35:

$$M = M_0 + M_1 \cdot D_1 + M_2 \cdot D_2 + M_3 \cdot D_3 \quad (4.35)$$

Os resultados também podem ser generalizados para todos os esforços internos – esforços normais finais ( $N$ ), esforços transversos finais ( $Q$ ) e momentos fletores finais ( $M$ ) – de uma estrutura com  $n$  graus de liberdade:

$$N = N_0 + \sum_{j=1}^{j=n} N_j \cdot D_j = 0 \quad (4.36)$$

$$Q = Q_0 + \sum_{j=1}^{j=n} Q_j \cdot D_j = 0 \quad (4.37)$$

$$M = M_0 + \sum_{j=1}^{j=n} M_j \cdot D_j = 0 \quad (4.38)$$

Os valores dos esforços nas extremidades dos elementos são apresentados na Tabela 4.6:

Tabela 4.6: Momentos fletores finais da estrutura (Martha, 2010, pág. 327).

Posição de M	M (KNm)
Apoio esquerdo	-0,9
Nó livre	5,3
Apoio direito	21,1

Inicialmente será utilizado o exemplo referido em Martha, 2010, onde se apresenta um pórtico simples como ilustrado na Figura 4.9 e onde todas os elementos da estrutura do exemplo têm as mesmas características elásticas e secção transversal.

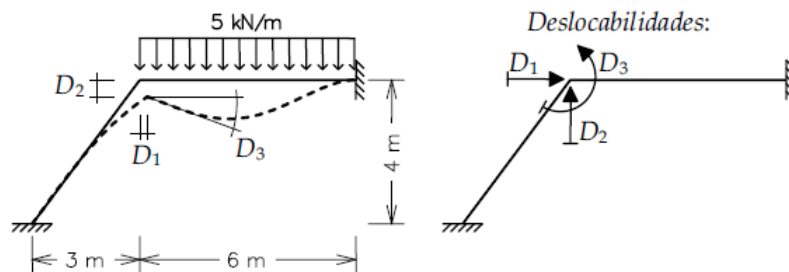


Figura 4.9: Descrição da metodologia do método dos deslocamentos (Martha, 2010).

#### 4.4. VALIDAÇÃO DAS APLICAÇÕES

Observa-se que a solução encontrada pelo programa de cálculo proposto apresenta valores muito próximos aos resultados apresentados anteriormente para as deslocabilidades  $D_1$ ,  $D_2$  e  $D_3$  e momentos. A fim de comparar os resultados, é apresentada a Tabela 4.7:

Tabela 4.7: Comparação dos valores de momentos fletores finais da estrutura com 3 graus de liberdade

Momento fletor nos nós - M (KNm)		
Posição de M	Problema - Teste 1	Programa
Apoio esquerdo	-0,9	-0,9
Nó livre	5,3	5,3
Apoio direito	21,1	21,1

#### 4.4.2 Análise de Estruturas - Teste 2

Para o segundo teste utilizou-se o exemplo disponibilizado em Ghali e Neville, 2017, (pág. 44), onde se apresenta um pórtico simples com 6 graus de liberdade nos nós livres. Todos os elementos da estrutura têm as mesmas características elásticas e a mesma secção transversal. O módulo de elasticidade é  $2 \times 10^8 \text{ kN/m}^2$ . A área da secção transversal é  $1.6 \times 10^{-2} \text{ m}^2$ . O momento de inércia é  $4.2598 \times 10^{-4} \text{ m}^4$ . O vão é de 8 m e o pé direito é de 6 m. Considera-se uma carga pontual lateral aplicada no nó B esquerdo da estrutura é de 36 kN, como ilustrado na Figura 4.10.

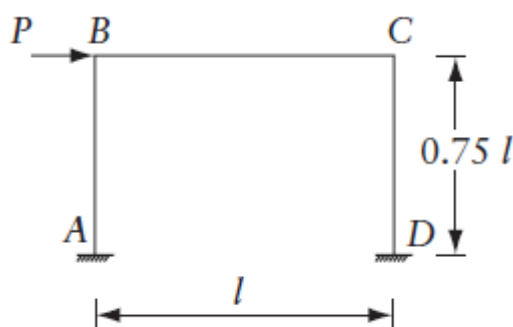


Figura 4.10: Estrutura para o teste 2 (Ghali e Neville, 2017)

Observa-se que a solução encontrada pelo programa Análise de Estruturas apresenta valores aproximadamente iguais aos resultados apresentados na secção de soluções de Ghali e Neville, 2017 (pág. 894) para os momentos fletores  $M_{AB}$  e  $M_{BA}$ . Os resultados são apresentados na Tabela 4.8:

Tabela 4.8: Comparação dos valores dos momentos fletores finais da estrutura com 6 graus de liberdade

Momento fletor nos nós - M (KNm)		
Posição de M	Problema - Teste 2	Programa
Apoio A	64,1	64,1
Nó B	-44,2	-44,2

### 4.4.3 Análise de Estruturas - Teste 3

Para o terceiro teste utilizou-se o problema disponibilizado em Ghali e Neville, 2017, (pág. 44). Um pórtico com 9 graus de liberdade nos nós livres e onde todos os elementos da estrutura têm as mesmas características elásticas.

O módulo de elasticidade é  $2 \times 10^8$  kN/m<sup>2</sup>. A área da secção transversal dos elementos AB, BC e CD é de  $1.6 \times 10^{-2}$  m<sup>2</sup>. A área da secção transversal dos elementos AE e ED é de  $8.0 \times 10^{-3}$  m<sup>2</sup>. O momento de inércia dos elementos AB, BC e CD é  $4.2598 \times 10^{-4}$  m<sup>4</sup>. O momento de inércia dos elementos AE e ED é  $5.3248 \times 10^{-5}$  m<sup>4</sup>. O vão é de 8 m. O pé direito é de 6 m. Tem-se uma carga pontual lateral aplicada no nó B esquerdo da estrutura de 36 kN, como se mostra na Figura 4.11

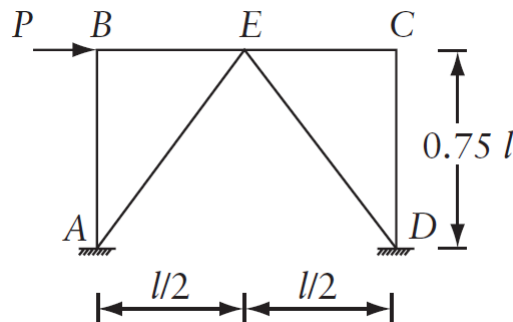


Figura 4.11: Estrutura para o teste 3 (Ghali e Neville, 2017)

Observa-se que a solução do programa Análise de Estruturas apresenta valores aproximadamente iguais aos resultados apresentados na secção de soluções de Ghali e Neville, 2017 (pág. 894) para os momentos  $M_{AB}$  e  $M_{BA}$ . A Tabela 4.9 mostra os resultados obtidos.

Tabela 4.9: Comparação de momentos fletores finais da estrutura com tirantes com 6 graus de liberdade.

Momento fletor nos nós - M (KNm)		
Posição de M	Problema - Teste 3	Programa
Barra AB	3,2	3,2
Barra BA	-2,3	-2,2

## 4.4.4 Ação Sísmica - Teste 1

Para validar o programa Ação Sísmica foi analisado um pórtico plano de três pisos, referido no anexo 2 de Lopes, 2008, ver Figura 4.12. Todas as secções transversais dos elementos da estrutura têm as mesmas características elásticas e geométricas. A rigidez de flexão  $EI$  é  $2 \times 10^4 \text{ kNm}^2$ . As alturas  $L_1 = L_2 = L_3$  são de 4 m. A massa da estrutura  $m_1$  e  $m_2$  são iguais e valem 15 ton e a massa  $m_3$  é de 10 ton. A estrutura localiza-se na cidade de Lisboa. A estrutura é fundada num solo rochoso. A estrutura apresenta um coeficiente de comportamento de 3,9. O sismo é considerado afastado com um valor de aceleração de dimensionamento  $S_a$ , de  $1.154 \text{ m/s}^2$ .

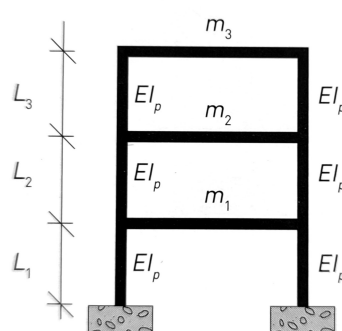


Figura 4.12: Estrutura para o teste 1 (Lopes, 2008).

Os resultados do programa Ação Sísmica são aproximadamente iguais aos resultados apresentados no anexo 2 de Lopes, 2008, designadamente, no que diz respeito às forças de inércia modais  $F_{ij}$ , para cada um dos piso  $i$ , e aos modo do vibração  $j$ . Os resultados são apresentados na Tabela 4.12.

Tabela 4.10: Forças de inércia modais F (KN)

Força	Problema - Teste 1	Programa
$F_{I1,1}$	10,3	10,3
$F_{I2,1}$	18,0	18,0
$F_{I3,1}$	14,3	14,3
$F_{I1,2}$	5,8	5,8
$F_{I2,2}$	1,1	1,1
$F_{I3,2}$	-3,7	-3,7
$F_{I1,3}$	1,3	1,3
$F_{I2,3}$	-1,9	-1,9
$F_{I3,3}$	1,0	1,0

#### 4.4.5 Ação Sísmica - Teste 2

O segundo problema utilizado para validação do programa Ação Sísmica é um pórtico plano de dois pisos, referido nos apontamentos de Costa, 2000, ver Figura 4.13. Todas as secções transversais dos elementos da estrutura apresentam as mesmas características elásticas e geométricas. A rigidez de flexão é  $13.5 \times 10^3 \text{ kNm}^2$ . A massa dos pisos é  $P_1 = P_2 = 16.33 \text{ ton}$ . A estrutura localiza-se num solo do tipo B. O sismo é afastado com valor de aceleração de dimensionamento  $0.93 \text{ m/s}^2$  para a primeira frequência de vibração natural e  $1.2 \text{ m/s}^2$  para a segunda frequência de vibração natural.

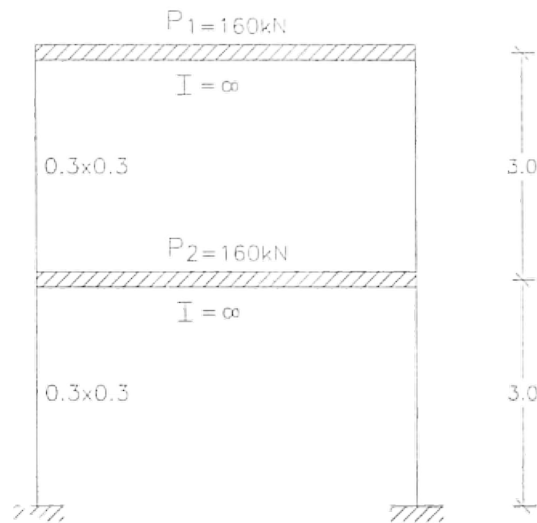


Figura 4.13: Estrutura para o teste 2 (Costa, 2000).

A solução do programa Ação Sísmica é aproximadamente igual à solução de Costa, 2000, no que diz respeito às forças de inércia modais  $F_{ij}$ , para cada um dos pisos  $i$  e modos de vibração  $j$ . A Tabela 4.12 apresenta as soluções.

Tabela 4.11: Forças de inércia modais F (KN)

Força	Problema - Teste 2	Programa
$F_{I1,1}$	17,8	17,8
$F_{I2,1}$	11,0	11,0
$F_{I1,2}$	-3,3	-3,4
$F_{I2,2}$	5,4	5,4

#### 4.4.6 Ação Sísmica - Teste 3

O terceiro problema para validar o programa Ação Sísmica é um pórtico plano de três pisos, referido na página 673 de Ghali e Neville, 2017, ver Figura 4.14.

#### 4.4. VALIDAÇÃO DAS APLICAÇÕES

Todas as secções transversais dos elementos da estrutura apresentam as mesmas características elásticas e geométricas. A rigidez de flexão é  $31.3 \times 10^3 \text{ kNm}^2$ . A dimensão  $l$  é 3.5 m. A massa da estrutura é  $m_1 = m_2 = 28.54 \text{ ton}$  e  $m_3 = 20.38 \text{ ton}$ . O valor da aceleração de dimensionamento é  $3.24 \text{ m/s}^2$  para a primeira frequência de vibração natural e  $6.67 \text{ m/s}^2$  para a segunda e terceira frequência de vibração natural.

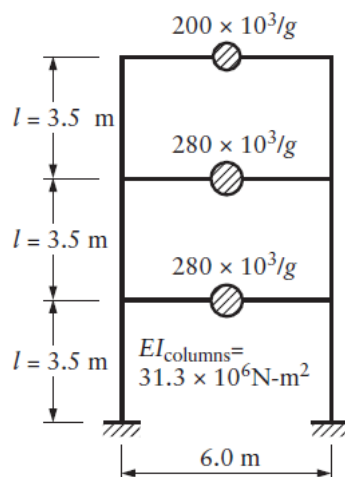


Figura 4.14: Estrutura para o teste 3 (Ghali e Neville, 2017).

Verifica-se que as soluções do programa Ação Sísmica são iguais às soluções de Ghali e Neville, 2017, para as forças de inércia modais  $F_{ij}$ , para cada piso  $i$  e modo de vibração  $j$ . As soluções são apresentadas na Tabela 4.12.

Tabela 4.12: Forças de inércia modais F (KN)

Força	Problema - Teste 3	Programa
$F_{I1,1}$	54,1	54,0
$F_{I2,1}$	95,4	95,4
$F_{I3,1}$	81,8	81,8
$F_{I1,2}$	64,0	64,0
$F_{I2,2}$	15,4	15,4
$F_{I3,2}$	-43,0	-43,0
$F_{I1,3}$	15,0	15,2
$F_{I2,3}$	-21,4	-21,4
$F_{I3,3}$	10,7	10,7

# Capítulo 5

## Estudo de casos práticos

### 5.1 Introdução

O presente capítulo apresenta os casos de estudo. Para tal, foram definidas quatro estruturas em altura, de edifícios de betão armado, com piscinas localizadas em diferentes pisos e sujeitas à ação sísmica regulamentar (NP EN 1998-1-1, 2010). As estruturas apresentam as mesmas dimensões em planta. Para cada uma das quatro estruturas são realizadas quatro simulações: (1) piscina no piso térreo; (2) piscina no piso um; (3) piscina no piso intermédio; e (4) piscina no último piso.

### 5.2 Caracterização dos edifícios

O modelo para a estrutura é um edifício multifamiliar com piso térreo para comércio e os restantes para habitação. O local de implantação é Lisboa. A planta do edifício é regular de  $30 \times 24 \text{ m}^2$ . O pé-direito é de 3.50 m. O modelo é apresentado na Figura 5.1. A piscina de uso recreativo apresenta as seguintes dimensões internas  $10 \times 12 \times 1.2 \text{ m}$  e a sua localização é representada na Figura 5.1. A classe de exposição em função das condições ambientais, atendendo a NP EN 1992-1-1, 2010, é XS1, assim como, a classe de resistência do betão escolhida é de 25/30 MPa, que corresponde ao módulo de elasticidade secante do betão  $E_{cm}$  de 31 GPa. Os casos de estudo são quatro, estruturas de 5, 9, 15 e 19 pisos, ver as Figuras 5.2 e 5.3.

#### 5.2.1 Pré-dimensionamento dos elementos

Atendendo a Pinheiro et al., 2007, para se calcular o peso próprio da estrutura é necessário primeiro tomar como base uma dimensão prévia dos elementos - a primeira parcela a ser considerada no cálculo das ações. Esta subsecção mostra os cálculos adotados no pré-dimensionamento de lajes, de vigas e de pilares.

##### 5.2.1.1 Lajes

A bibliografia da especialidade aponta inúmeras maneiras de realizar o pré-dimensionamento. Neste estudo é utilizada a metodologia de Appleton, 2013 para

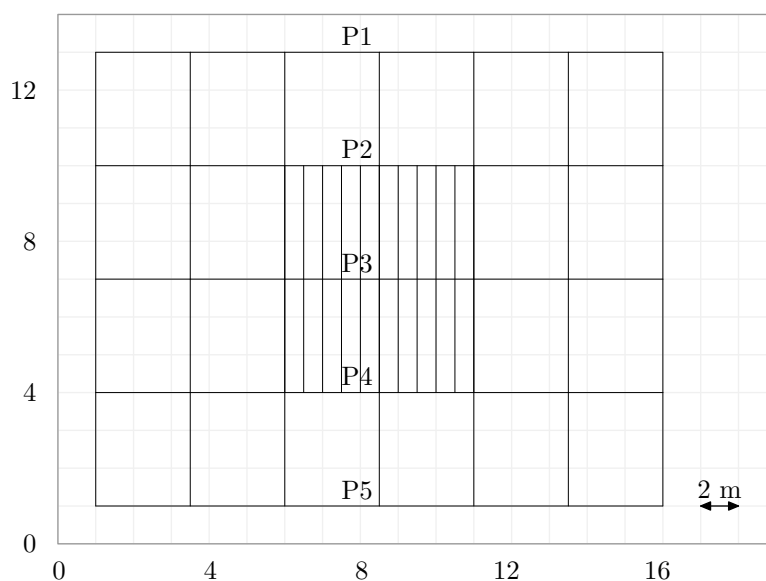


Figura 5.1: Planta dos edifícios

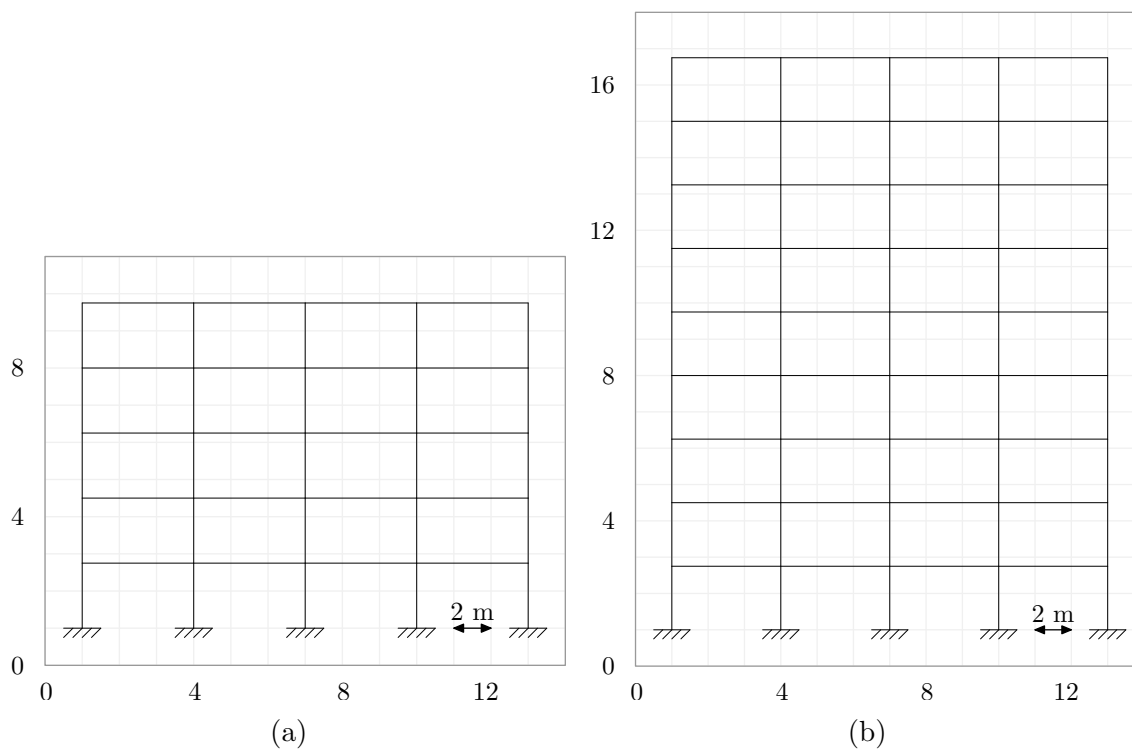


Figura 5.2: Dois primeiros casos de estudo: (a) 5 pisos; (b) 9 pisos

lajes vigadas de betão armado com vãos correntes sujeitas a sobrecargas moderadas ( $< 5 \text{ kN/m}^2$ ). O valor usual da espessura, para vãos de 4 a 6 m, é  $h \geq 15 \text{ cm}$ . A partir da planta do edifício determina-se o valor do menor vão de 5 m e considerando todas as bordas encastradas, resulta  $h \geq 15 \text{ cm}$ . Através dos critérios da NP EN 1992-1-1, 2010, item 4.4.1, o valor do recobrimento é de 30 mm. Considerando a

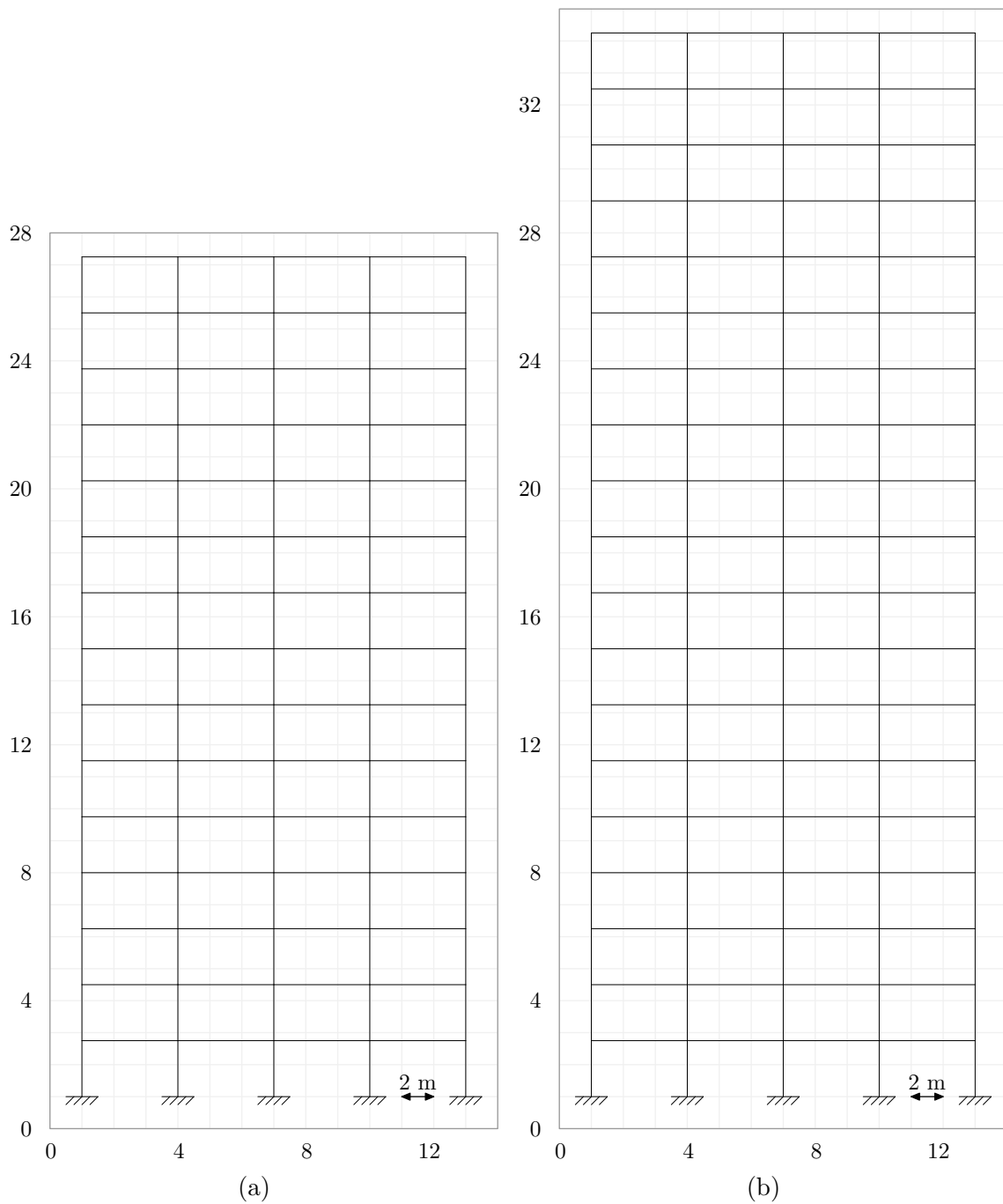


Figura 5.3: Dois últimos casos de estudo: (a) 15 pisos; (b) 19 pisos

armadura mínima de 10 mm e a laje armada em duas direções obtém-se a altura da laje  $h = 15 + (1 \times 1.5) + 3 = 19.5$  cm - adota-se o valor  $h = 20$  cm.

### 5.2.1.2 Vigas

Seguindo a metodologia apresentada em Appleton, 2013, o pré-dimensionamento de vigas pode ser feito atendendo à equação 5.1.

$$h_{est} = \frac{l_0}{10} \quad (5.1)$$

onde,

$h_{est}$  - altura estimada da viga;

$l_0$  - vão entre apoios da viga.

O maior vão é igual 6 m, logo a altura estimada da viga é de 0.60 m. Para a sua base considera-se uma largura de 0.40 m - suficiente para acomodar a armadura.

### 5.2.1.3 Pilares

O pré-dimensionamento do pilar inicia-se estimando a carga no pilar, e.g., através do método das áreas de influência. O método consiste em dividir a área total do piso em áreas de influência associadas a cada pilar e a partir daí estimar as cargas que cada pilar mobiliza. A faixa de influência de cada pilar pode ser obtida dividindo-se a distância entre os eixos por intervalos que variam, dependendo da posição do pilar na estrutura, ver Figura 5.4 (Appleton, 2013).

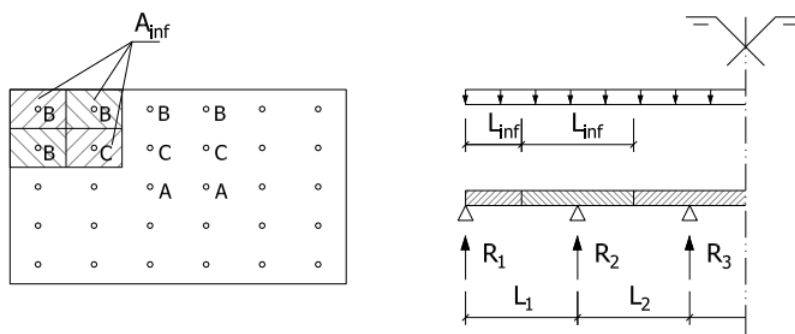


Figura 5.4: Áreas de influência dos pilares (Appleton, 2013).

Posteriormente estimam-se as reações  $R_i$  correspondentes a cada pilar por meio das equações 5.2.

$$R_1 \approx \frac{3pl_1}{8} \quad R_2 \approx \frac{5pl_1}{8} + \frac{pl_2}{2} \quad (5.2)$$

Na sequência, para se estimar a secção do piso zero, para uma combinação de cargas quase permanente, utiliza-se a equação 5.3, que tem por objetivo controlar os efeitos da fluência do betão.

$$\sigma_c = \frac{N_{qp}}{A_{pilar}} \leq (0,4 \text{ a } 0,6) f_{cd} \quad (5.3)$$

onde,

$\sigma_c$  - tensão de compressão no betão (MPa);

$N_{qp}$  - esforço normal (KN);

$A_{pilar}$  - área do pilar ( $m^2$ );

$f_{cd}$  - valor de cálculo da tensão de rotura do betão à compressão, conforme item 3.1.6 da NP EN 1992-1-1, 2010  $f_{cd} = 16.67$  MPa. Foi adotado o valor de  $0,6f_{cd}$ .

Com base no apresentado e nas dimensões da Figura 5.1, os três tipos de secções para os pilares, agrupados em: (1) de extremidade (P1 e P5); (2) internos (P2 e P4); e (3) central (P3), apresentam-se na Tabela 5.1.

Tabela 5.1: Dimensão dos pilares em cm.

Pilar	Casos de estudo							
	Edifício 5 Pisos		Edifício 9 Pisos		Edifício 15 Pisos		Edifício 19 Pisos	
	Lado X	Lado Y	Lado X	Lado Y	Lado X	Lado Y	Lado X	Lado Y
P1 e P5	40	20	40	35	40	55	40	55
P2 e P4	40	45	40	85	40	145	40	145
P3	40	40	40	75	40	130	40	130

### 5.2.2 Simplificações adotadas

No modelo estrutural as paredes de alvenaria não foram consideradas como resistentes atendendo à cláusula 4.3.6 do NP EN 1998-1-1, 2010, que faz satisfazer o item 4.3.6.1 (4). Neste estudo não foi considerada a interação da água com as paredes da piscina, portanto a carga da água da piscina foi considerada como sendo uma carga estática. A secção dos pilares é constante da base ao topo do edifício, para os quatro modelos de edifícios. O objetivo principal do estudo é avaliar o valor da ação sísmica variando a posição da piscina em altura. Por fim, não se considerou o posicionamento da piscina em planta. Tendo presente que as dimensões do edifício são padronizadas e que não são usuais num projeto corrente para habitação. Assim, apenas é considerada a carga de uma piscina com dimensões usuais de utilidade lazer.

## 5.3 Definição das cargas

Para definir as ações e combinação de ações que foram utilizadas nos cálculos, recorreu-se ao NP EN 1990, 2009 e NP EN 1991-1-1, 2009, bem como, a Farinha e dos Reis, 1993 para definição do peso próprio dos materiais e medições efetuadas a partir das plantas do edifícios.

### 5.3.1 Ações permanentes

Para a determinação do peso próprio dos elementos estruturais de betão armado e peso da água da piscina, considerou-se, atendendo ao Quadro A.1. e Quadro A.7. do NP EN 1991-1-1, 2009, o valor de  $25 \text{ kN/m}^3$  e  $10 \text{ kN/m}^3$  para o peso volúmico do betão e para o peso volúmico da água doce, respetivamente. As cargas permanentes restantes foram estimadas, ver Tabela 5.2.

Tabela 5.2: Valor adotado para as cargas permanentes (Farinha e dos Reis, 1993 e NP EN 1991-1-1, 2009).

Piso	Tipo de carga	Peso por área ( $\text{kN/m}^2$ )
Tipo	Parede de bloco furado de betão, incluindo argamassa de assentamento e reboco em ambas as faces de 26 cm.	2,80
	Betonilha 4 cm.	0,80
	Betão leve 6 cm classe LC 1,0 .	0,60
	Revestimento cerâmico incluindo argamassa de assentamento.	0,55
	Revestimento do teto em estuque sobre rede cerâmica, incluindo reboco e esboço.	0,40
Cobertura	Betonilha 4 cm.	0,80
	Betão leve 6 cm classe LC 1,0 .	0,60
	Revestimento do teto em estuque sobre rede cerâmica, incluindo reboco e esboço.	0,40
	Impermeabilização de terraço com emprego de feltros, betume e seixo rolado.	0,15

### 5.3.2 Ações variáveis

#### 5.3.2.1 Sobrecargas

As sobrecargas são determinadas em função da sua finalidade / ocupação. Neste caso, para atividades domésticas e residenciais e atendendo ao Quadro 6.1. e ao Quadro 6.9 do NP EN 1991-1-1, 2009 as sobrecargas apresentam-se na Tabela 5.3.

Tabela 5.3: Valor adotado para as sobrecargas (NP EN 1991-1-1, 2009).

Piso	Tipo de carga	Peso por área ( $\text{kN/m}^2$ )
Tipo	Atividades domésticas e residenciais.	2,00
	Paredes divisórias amovíveis .	1,20
Cobertura	Coberturas acessíveis com utilizações domésticas e residenciais.	2,00

### 5.3.2.2 Vento

Utilizando como base a secção 4.3.4 e tendo como referência o Quadro A1.1 da norma NP EN 1990, 2009, pode-se observar que o coeficiente de combinação  $\psi_2$  para a ação variável de vento é nulo, sendo ele o que acompanha o valor da ação variável - tornará o valor final nulo.

### 5.3.3 Ação sísmica

Na consideração da ação sísmica para o estudo dos edifícios, foi utilizado um sismo do tipo 2, com um terreno de tipo A e classe de importância II para edifícios correntes. Para a análise foi utilizado o espectro de cálculo que é definido, no capítulo anterior, bem como considerado no NP EN 1998-1-1, 2010 para a localização Lisboa, ver Tabela 5.4.

Tabela 5.4: Valor de referência para Lisboa (NP EN 1998-1-1, 2010).

	$\gamma_I$	$a_{gR}$ (m/s <sup>2</sup> )	$a_g$ (m/s <sup>2</sup> )	$S_{max}$	$T_B$ (s)	$T_C$ (s)	$T_D$ (s)
Sismo Tipo 2	1,0	1,7	1,7	1,0	0,1	0,25	2,0

### 5.3.4 Coeficiente de comportamento

Seguindo o que foi apresentado na secção 4.3.8.1, o fator de majoração  $\alpha_u/\alpha_1$  e o fator do modo de ruptura  $k_w$  para edifícios de vários pisos, com pórticos de vários tramos é igual a 1,3 e 1,0, respectivamente. Utilizando a equação 4.28 e com base na Tabela 4.5 e nos valores apresentados, é possível determinar o coeficiente de comportamento  $q = 3,9$  para uma classe de ductibilidade média adotada para o presente estudo.

# Capítulo 6

## Resultados

### 6.1 Introdução

Neste capítulo são mostrados os resultados obtidos a partir dos programas Análise de Estruturas e Ação Sísmica implementados pelo orientador para a determinação das forças de inércia em cada piso, a partir da ação sísmica, assim como, os respectivos esforços correspondentes a estas forças combinadas com as restantes.

### 6.2 Massas a considerar

Conforme apresentado no capítulo anterior o estudo incide sobre um pórtico contendo os pilares de P1 a P5, visitar novamente a Figura 5.1.

Com base nas definições abordadas no capítulo anterior nas secções 5.2 onde foram estabelecidas as dimensões e 5.3 onde foram estabelecias as ações atuantes, foi possível determinar as massas de cada um dos pisos com o auxílio do software Microsoft Excel, ver Tabela 6.1.

Tabela 6.1: Massas do pórtico

Massas do pórtico $G_{k,i}$ em toneladas (t)				
Piso	Pórtico de 5 Pisos	Pórtico de 9 Pisos	Pórtico de 15 Pisos	Pórtico de 19 Pisos
Tipo	125,84	130,79	138,13	143,59
Com piscina	210,68	215,63	222,98	228,44
Cobertura	118,62	121,10	124,77	127,50
Cobertura com piscina	203,47	205,94	209,62	212,35

### 6.3 Resultados do programa Ação Sísmica

Os dados de entrada para o programa Ação sísmica são os seguintes: (1) número de pisos; (2) coeficientes de rigidez de cada piso associada a cada um dos graus

de liberdade (pisos); (3) massa de cada piso (Tabela 6.1); e (4) dados relacionados com a definição da ação sísmica apresentados na secção 5.3.3. Depois de correr são obtidas as forças laterais em cada um dos pisos, ver as Tabelas da 6.2 à 6.6.

Nas Tabelas de 6.2 à 6.5 é possível observar a coluna Piscina no R/C, onde a piscina não é contabilizada nas ações atuantes do pórtico, então esta serve como balizador para os resultados das colunas subseqüentes.

Para o pórtico de 5 pisos pode-se observar na Tabela 6.2 que houve pouca variação da força lateral devido à ação sísmica nos pisos onde não há o peso adicional da piscina. No pórtico com a piscina no primeiro piso há um aumento da força lateral devido ao sismo nesse piso de 76,10 %, em relação ao pórtico de referência - piscina no R/C. No pórtico com a piscina no piso 3 há um aumento da força lateral devido ao sismo nesse piso de 65,40 %, em relação ao pórtico de referência. Com a piscina no último piso pode-se observar nesse piso um aumento de 50,99 % em relação ao pórtico de referência. Os resultados apresentados na Tabela 6.2 podem ser vistos na forma gráfica - Figura 6.1.

Tabela 6.2: Forças laterais atuantes no pórtico de 5 pisos

Piso	Força lateral $A_{Ek,i}$ (kN)			
	Piscina no R/C	Piscina no piso 1	Piscina no piso 3	Piscina na cobertura
1	49,03	86,35	49,19	48,70
2	55,23	54,58	51,06	54,51
3	54,70	53,49	90,48	55,74
4	55,84	55,86	54,91	55,56
5	67,82	70,23	66,50	102,40
$\Sigma$	282,62	320,52	312,14	316,91

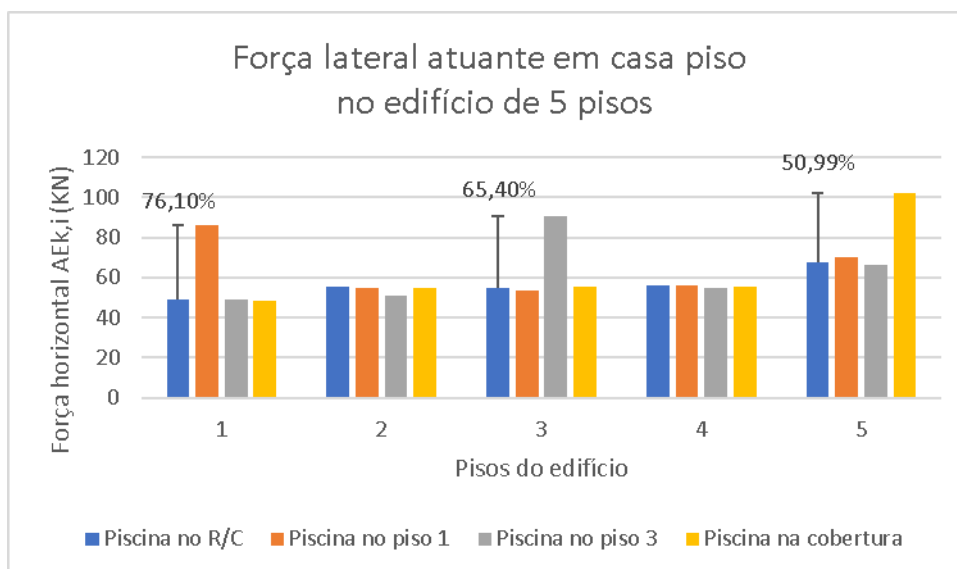


Figura 6.1: Forças laterais atuantes no pórtico de 5 pisos

### 6.3. RESULTADOS DO PROGRAMA AÇÃO SÍSMICA

No pórtico de 9 pisos, ver a Tabela 6.3, observa-se uma variação maior na força lateral devido a ação sísmica nos pisos que não tem a peso adicional da piscina. Porém, esta variação é no sentido benéfico, pois há uma diminuição da força lateral na grande maioria dos pisos, com exceção do piso 2 do edifício com a piscina no primeiro andar, onde há um aumento de 2,28%. Para o pórtico com a piscina no primeiro piso há um aumento da força lateral devido ao sismo nesse piso em 95,06%, em relação ao pórtico de referência - piscina no R/C. Para o pórtico com a piscina no quinto piso há um aumento da força lateral devido ao sismo nesse piso em 46,72%, em relação ao pórtico de referência. Para o pórtico com a piscina no último piso observa-se nesse piso um aumento de 44,41% em relação ao pórtico de referência. Os resultados apresentados na Tabela 6.3 podem ser vistos na forma gráfica - Figura 6.2.

Tabela 6.3: Forças laterais atuantes no pórtico de 9 pisos

Piso	Força lateral $A_{Ek,i}$ (kN)			
	Piscina no R/C	Piscina no piso 1	Piscina no piso 5	Piscina na cobertura
1	49,52	96,60	46,19	46,46
2	72,09	73,73	65,29	66,51
3	79,47	79,42	69,68	72,96
4	81,05	79,80	68,08	74,23
5	80,61	77,74	118,27	72,37
6	81,06	76,59	69,99	70,49
7	85,18	78,32	74,13	71,41
8	96,43	90,54	84,61	76,95
9	100,47	100,46	91,67	145,09
$\Sigma$	725,87	753,20	687,93	696,48

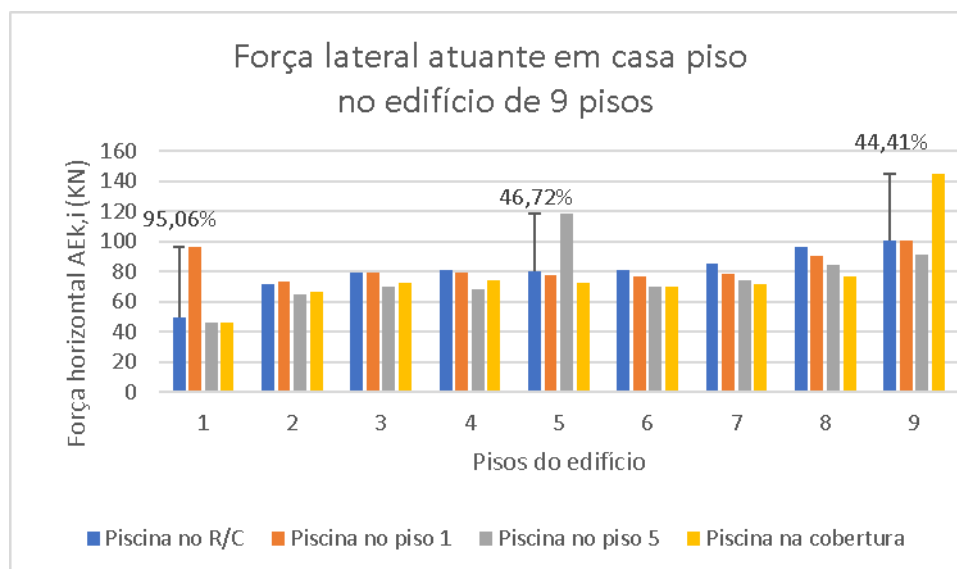


Figura 6.2: Forças laterais atuantes no pórtico de 9 pisos

A respeito do pórtico de 15 pisos, os seus resultados em termos de forças laterais atuantes são apresentados na Tabela 6.4. Verifica-se um aumento na força lateral em todos os pisos quando a piscina se encontra no primeiro piso do pórtico. Nos outros dois casos, piscina no piso 8 e piscina no topo, verifica-se uma redução das forças laterais atuantes em cada piso, com exceção do piso 2 do pórtico com a piscina no piso 8, onde a variação é de 0,26%. No pórtico com a piscina no primeiro piso há um aumento da força lateral devido ao sismo nesse piso em 98,01 %, em relação ao edifício de referência - piscina no R/C. No edifício com a piscina no piso 8 há um aumento da força lateral devido ao sismo nesse piso em 60,27%, em relação ao edifício de referência. Quando a piscina se localiza no último piso pode-se observar nesse piso um aumento de 60,79% em relação ao edifício de referência.

Tabela 6.4: Forças laterais atuantes no pórtico de 15 pisos

Piso	Força lateral $A_{Ek,i}$ (kN)			
	Piscina no R/C	Piscina no piso 1	Piscina no piso 8	Piscina na cobertura
1	32,36	64,08	32,45	32,09
2	55,59	61,52	55,41	55,05
3	70,67	75,56	69,93	69,90
4	79,67	83,71	78,01	78,65
5	84,73	88,15	81,89	83,40
6	87,70	90,78	83,97	86,02
7	89,84	92,79	86,50	87,83
8	91,75	94,64	147,05	89,45
9	93,69	96,42	92,45	91,02
10	96,01	98,44	94,46	92,69
11	99,47	101,49	97,81	95,01
12	104,97	106,62	103,31	98,96
13	112,77	114,54	111,13	105,37
14	121,62	124,51	119,94	113,97
15	115,78	119,42	114,15	186,17
$\Sigma$	1336,64	1412,66	1368,44	1365,56

Os resultados apresentados na Tabela 6.4 anterior podem ser vistos na forma gráfica - Figura 6.3.

### 6.3. RESULTADOS DO PROGRAMA AÇÃO SÍSMICA

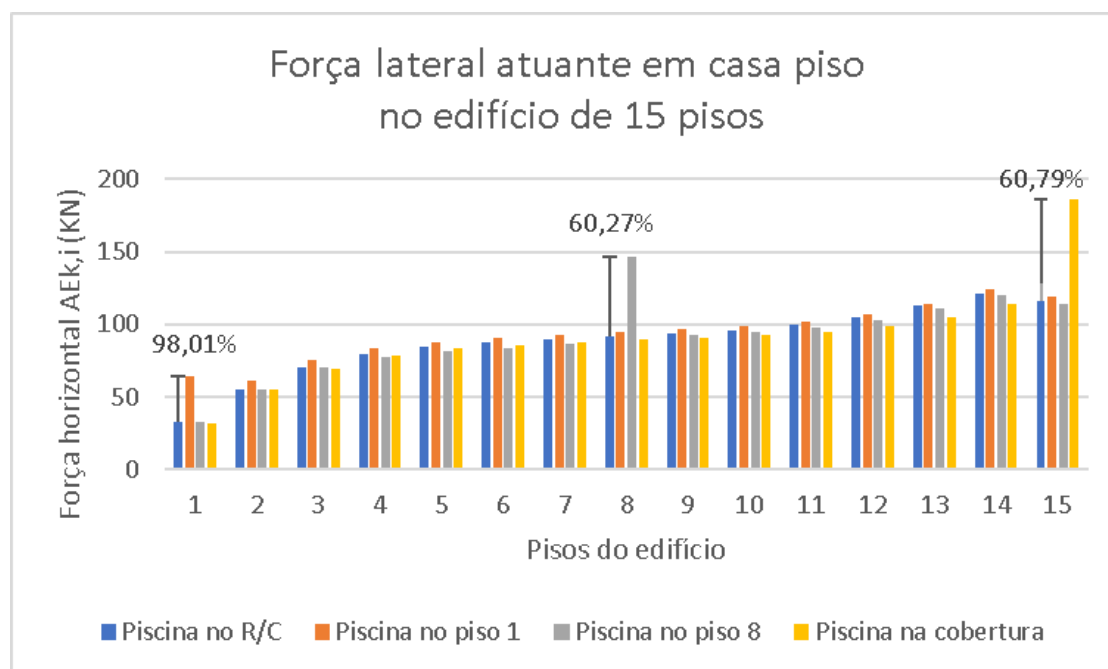


Figura 6.3: Forças laterais atuantes no pórtico de 15 pisos

No pórtico de 19 pisos e observando a Tabela 6.5 verifica-se um aumento da força lateral em todos os pisos quando a piscina se encontra no primeiro piso do pórtico. Nos outros dois casos, piscina no piso 10 e piscina no topo, há uma redução nas forças laterais atuantes em cada piso, à exceção dos pisos onde se encontra a piscina. Para o edifício com a piscina no primeiro piso há um aumento da força lateral devido ao sismo nesse piso de 85,04%, em relação ao edifício de referência - piscina no R/C. No edifício com a piscina no piso 10 há um aumento da força lateral devido ao sismo em 58,04%, em relação ao edifício de referência. Quando a piscina se localiza no último piso observa-se um aumento de 61,48%, em relação ao edifício de referência.

Tabela 6.5: Forças laterais atuantes no pórtico de 19 pisos

Piso	Força lateral $A_{Ek,i}$ (kN)			
	Piscina no R/C	Piscina no piso 1	Piscina no piso 10	Piscina na cobertura
1	26,10	48,29	25,92	25,75
2	47,21	50,89	46,69	46,53
3	63,57	66,83	62,63	62,58
4	75,88	78,76	74,44	74,61
5	84,91	87,45	82,92	83,38
6	91,42	93,68	88,91	89,65
7	96,14	98,18	93,26	94,14
8	99,69	101,56	96,82	97,46
9	102,55	104,30	100,35	100,09

### 6.3. RESULTADOS DO PROGRAMA AÇÃO SÍSMICA

Continuação da Tabela 6.5				
Piso	Piscina no R/C	Piscina no piso 1	Piscina no piso 10	Piscina na cobertura
10	105,13	106,77	166,14	102,39
11	107,73	109,26	106,72	104,64
12	110,67	112,07	109,44	107,10
13	114,23	115,50	112,86	110,04
14	118,70	119,84	117,23	113,75
15	124,18	125,27	122,65	118,46
16	130,56	131,69	128,98	124,22
17	137,30	138,64	135,67	130,75
18	143,38	145,25	141,69	137,33
19	130,69	132,78	129,13	211,04
$\Sigma$	1910,06	1967,00	1942,45	1933,92
Fim da Tabela				

Os resultados apresentados na Tabela 6.5 podem ser vistos na forma gráfica - Figura 6.4.

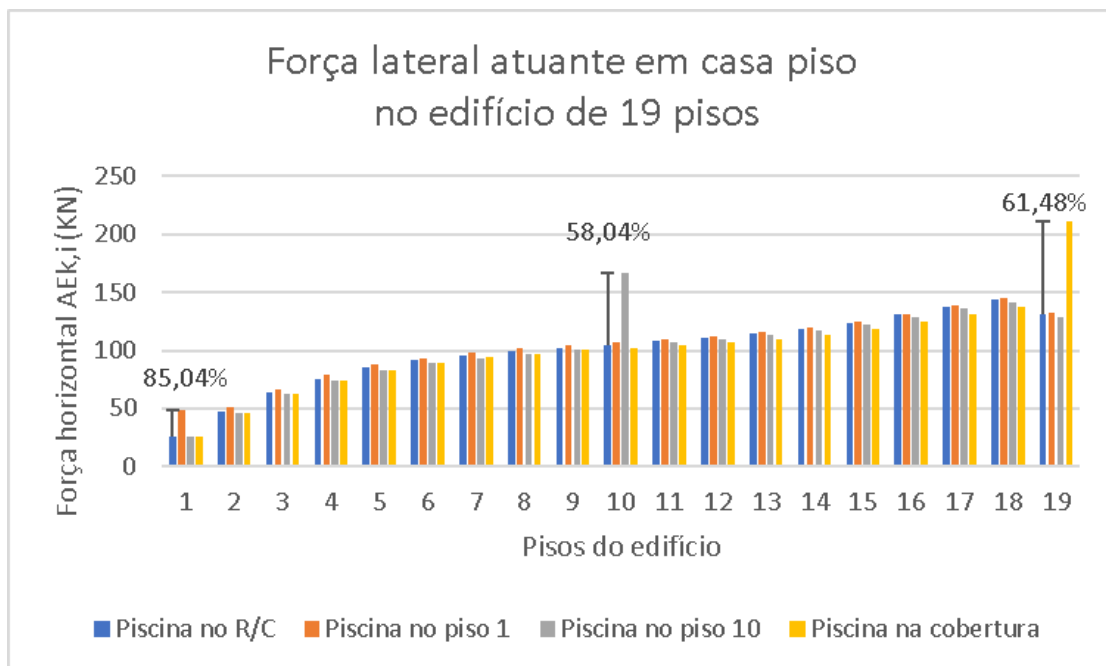


Figura 6.4: Forças laterais atuantes no pórtico de 19 pisos

Seguindo a metodologia apresentada na secção 4.3.5, as forças de corte basal dos pórticos apresentam-se na Tabela 6.6, onde a primeira coluna indica o piso com a piscina e as restantes colunas indicam o tipo de pórtico em análise.

Tabela 6.6: Força de corte basal máxima

Piso da piscina	Força de corte basal máxima $V_b$ (kN)			
	Pórtico de 5 Pisos	Pórtico de 9 Pisos	Pórtico de 15 Pisos	Pórtico de 19 Pisos
R/C	193,03	461,56	1045,58	1586,86
Prim.	218,03	487,88	1064,34	1602,50
Médio	220,49	480,39	1073,23	1620,04
Topo	217,79	465,36	1048,25	1588,97

Na Tabela 6.6 é possível observar, na quarta linha, a linha com "R/C" na primeira coluna, a força de corte basal sem a influência da presença da piscina, pois o seu peso não é contabilizado nas ações atuantes no pórtico. Pode-se observar que quanto maior é o edifício, menor é a influência que o peso da piscina exerce sobre o edifício, onde o edifício aumenta sua massa linearmente a medida que sobe em altura, porém o peso da piscina se mantém o mesmo. Verifica-se que para o pórtico de 5 pisos, a piscina tem maior influência na força de corte basal. Para as três posições da piscina: (1) Primeiro; (2) Médio; e (3) Topo, a interferência é de pelo menos 12,83% a mais em relação ao pórtico sem piscina. No pórtico de 9 pisos a presença da piscina incrementa a força de corte basal de 5,70% e 4,08%, quando localizada no Primeiro e Médio piso, respetivamente. Quando a piscina se encontra no topo a diferença é de 0,82%.

Os pórticos com 15 e 19 pisos com a piscina no Primeiro e Médio pisos, a variação da força de corte basal é de 2,64% e de 2,09%, respetivamente. A variação mínima ocorre com a piscina no Topo do pórtico de 19 andares, cuja variação é de 0,13%.

## 6.4 Resultados do programa Análise de Estruturas

Os dados de entrada para o programa Análise de Estruturas, enumerados na secção 5.2, são os seguintes: O número de tramos do pórtico, o número de pisos do pórtico, a altura entre cada um dos pisos, o comprimento de cada um dos vãos, o módulo de elasticidade do material utilizado, assim como, as áreas e as inércias correspondentes a cada um dos elementos. É necessário indicar quais são os nós de fundação. Com os dados fornecidos (a ação sísmica) pelo programa Ação Sísmica (secção 6.3) indica-se ao programa Análise de Estruturas os nós que recebem a ação sísmica. Para completar a combinação sismo, são indicados os elementos com cargas distribuídas e cargas concentradas. Todos estes dados podem ser introduzidos num ficheiro de entrada - pré-processamento ou processamento automático.

O resultado final das combinações das forças é apresentado de forma visual no Apêndice A.

Os resultados em termos de deslocamentos globais (totais) de cada piso dos pórticos é apresentado de forma visual por meio dos gráficos da Figura 6.5 à 6.8 ou na Tabela 6.7.

Para o pórtico de 5 pisos, Figura 6.5, há um aumento generalizado do deslocamento em todos os pisos dos pórticos com piscina. Note-se que a barra de cor azul representa o pórtico sem piscina. O valor máximo de variação regista-se no piso 1 do pórtico com piscina no primeiro piso.

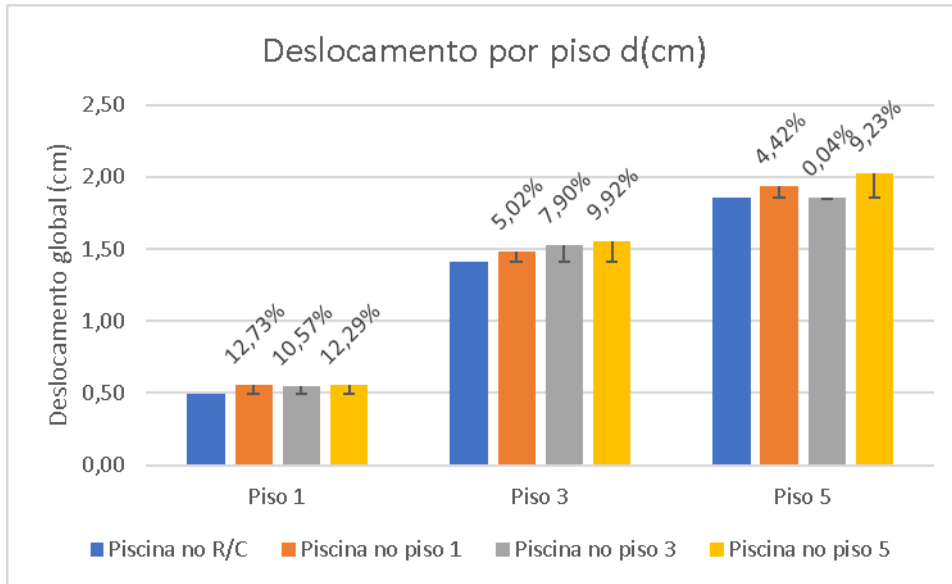


Figura 6.5: Deslocamentos - Pórtico de 5 pisos

No edifício de 9 pisos, Figura 6.6, há uma redução do deslocamento de todos os pisos dos pórticos com piscina em relação ao pórtico sem piscina, à exceção de dois pisos. No piso 1 do pórtico com a piscina no mesmo piso, regista um aumento de 2,92% do deslocamento e no piso 9 do pórtico com piscina no mesmo piso um aumento de 0,17%.

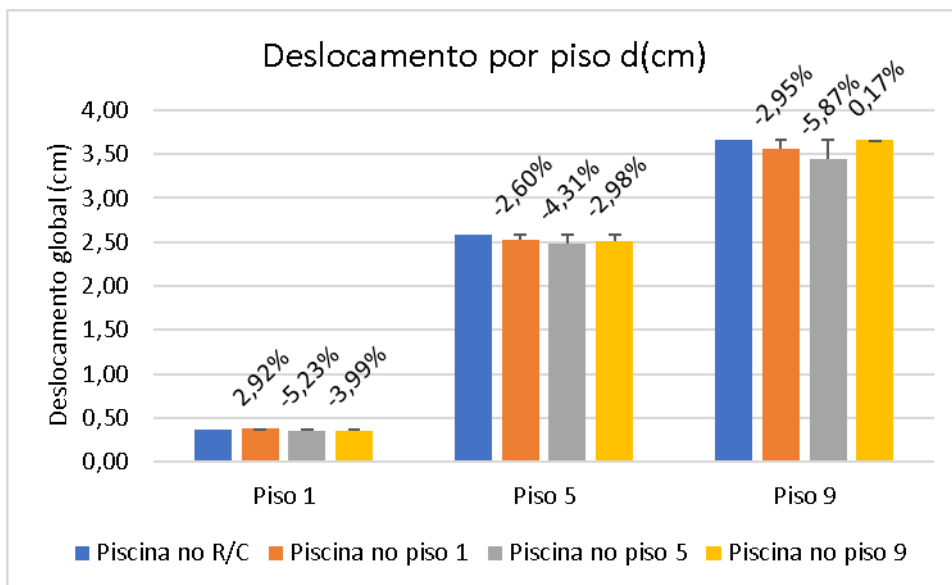


Figura 6.6: Deslocamentos - Pórtico de 9 pisos

## 6.4. RESULTADOS DO PROGRAMA ANÁLISE DE ESTRUTURAS

No edifício de 15 pisos, Figura 6.7, há um aumento do deslocamento de todos os pisos dos pórticos com piscina em relação ao pórtico sem piscina. O valor mínimo de variação de deslocamento regista-se no piso 15 do pórtico com a piscina no piso 8, cujo valor é de 1,87%. O valor máximo de variação de deslocamento regista-se no piso 15 do pórtico com a piscina no piso 15, cujo valor é de 5,75%.

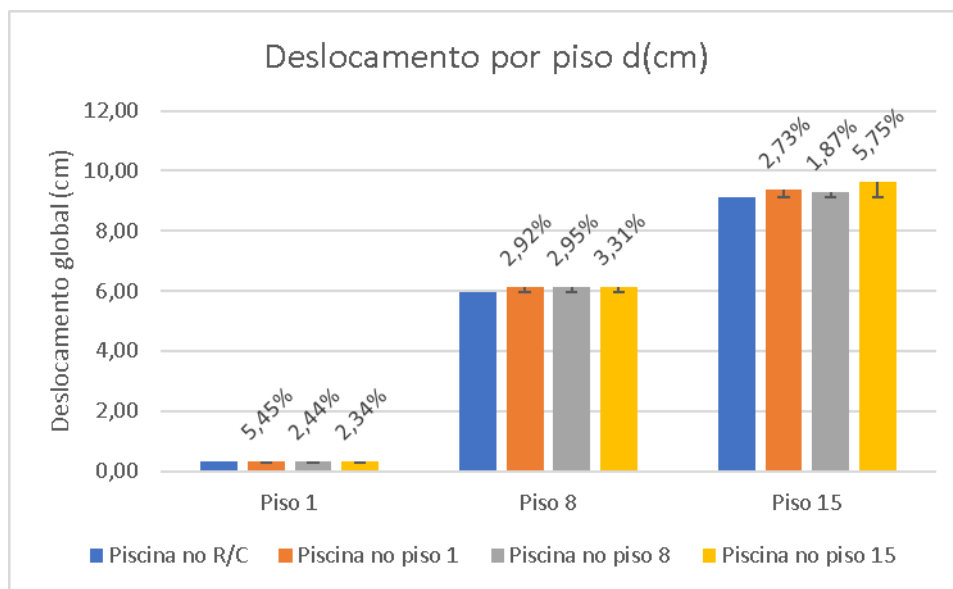


Figura 6.7: Deslocamentos - Pórtico de 15 pisos

Por fim, nos pórticos de 19 pisos, Figura 6.8, têm-se valores de variação de deslocamento muito próximos, à exceção do último piso do pórtico com a piscina no último piso. De notar que há um aumento no deslocamento nos pisos 1 e 19 de todos os pórticos e que há uma redução no deslocamento do piso 10 de todos os pórticos.

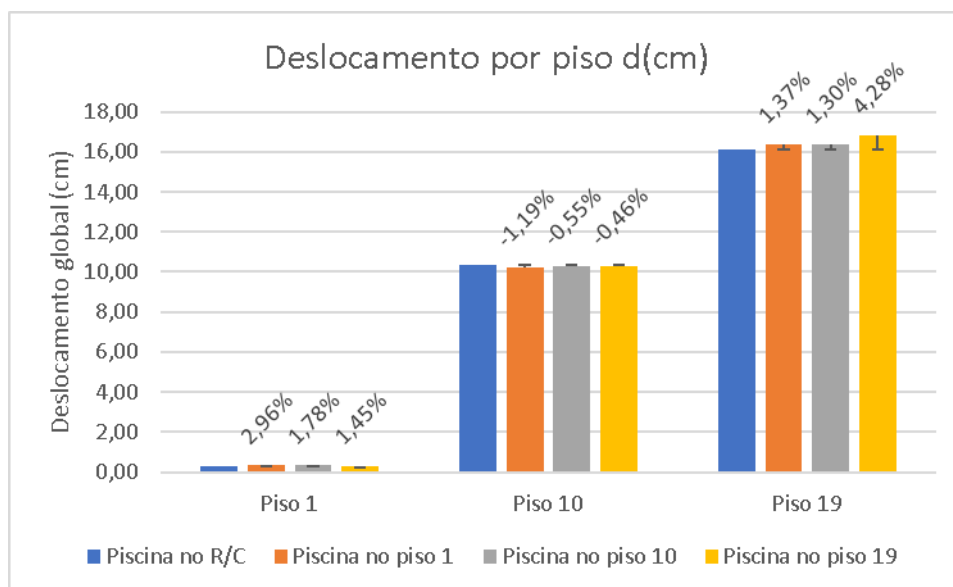


Figura 6.8: Deslocamentos - Pórtico de 19 pisos

A Tabela 6.7 apresenta os valores dos deslocamentos globais dos pisos dos vários pórticos estudados. A primeira coluna indica a posição da piscina ao longo da altura do pórtico e as restantes colunas o respetivo deslocamento devido à aplicação das cargas.

A Tabela 6.8 é apenas para verificar os valores das ações horizontais no programa Ação Sísmica e no programa Análise de Estruturas. A coluna a respeito do somatório do esforço transverso na base do pórtico ( $\sum V(\text{kN})$  ou seja, o corte basal) é comparada com a coluna a respeito do somatório das forças laterais atuantes no edifício ( $\sum A_{Ek,i}(\text{kN})$ ). Quando os valores são similares significa que a entrada de dados no programa Análise de Estruturas foi bem sucedida. Idem para a Tabela 6.9 mas apenas para o programa Análise de Estruturas - a soma das forças verticais aplicadas é igual à soma dos esforços normais ou à soma das reações determinados.

Nota-se que uma leitura mais atenta da Tabela 6.8 mostra que o efeito do peso adicional da piscina é maior nos pórticos com menos pisos. A diferença máxima de esforço transverso é de 11,82% para o pórtico de 5 pisos com a piscina no piso 1, em relação ao pórtico sem piscina. No pórtico de 9 pisos há uma redução no esforço transverso à medida que a piscina é deslocada do piso primeiro para o piso médio e depois para o piso topo, cujas reduções são de 5,52% e 4,22%, respetivamente. Nos outros dois pórticos subsequentes, à medida que a piscina é deslocada para os andares superiores a diferença de esforço transverso vai diminuindo de 5,38% até 2,12% no pórtico de 15 pisos e de 2,90% até 1,23% no pórtico de 19 pisos.

Atendendo à Tabela 6.9, a coluna referente ao somatório do esforço normal na base do pórtico ( $\sum N(\text{kN})$ ) é comparada com a coluna do somatório das forças verticais atuantes no pórtico ( $\sum G_{k,i}(\text{kN})$ ). Nesta tabela pode-se perceber a importância que o peso da piscina representa nos pórticos. No pórtico de 5 pisos o peso da piscina representa cerca de 12,00% de seu peso total, enquanto que no pórtico de 9 pisos o acréscimo de carga é de 6,78 %, já nos pórticos de 15 e de 19 pisos a piscina representa 3,96% e 3,03% de seu peso total, respetivamente.

A Tabela 6.10 apresenta o valor máximo dos esforços na base do pórtico. A primeira coluna refere-se à posição da piscina no pórtico e as colunas subsequentes referem-se ao esforços máximos de: momento fletor  $M(\text{kNm})$ ; transverso  $V(\text{kN})$ ; e normal  $N(\text{kN})$ .

Os resultado das deformações e diagramas de esforços gerados pelo programa de Análise de estruturas é apresentado de forma visual no Apêndice B.

Tabela 6.7: Valores dos deslocamento globais

Valores dos deslocamento globais (cm)												
Piso da piscina	Pórtico 5 Pisos			Pórtico 9 Pisos			Pórtico 15 Pisos			Pórtico 19 Pisos		
	Piso 1	Piso 3	Piso 5	Piso 1	Piso 5	Piso 9	Piso 1	Piso 8	Piso 15	Piso 1	Piso 10	Piso 19
R/C	0,49	1,41	1,86	0,37	2,59	3,66	0,32	5,95	9,12	0,32	10,32	16,14
Prim.	0,55	1,49	1,94	0,38	2,52	3,55	0,34	6,12	9,37	0,33	10,20	16,36
Médio	0,54	1,53	1,86	0,35	2,48	3,45	0,33	6,12	9,29	0,33	10,26	16,34
Topo	0,55	1,56	2,03	0,36	2,51	3,67	0,33	6,15	9,65	0,33	10,27	16,83

Tabela 6.8: Somatório de esforço transverso na base e de forças horizontais aplicadas

Somatório de esforço transverso na base e de forças horizontais aplicadas									
Piso da piscina	Pórtico 5 Pisos		Pórtico 9 Pisos		Pórtico 15 Pisos		Pórtico 19 Pisos		
	$\sum V(\text{kN})$	$\sum A_{Ek,i}(\text{kN})$	$\sum V(\text{kN})$	$\sum A_{Ek,i}(\text{kN})$	$\sum V(\text{kN})$	$\sum A_{Ek,i}(\text{kN})$	$\sum V(\text{kN})$	$\sum A_{Ek,i}(\text{kN})$	
R/C	282,62	282,62	725,87	725,87	1336,64	1336,64	1910,06	1910,06	
Prim.	320,52	320,52	753,20	753,20	1412,66	1412,66	1967,00	1967,00	
Médio	312,14	312,14	687,93	687,93	1368,44	1368,44	1942,45	1942,45	
Topo	316,91	316,91	696,48	696,48	1365,56	1365,56	1933,92	1933,92	

Tabela 6.9: Somatório de esforço normal na base e de forças verticais aplicadas

Somatório de esforço normal na base e de forças verticais aplicadas								
Piso da piscina	Pórtico 5 Pisos		Pórtico 9 Pisos		Pórtico 15 Pisos		Pórtico 19 Pisos	
	$\sum N(\text{kN})$	$\sum G_{k,i}(\text{kN})$	$\sum N(\text{kN})$	$\sum G_{k,i}(\text{kN})$	$\sum N(\text{kN})$	$\sum G_{k,i}(\text{kN})$	$\sum N(\text{kN})$	$\sum G_{k,i}(\text{kN})$
R/C	-6102,00	-6101,62	-11452,33	-11452,39	-20194,57	-20194,77	-26604,95	-26605,90
Prim.	-6934,32	-6933,90	-12284,64	-12284,67	-21026,88	-21027,15	-27437,40	-27438,28
Médio	-6934,32	-6933,90	-12284,64	-12284,67	-21026,87	-21027,15	-27437,40	-27438,28
Topo	-6934,32	-6934,00	-12284,63	-12284,67	-21026,87	-21027,15	-27437,28	-27438,28

Tabela 6.10: Esforços máximos na base do pórtico

Esforços máximos na base do pórtico												
Piso da piscina	Pórtico 5 Pisos			Pórtico 9 Pisos			Pórtico 15 Pisos			Pórtico 19 Pisos		
	$M(\text{kNm})$	$V(\text{kN})$	$N(\text{kN})$	$M(\text{kNm})$	$V(\text{kN})$	$N(\text{kN})$	$M(\text{kNm})$	$V(\text{kN})$	$N(\text{kN})$	$M(\text{kNm})$	$V(\text{kN})$	$N(\text{kN})$
R/C	189,03	97,64	-1748,75	658,07	237,53	-3273,13	2136,57	436,36	-5839,18	4402,86	633,45	-7939,04
Prim.	222,16	119,10	-1957,90	695,29	269,46	-3476,76	2258,20	494,90	-6062,41	4517,37	688,58	-8160,60
Médio	207,12	106,29	-1969,74	623,36	224,74	-3479,30	2187,94	446,13	-6064,84	4480,23	643,65	-8166,32
Topo	210,37	107,96	-1977,45	631,27	227,46	-3495,42	2185,30	445,18	-6092,50	4465,17	640,84	-8205,09

Os resultados apresentados na Tabela 6.10 podem ser vistos na forma gráfica - da Figura 6.9 à Figura 6.11. Na Figura 6.9 verifica-se um aumento no valor dos momentos fletores em todos os pórticos, à exceção do pórtico de 9 pisos com a piscina no piso 5 e 9, onde há uma redução de -5,27% e -4,07%, respetivamente. No pórtico de 5 pisos, regista-se um máximo, quando a piscina é posicionada no piso 1 - a variação do momento fletor é de 17,53% em relação ao pórtico sem piscina. No pórtico de 9 pisos, regista-se um mínimo, quando a piscina é posicionada no piso 1 - a variação do momento fletor é de -5,27% em relação ao pórtico sem piscina.

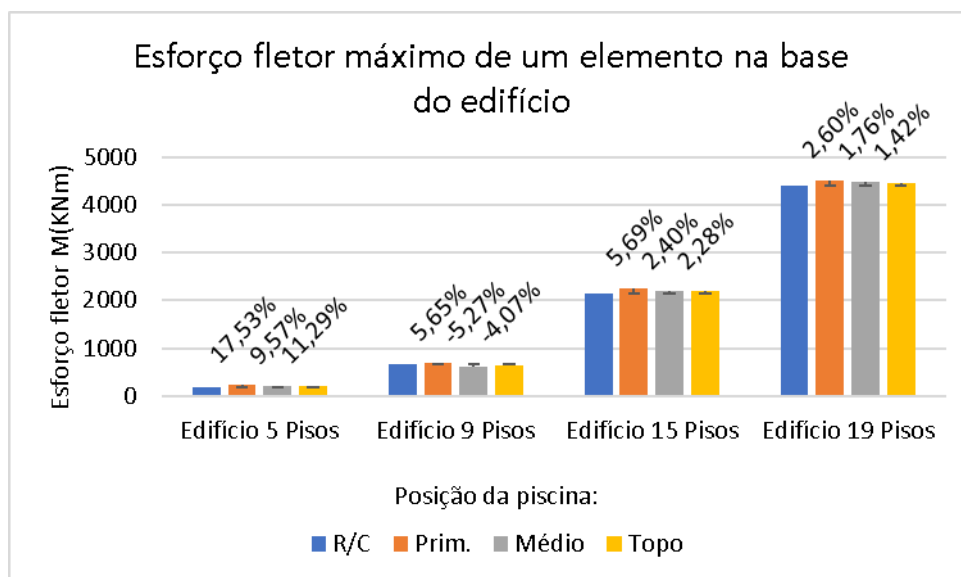


Figura 6.9: Esforço fletor máximo nos pórticos

O esforço transversal máximo na base dos pórticos representados na Figura 6.10 seguem um padrão idêntico ao da Figura 6.9. Verifica-se um aumento no esforço transversal em todos os pórticos, à exceção do pórtico de 9 pisos com a piscina no piso 5 e 9, onde há uma redução de 5,38% e 4,24%, respetivamente. Em todos os pórticos, quando a piscina está posicionada no primeiro piso, ocorre um aumento significativo no esforço transversal na base do pórtico, chegando a um valor máximo de variação de 21,97% para o pórtico de 5 pisos com a piscina no piso 1.

Os esforços normais máximos na base são representados na Figura 6.11. Verifica-se um padrão similar ao apresentado na Tabela 6.9, onde a variação se verifica basicamente pelo peso da piscina em cada pórtico e a variação de esforço normal segue a mesma ordem de grandeza que a dos valores de variação da Tabela 6.9. Nota-se ainda um aumento gradual do esforço máximo num elemento na base de todos os pórticos, sendo o menor valor quando a piscina está no primeiro piso e o maior quando a piscina está no último piso.

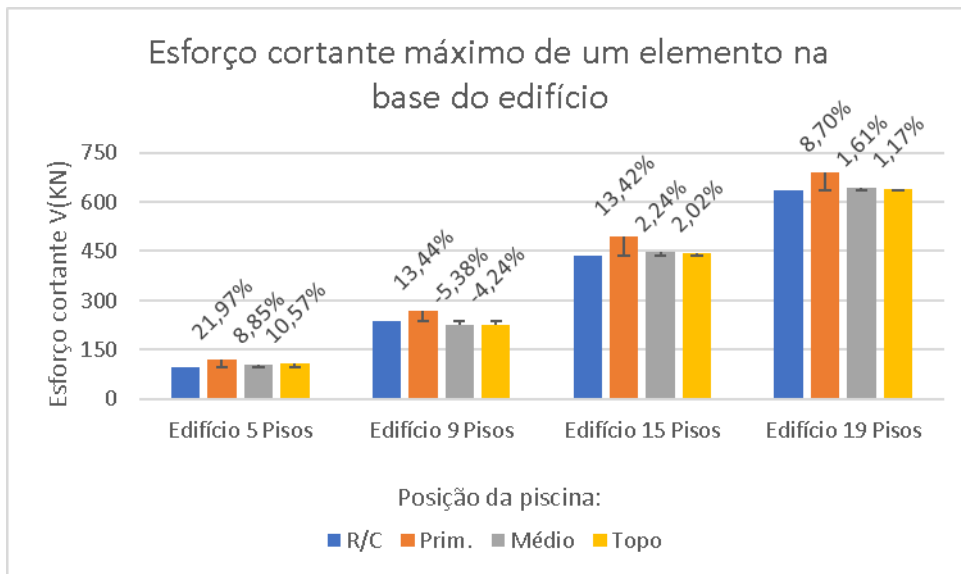


Figura 6.10: Esforço transverso máximo nos pórticos

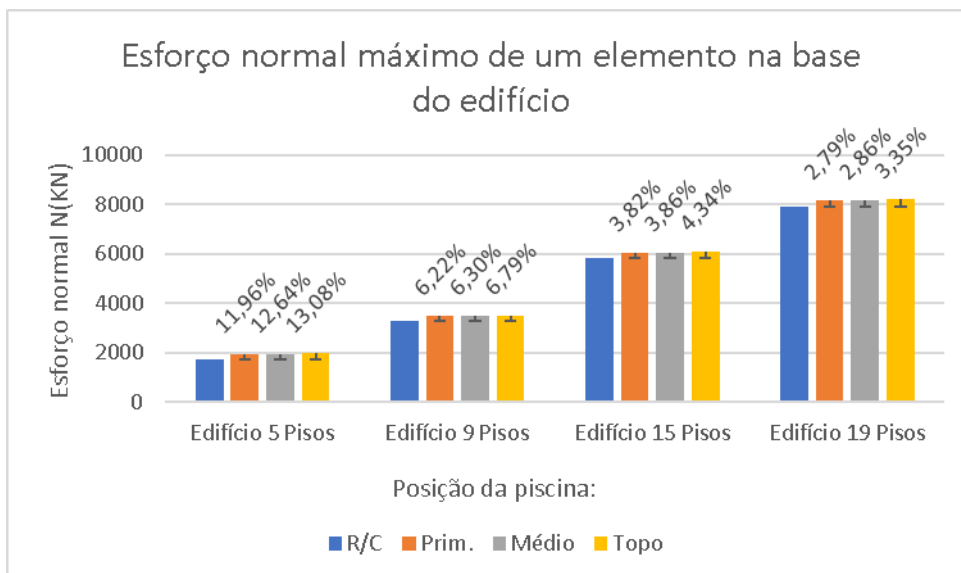


Figura 6.11: Esforço normal máximo nos pórticos

# Capítulo 7

## Conclusão e desenvolvimentos futuros

### 7.1 Conclusão

Os sismos são um fenómeno natural que podem causar uma ampla variedade de impactos negativos para as comunidades afetadas. Através da compreensão das causas dos sismos, dos riscos associados e das medidas de prevenção e preparação, é possível mitigar os danos causados por esses eventos.

No que diz respeito aos objetivos propostos, foram concluídos. O desenvolvimento dos programas informáticos em C++ para o cálculo da ação sísmica e para a análise de estruturas foi alcançado. Os trabalhos da dissertação permitiram trabalhar todas as áreas das estruturas e facilitou a integração com outras ferramentas informáticas. A análise dos casos de estudo, a configuração de parâmetros e o relatório com os resultados consoante as necessidades.

Na análise dos resultados apresentados pelo programa Ação Sísmica os resultados foram satisfatórios, mostrando que a piscina influencia o valor das forças laterais geradas pelo sismo devido à massa.

Aparentemente, a maior influência é quando a piscina está no primeiro piso dos edifícios, independente da altura dos mesmos.

O edifício de 9 pisos, obteve a menor somatória das forças laterais geradas pelo sismo, quando a piscina estava no piso 5 e 9, do que o edifício que tinha piscina no R/C, ou seja, em que o peso da piscina não tem influência.

Os resultados apresentados pelo programa Análise de Estruturas permitiram registar as seguintes observações:

No que concerne aos deslocamentos totais (laterais) dos pisos, o edifício que obteve menor variação foi o de 19 pisos, sendo que no piso 10 obteve deslocamentos menores que o edifício de referência, indiferente a posição da piscina.

O edifício de 9 pisos obteve menores deslocamentos globais (totais) por piso, onde houve redução em praticamente todos os pisos em relação ao edifício de referência.

No que diz respeito aos esforços, o esforço normal aumenta em todos os casos, proporcionalmente ao peso que a piscina possui em relação ao edifício.

No esforço cortante na base (corte basal), os piores casos foram quando a piscina

encontrava-se no primeiro piso. Houve um aumento na força de corte em todos os edifícios, com exceção do edifício de 9 pisos, com a piscina no piso 5 e 9, onde houve uma redução.

De mesmo modo, todos os edifícios que contem a piscina no primeiro piso, possuíram o valor máximo de momento fletor. Houve um aumento nos momentos fletores em todos os edifícios, com exceção do edifício de 9 pisos, com a piscina no piso 5 e 9, onde houve uma redução.

Neste caso de estudo, o edifício que obteve o melhor desempenho perante a ação sísmica foi o de 9 pisos, com a piscina no piso intermediário e cobertura, onde trouxe os menores esforços em relação ao edifício de referência.

Da análise deste caso de estudo observa-se o seguinte:

Aparentemente, a posição mais desfavorável para a piscina seria o primeiro piso; aparentemente, as melhores posições para a piscina seriam a) os pisos intermédios e, seguidamente, b) o piso da cobertura, para os edifícios de 5 e 9 pisos. Já em edifícios maiores, de 15 e 19 pisos, as melhores posições aparentariam ser a cobertura, seguidamente do piso intermédio.

Importa contudo notar que a validação e generalização destas conclusões carece de análise complementar, nomeadamente, através da medição da participação de cada modo na resposta em cada simulação. Em particular, importa perceber porque razão o posicionamento da piscina na cobertura (com expectável aumento das forças de inércia) não é genericamente mais desfavorável.

## 7.2 Desenvolvimentos futuros

Para desenvolvimentos futuros, para além na análise complementar mencionada no último parágrafo das conclusões, poderia ser estudado o efeito da piscina em edifícios com o aumento gradual de pisos ao longo da altura. Verificando se há uma altura ideal de edifício para instalação da piscina.

Variar a carga da piscina para encontrar um peso ideal de piscina que possibilite obter esforços menores, como no caso em que a piscina é considerada no piso 5 e 9 do edifício de 9 pisos.

Uma análise com maior pormenor da instalação da piscina, onde seria possível verificar as zonas que teriam aumento de rigidez devido as paredes da piscina.

Considerar as prescrições regulamentares inerentes ao dimensionamento de reservatórios (piscina) e, numa segunda fase, fazer uma simulação com a carga da água da piscina não sendo um elemento estático e verificar a interação do fluído com a estrutura em um sismo.

Estudo sobre as técnicas e materiais utilizados na construção de piscinas em edifícios, a fim de identificar opções mais sustentáveis e com menor impacto ambiental.

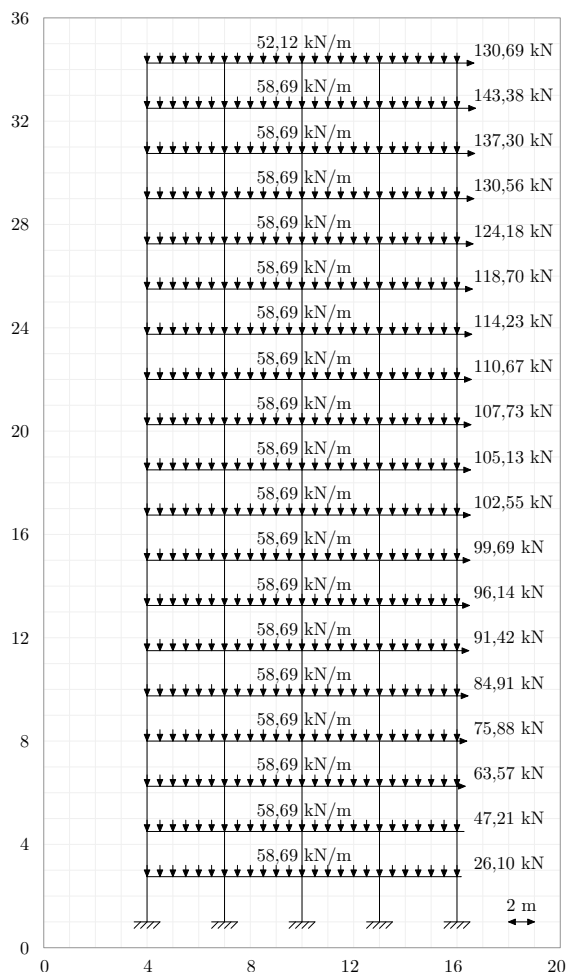
Estudo sobre a satisfação e preferências dos usuários de edifícios com piscinas em diferentes localizações, a fim de entender como isso pode influenciar a demanda de mercado.

# Referências Bibliográficas

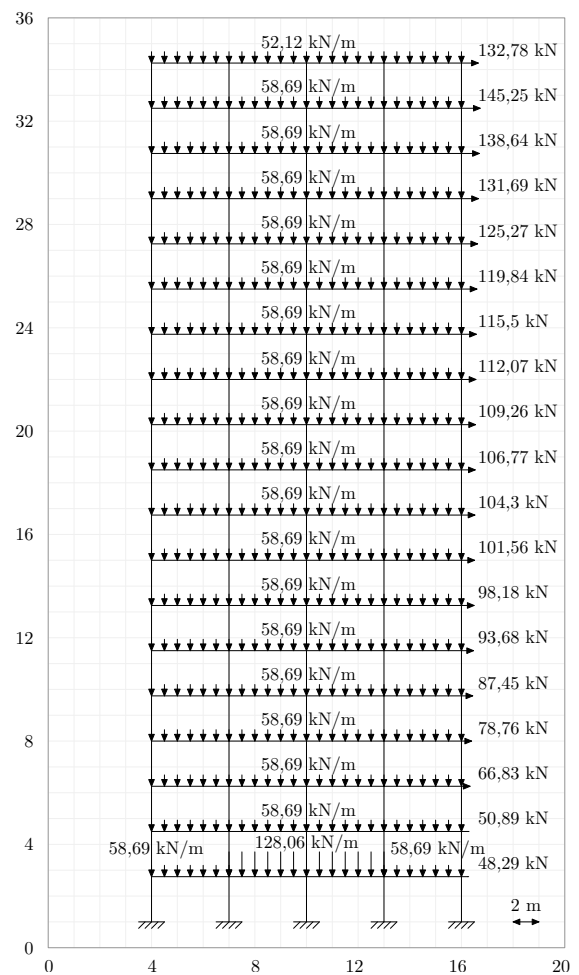
- ABNT NBR 10339. (2018). *Piscina - Projeto, execução e manutenção*. Associação Brasileira de Normas Técnicas.
- Agrawal, A., & Wahane, A. (2020). Analysis of Elevated Swimming Pool with Different Positions on the Terrace of RCC Frames using STAAD Pro. *International Research Journal of Engineering and Technology (IRJET)*, 7(9).
- Appleton, J. (2013). *Estruturas de Betão* (Vol. 2).
- Baltarejo, P., & Santos, J. (2006). Apontamentos de Programação em C/C++.
- Bansal, H., & Gagnadeep. (2014). Seismic Analysis and Design of Vertically Irregular RC Building Frames. *International Journal of Science and Research (IJSR) ISSN*, 3(8), 207–215.
- Barata, A. (2021). Piscina ilegal em terraço ameaça fazer colapsar prédio em Leiria. <https://www.jn.pt/local/noticias/leiria/leiria/piscina-ilegal-em-terraço-ameaca-colapsar-predio-em-leiria-13944105.html>
- Bezzeghoud, M., Caldeira, B., & Borges, J. F. (2016). O Impacto dos Grandes Sismos em Portugal. (May), 275–283.
- Chopra, A. K. (2013). *Dynamics of structures*. <https://doi.org/10.1201/9781003095699-8>
- Costa, A. (2000). “Dinâmica de Estruturas”.
- Decanini, L., Sortis, A. D., Liberatore, L., & Mollaioli, F. (2002). Damage characterisation of the 1999 Athens earthquake. *Elsevier Science Ltd., Oxford*. [https://www.researchgate.net/publication/269107473\\_What\\_is\\_governance/link/548173090cf22525dcb61443/download%0Ahttp://www.econ.upf.edu/\\$%5Csim\\$reynal/Civil%20wars\\_12December2010.pdf%0Ahttps://think-asia.org/handle/11540/8282%0Ahttps://www.jstor.org/stable/41857625](https://www.researchgate.net/publication/269107473_What_is_governance/link/548173090cf22525dcb61443/download%0Ahttp://www.econ.upf.edu/$%5Csim$reynal/Civil%20wars_12December2010.pdf%0Ahttps://think-asia.org/handle/11540/8282%0Ahttps://www.jstor.org/stable/41857625)
- Elnashai, A. S., & Sarno, L. D. (2008). *Fundamentals of earthquake engineering*. <https://doi.org/10.5459/bnzsee.5.1.36>
- Farinha, J. B., & dos Reis, A. C. (1993). *Tabelas Técnicas*.
- Flores, D. (2016). PISCINAS USUAIS DE EDIFICAÇÕES: Estudo comparativo do dimensionamento de uma piscina enterrada em concreto armado e alvenaria estrutural uma piscina enterrada em concreto armado e alvenaria estrutural, 2016. <http://www.ncbi.nlm.nih.gov/pubmed/26849997%5C%0Ahttp://doi.wiley.com/10.1111/jne.12374>
- Ghali, A., & Neville, A. M. (2017). *Structural Analysis: A unified classical and matrix approach* (Sixth edit). <https://doi.org/10.1201/9781315273006>
- Junior, M. A. C., Virtuoso, G. H. F., & Martins, P. J. (2012). Propriedades De-sejáveis a uma Linguagem de Programação: Uma Análise Comparativa en-

- tre as Linguagens C , C ++ e Java. *Anais SULCOMP*, 1(1), 0–3. <http://periodicos.unesc.net/sulcomp/article/view/796/747>
- Lopes, M. M. P. d. S. (2008). *Sismos e Edifícios* (1ª Edição).
- Martha, L. F. (2010). *Análise De Estruturas: conceitos e métodos básicos*.
- Monson, M. (2009). Valuation Using Hedonic Pricing Models. *Cornell Real Estate Review*, 7(10), 62–73. <http://scholarship.sha.cornell.edu/crer>
- More, A. R., & Kale, R. S. (2017). Study of seismic responses of multi-storied RCC building with mass irregularity column stiffness variation. *International Journal of Engineering and Techniques*, 3(6), 739–745. <http://www.ijetjournal.org>
- NP EN 1990. (2009). *Eurocódigo – Bases para o projecto de estruturas Eurocodes*. Instituto Português da Qualidade.
- NP EN 1991-1-1. (2009). *Eurocódigo 1 – Acções em estruturas – Parte 1-1: Acções gerais*. Instituto Português da Qualidade.
- NP EN 1992-1-1. (2010). *Eurocódigo 2 – Projeto de Estruturas de Betão – Parte 1-1: Regras gerais e regras para edifícios*. Instituto Português da Qualidade.
- NP EN 1992-3. (2010). *Eurocódigo 2 – Projeto de Estruturas de Betão – Parte 3: Silos e reservatórios*. Instituto Português da Qualidade.
- NP EN 1998-1-1. (2010). *Eurocódigo 8 – Projeto de Estruturas para Resistência aos Sismos – Parte 1: Regras gerais, ações sísmicas, e regras para edifícios*. Instituto Português da Qualidade.
- Pinheiro, L. M., Muzardo, C. D., & Santos, S. D. (2007). Fundamentos do concreto e projetos de edifício, 380. [https://www.academia.edu/download/57295703/Cap.1\\_-Fundamentos\\_do\\_CA.pdf](https://www.academia.edu/download/57295703/Cap.1_-Fundamentos_do_CA.pdf)
- Rajaram, C., & Kumar, R. P. (2014). Three dimensional analysis of pounding between adjacent buildings. *Journal of Structural Engineering (India)*, 41(2), 158–168.
- Romãozinho, M. F. B. d. O. R. (2008). DIMENSIONAMENTO PARA A ACÇÃO DO EC8.
- Tramontano, M. (1998). *Novos modos de vida, novos espaços de morar: uma reflexão sobre a habitação contemporânea* (tese de dout.).
- Vakalis, N. (2007). Relatório sobre o impacto dos sismos a nível regional. 2151.
- Vasconcelos, Z. L. (1998). Critérios Para Projetos De Reservatórios Paralelepípedicos Elevados De Concreto Armado. *Statewide Agricultural Land Use Baseline 2015*, 1.
- Villa, S. B. (2002). *Apartamento metropolitano: habitações e modos de vida na cidade de São Paulo* (diss. de maestr.). Universidade de São Paulo.

# Apêndice A - Cargas fornecidas ao programa de Análise de estruturas

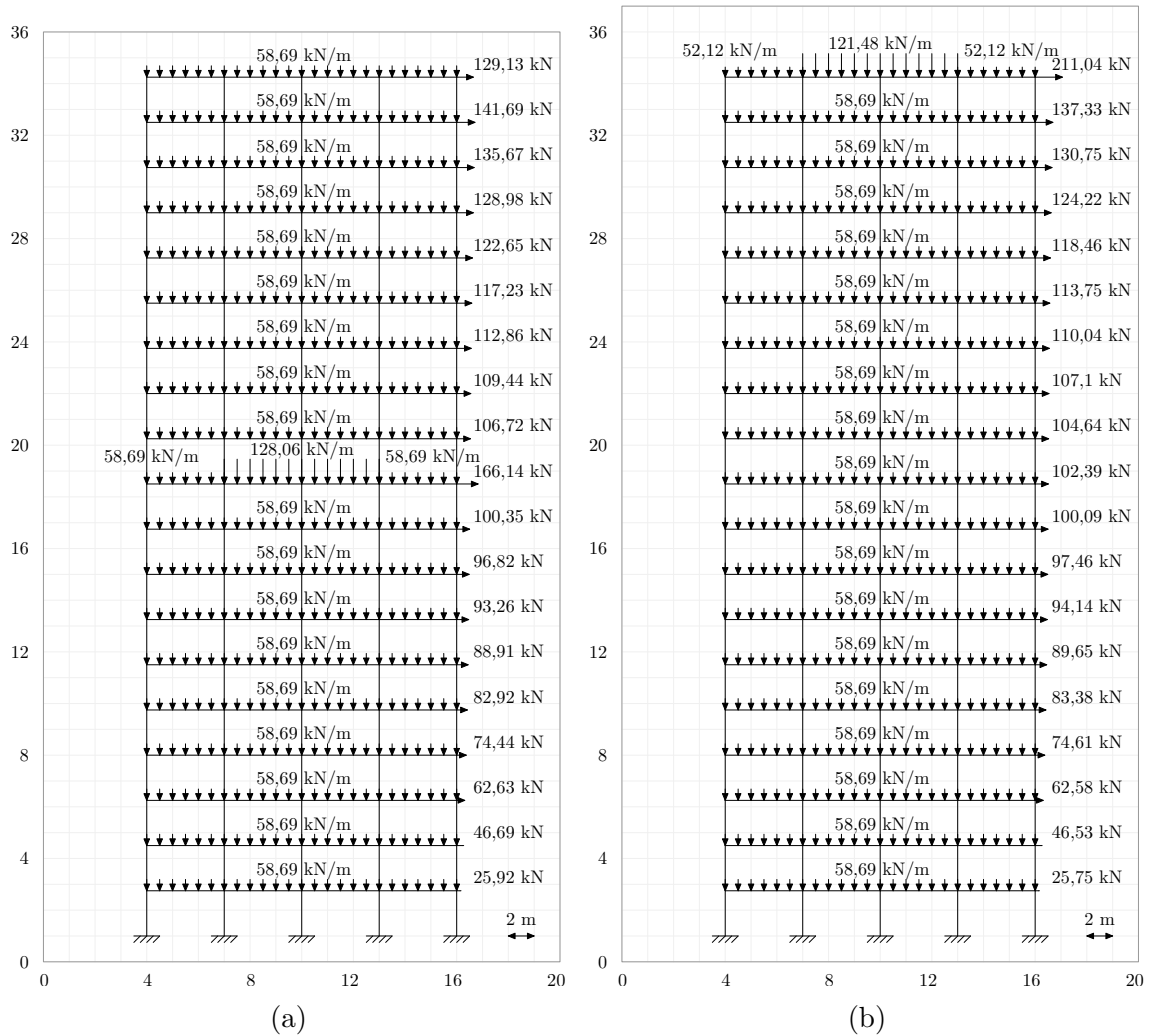


(a)

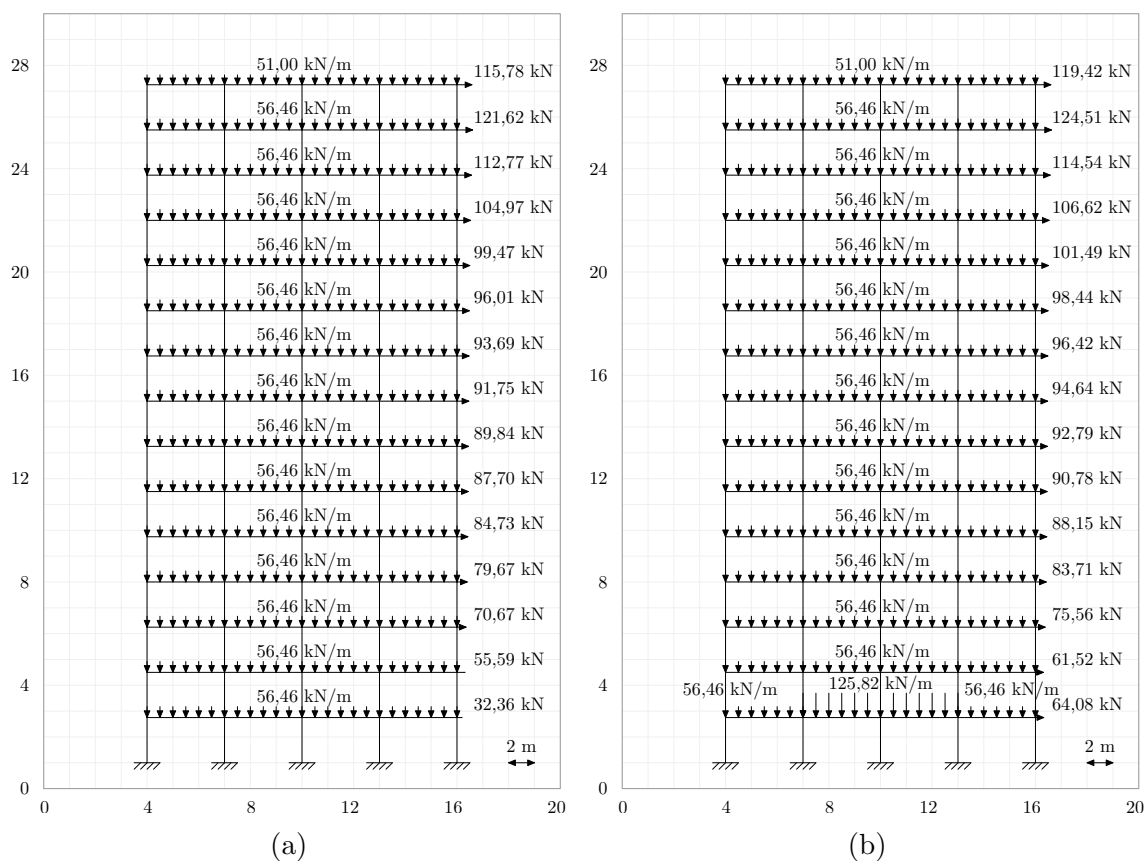


(b)

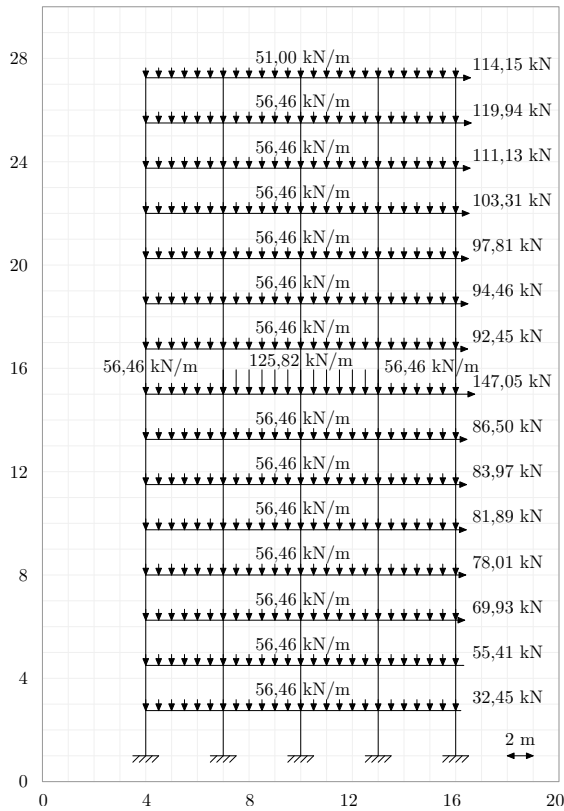
Pórtico de 19 pisos sem piscina (1a) e piscina no piso 1 (1b), com o carregamento utilizado na aplicação de Análise de Estruturas.



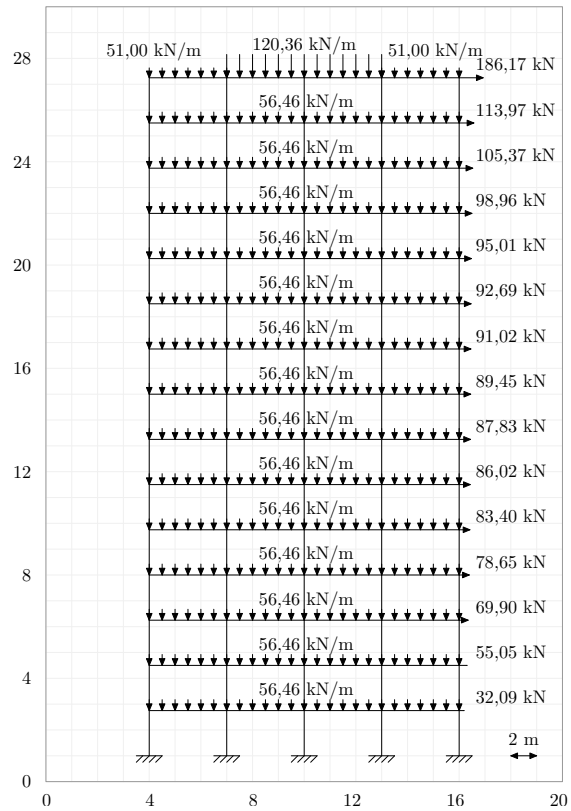
Pórtico de 19 pisos com piscina no piso 10 (2a) e no piso 19 (2b), com o carregamento utilizado na aplicação de Análise de Estruturas.



Pórtico de 15 pisos sem piscina (3a) e piscina no piso 1 (3b), com o carregamento utilizado na aplicação de Análise de Estruturas.

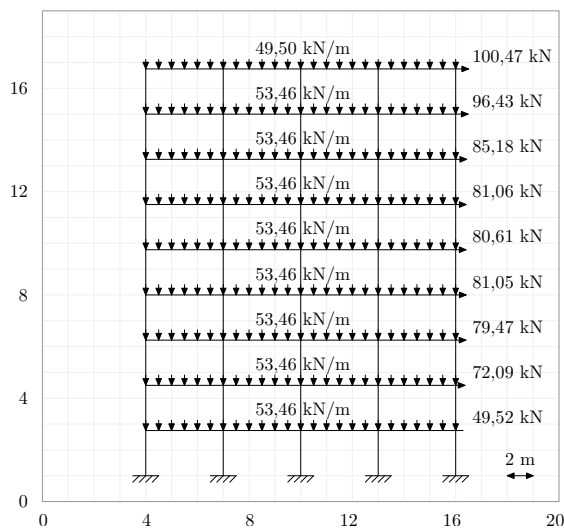


(a)

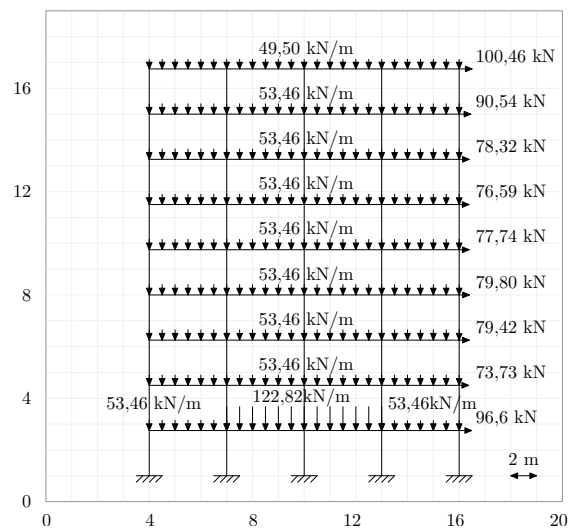


(b)

Pórtico de 15 pisos com piscina no piso 8 (4a) e no piso 15 (4b), com o carregamento utilizado na aplicação de Análise de Estruturas.

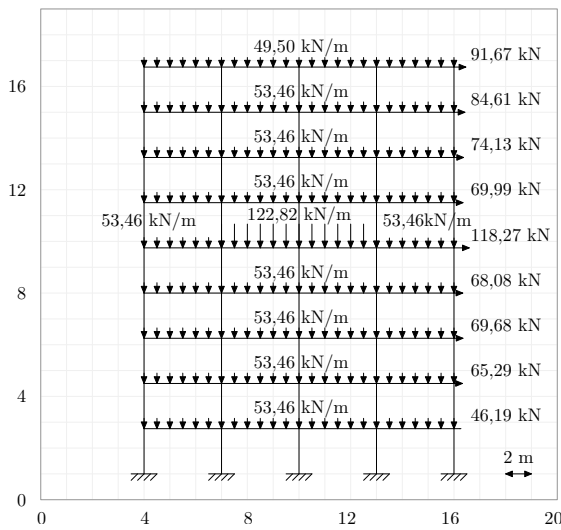


(a)

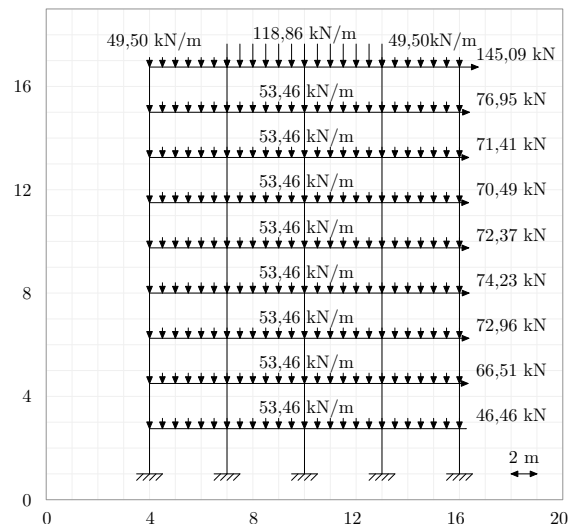


(b)

Pórtico de 9 pisos sem piscina (5a) e piscina no piso 1 (5b), com o carregamento utilizado na aplicação de Análise de Estruturas.

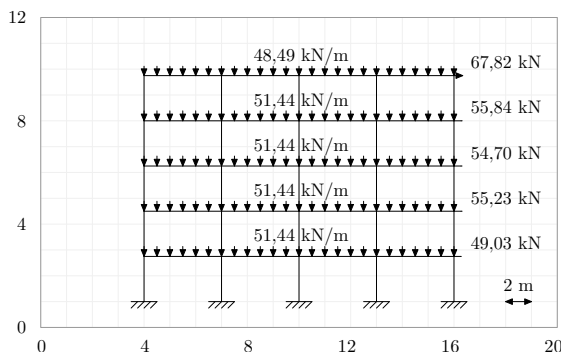


(a)

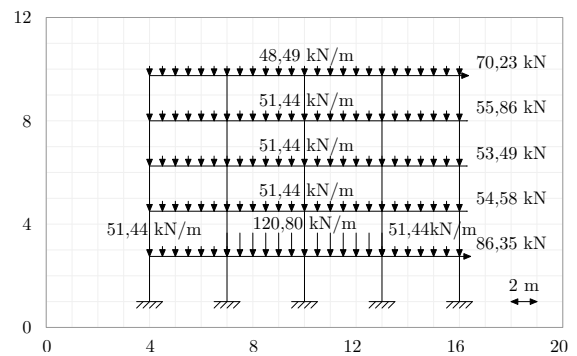


(b)

Pórtico de 9 pisos com piscina no piso 5 (6a) e no piso 9 (6b), com o carregamento utilizado na aplicação de Análise de Estruturas.

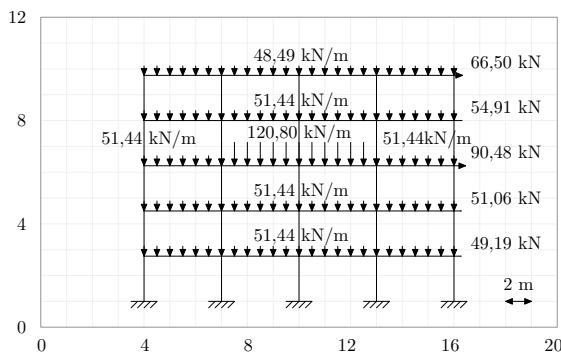


(a)

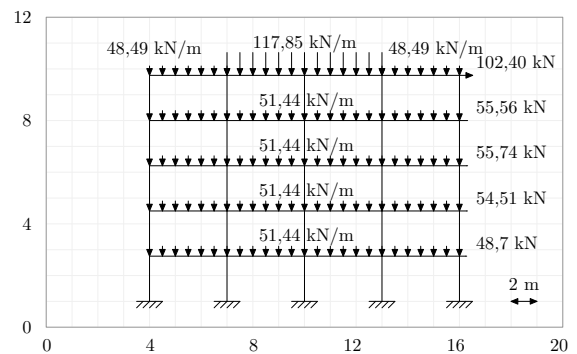


(b)

Pórtico de 5 pisos sem piscina (7a) e piscina no piso 1 (7b), com o carregamento utilizado na aplicação de Análise de Estruturas.



(a)



(b)

Pórtico de 5 pisos com piscina no piso 3 (8a) e no piso 5 (8b), com o carregamento utilizado na aplicação de Análise de Estruturas.

# Apêndice B - Deformações e diagramas de esforços

# Apêndice B - Deformações e diagramas de esforços

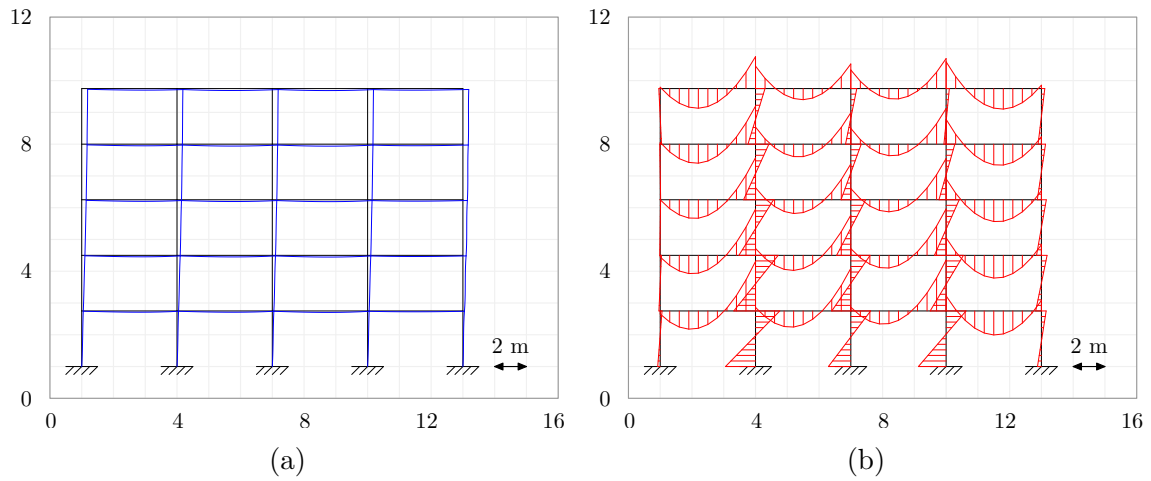


Figura 1: 1a Deslocamentos e 1b Momentos fletores, do edifício 5 pisos.

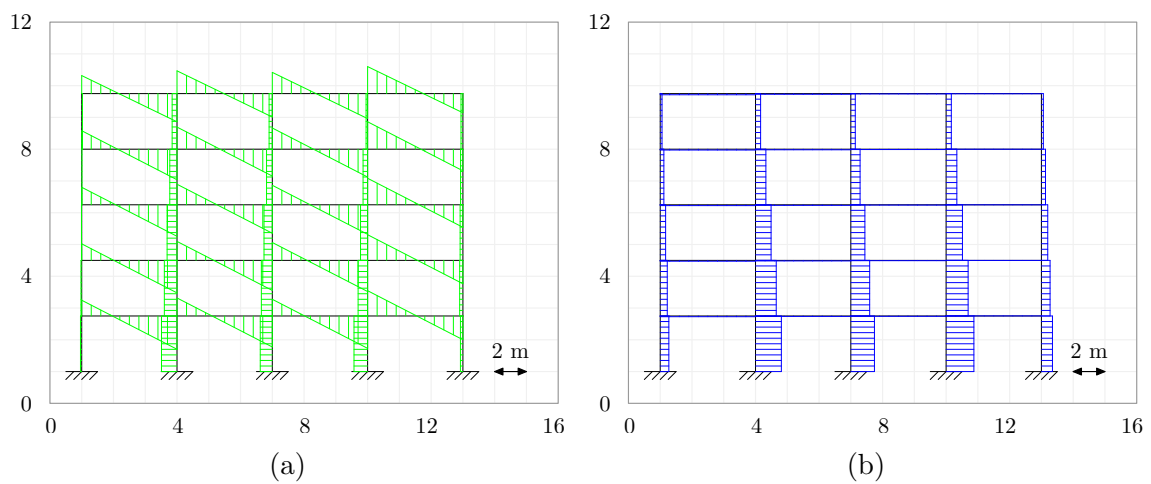


Figura 2: 2a Esforço Cortante e 2b Esforço Normal, do edifício 5 pisos.

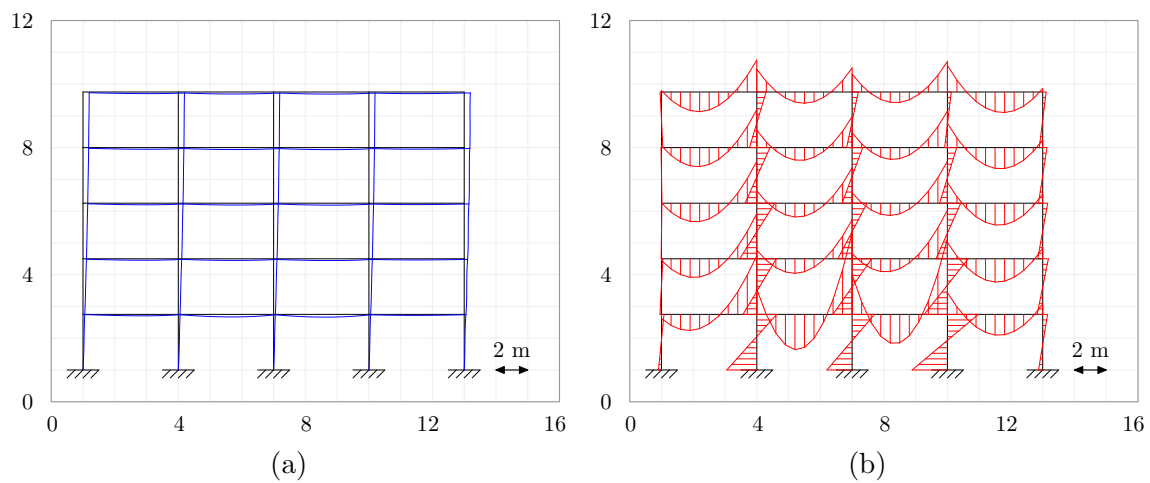


Figura 3: 3a Deslocamentos e 3b Momentos fletores, do edifício 5 pisos com piscina no piso 1.

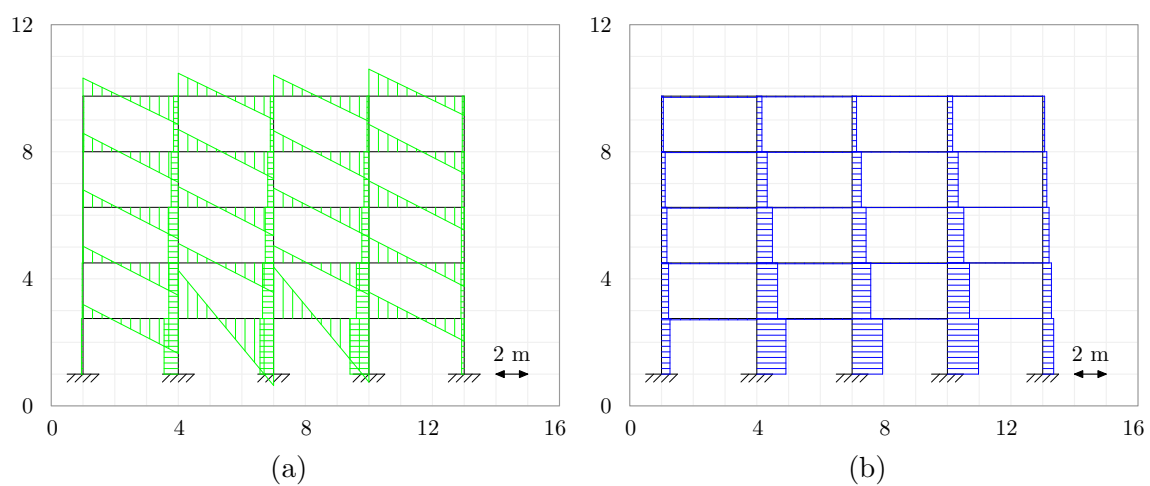


Figura 4: 4a Esforço Cortante e 4b Esforço Normal, do edifício 5 pisos com piscina no piso 1.

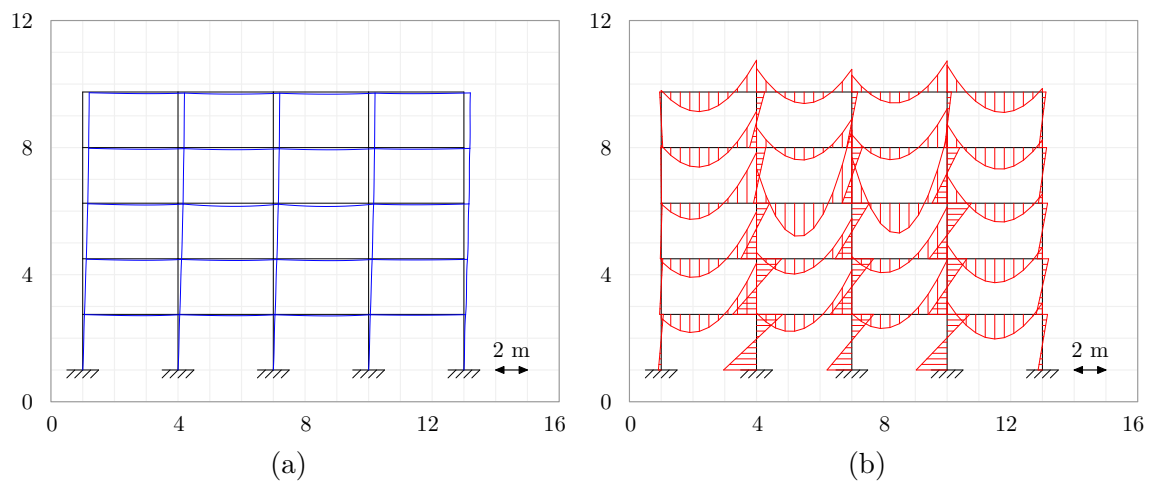


Figura 5: 5a Deslocamentos e 5b Momentos fletores, do edifício 5 pisos com piscina no piso 3.

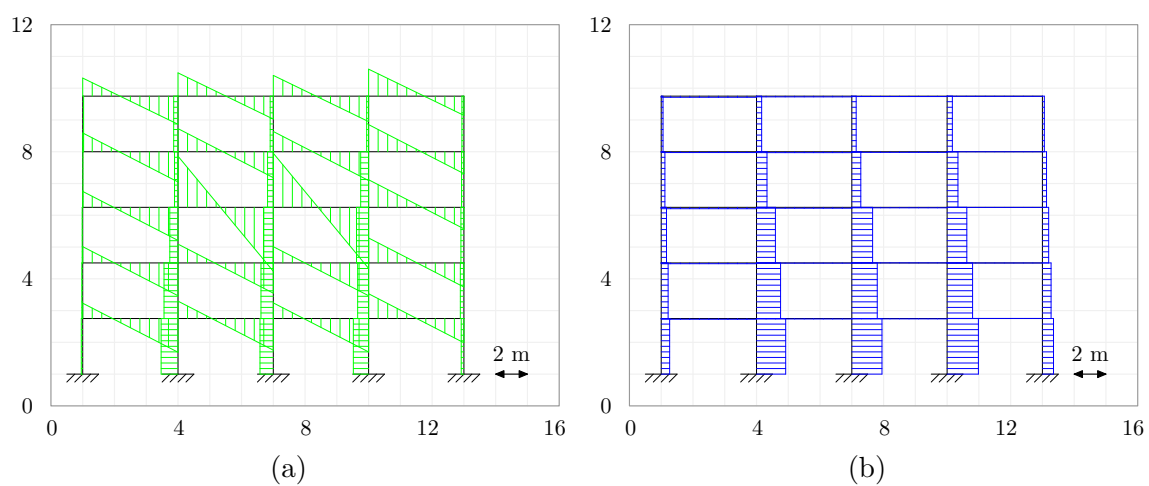


Figura 6: 6a Esforço Cortante e 6b Esforço Normal, do edifício 5 pisos com piscina no piso 3.

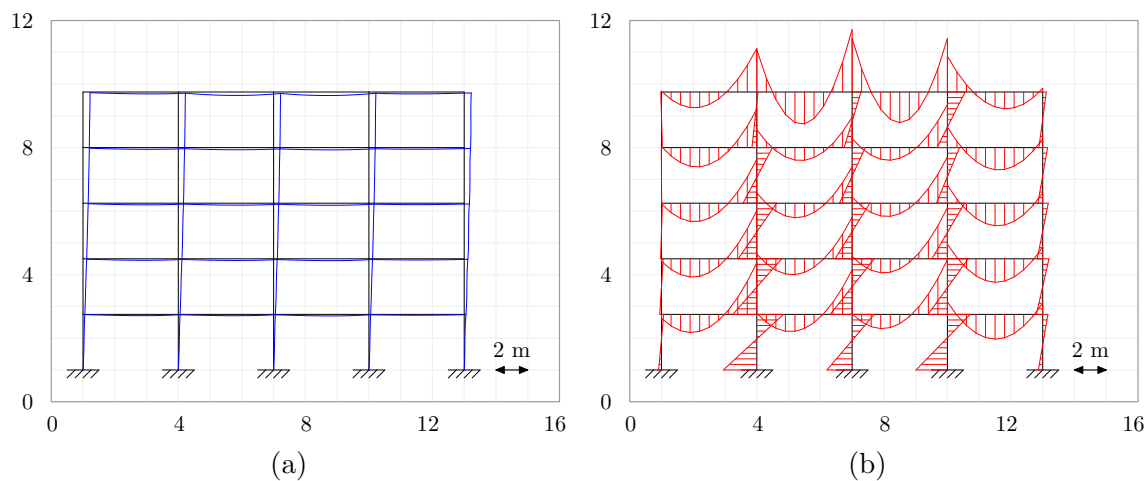


Figura 7: 7a Deslocamentos e 7b Momentos fletores, do edifício 5 pisos com piscina no piso 5.

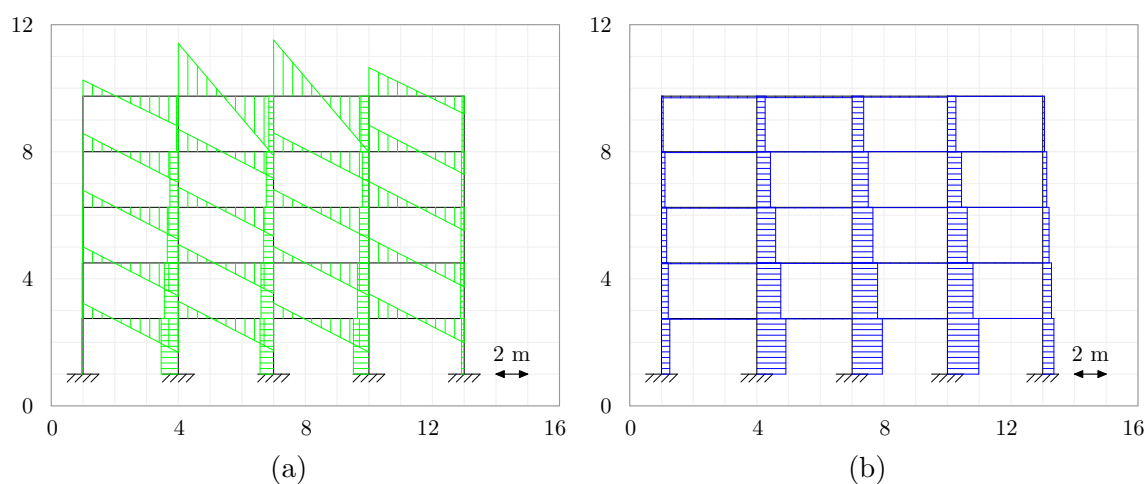


Figura 8: 8a Esforço Cortante e 8b Esforço Normal, do edifício 5 pisos com piscina no piso 5.

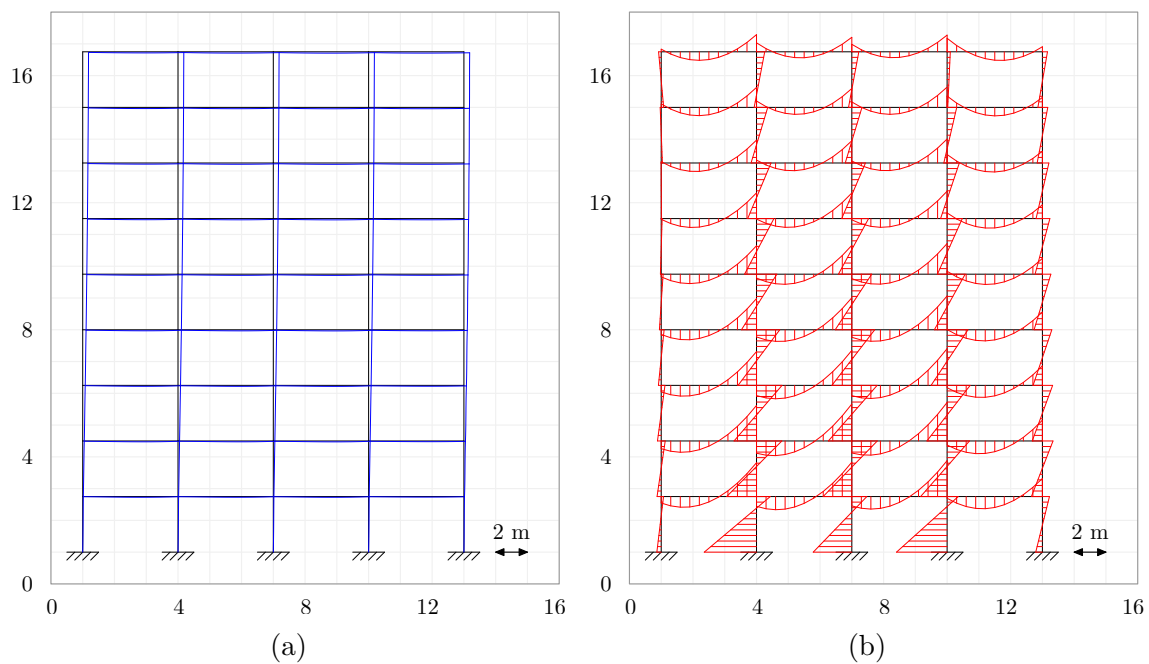


Figura 9: 9a Deslocamentos e 9b Momentos fletores, do edifício 9 pisos.

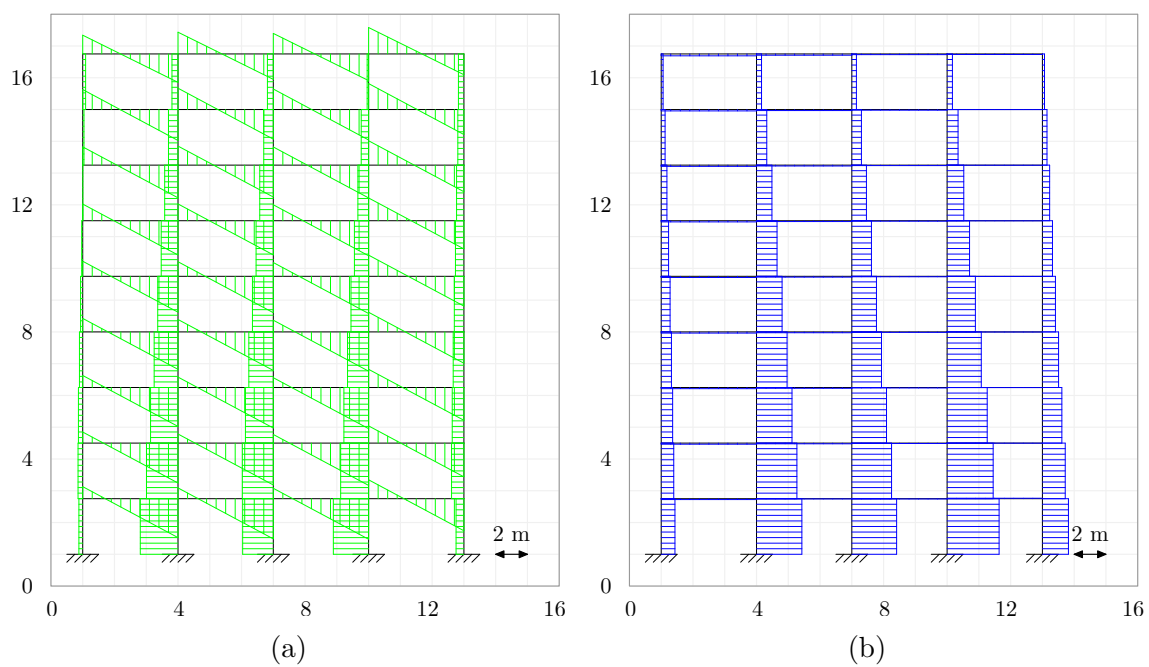


Figura 10: 10a Esforço Cortante e 10b Esforço Normal, do edifício 9 pisos.

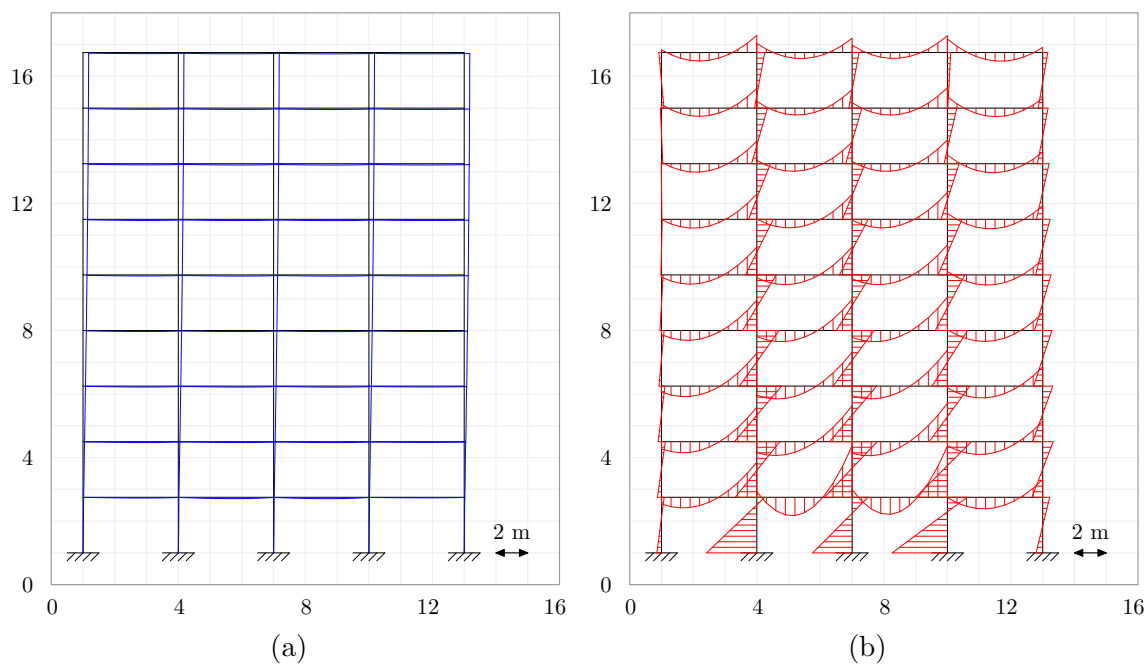


Figura 11: 11a Deslocamentos e 11b Momentos fletores, do edifício 9 pisos com piscina no piso 1.

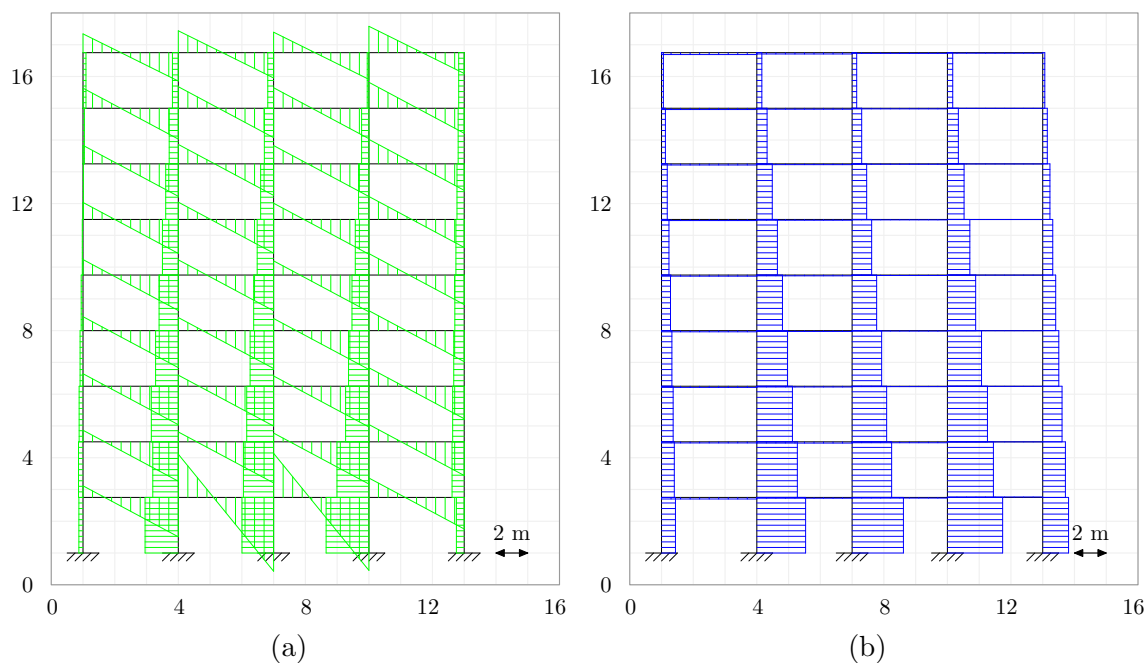


Figura 12: 12a Esforço Cortante e 12b Esforço Normal, do edifício 9 pisos com piscina no piso 1.

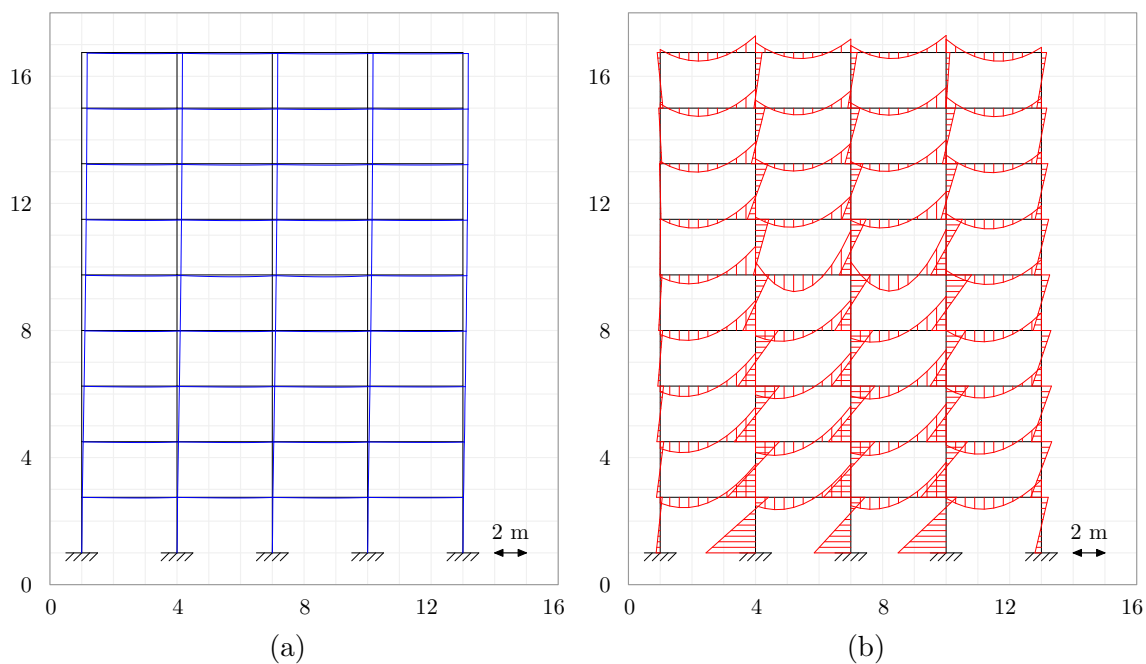


Figura 13: 13a Deslocamentos e 13b Momentos fletores, do edifício 9 pisos com piscina no piso 5.

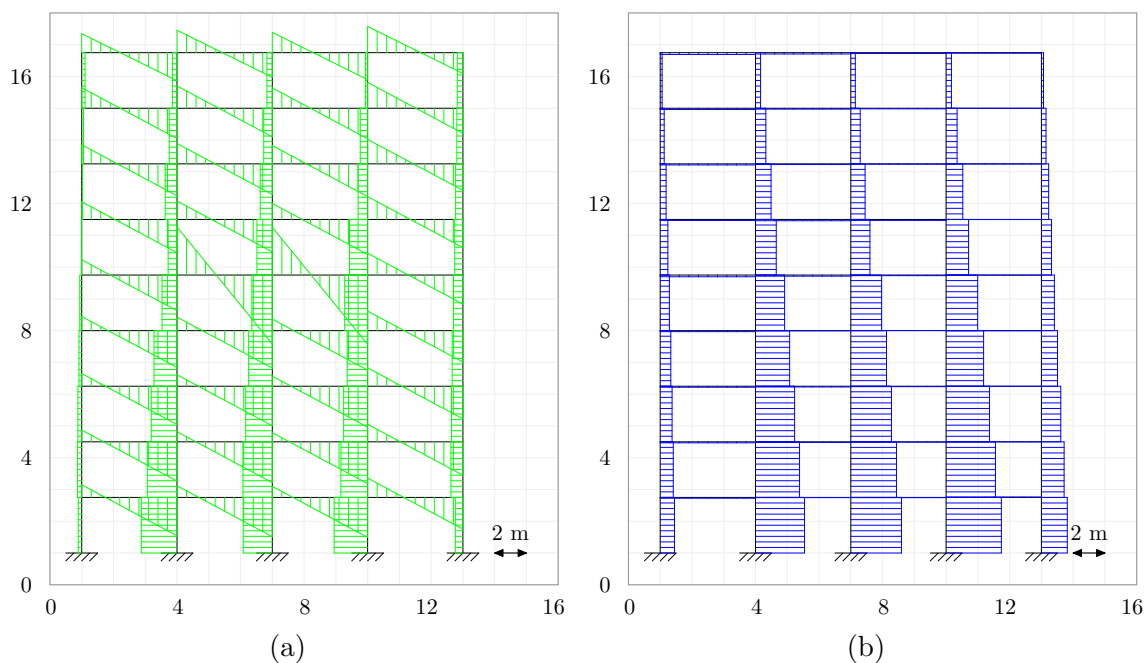


Figura 14: 14a Esforço Cortante e 14b Esforço Normal, do edifício 9 pisos com piscina no piso 5.

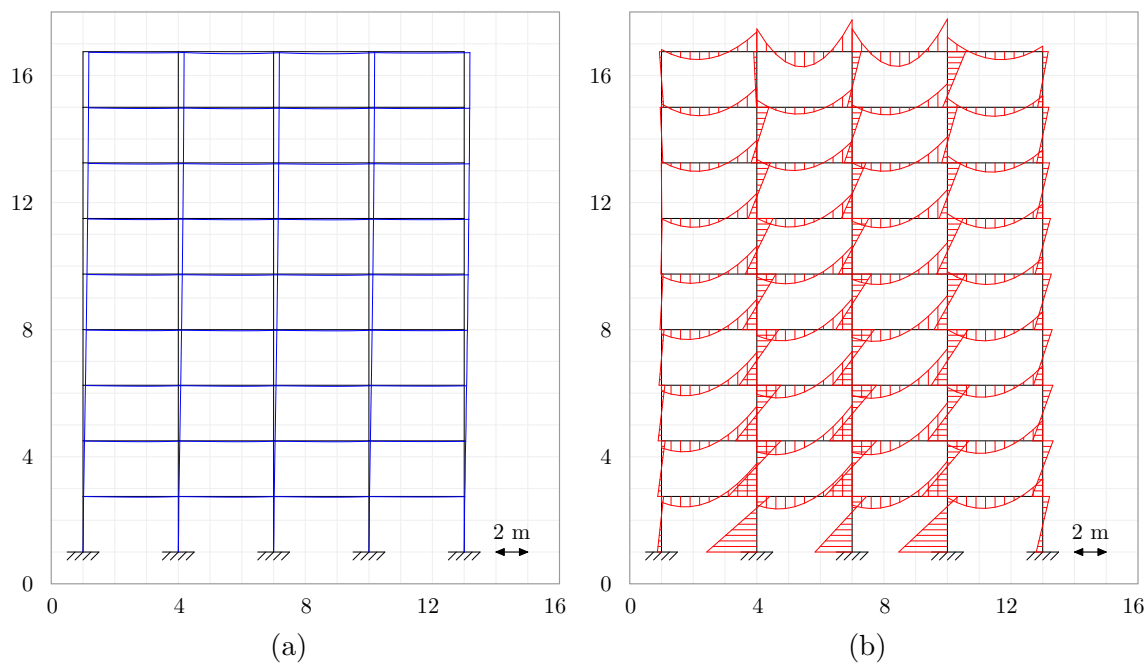


Figura 15: 15a Deslocamentos e 15b Momentos fletores, do edifício 9 pisos com piscina no piso 9.

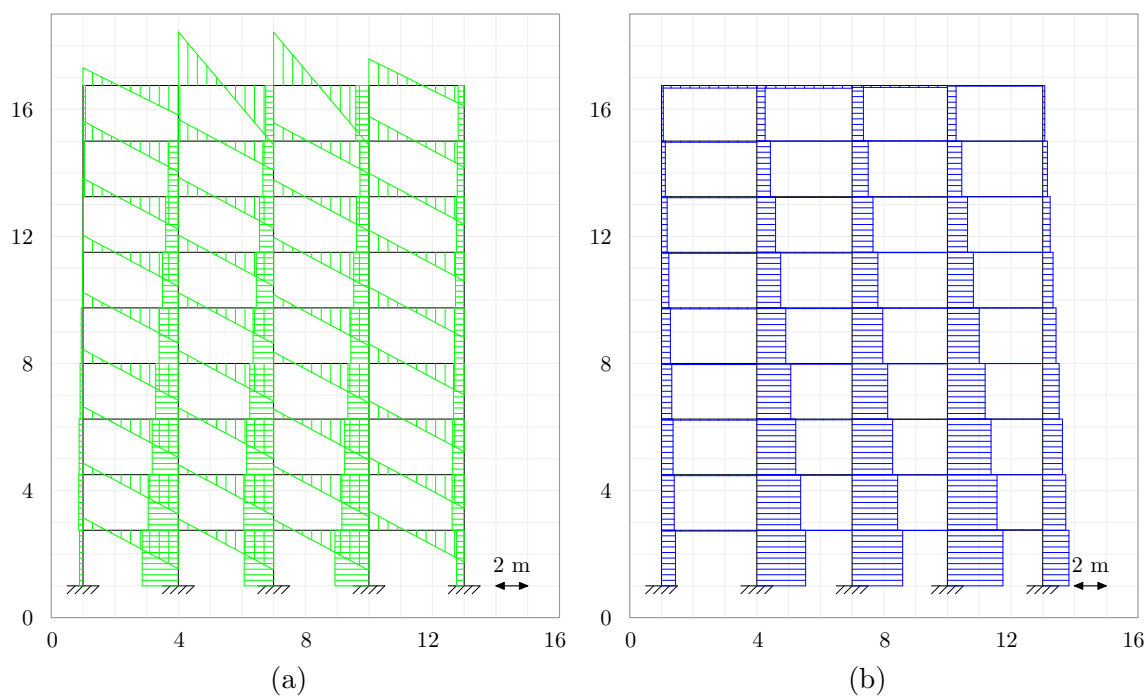


Figura 16: 16a Esforço Cortante e 16b Esforço Normal, do edifício 9 pisos com piscina no piso 9.

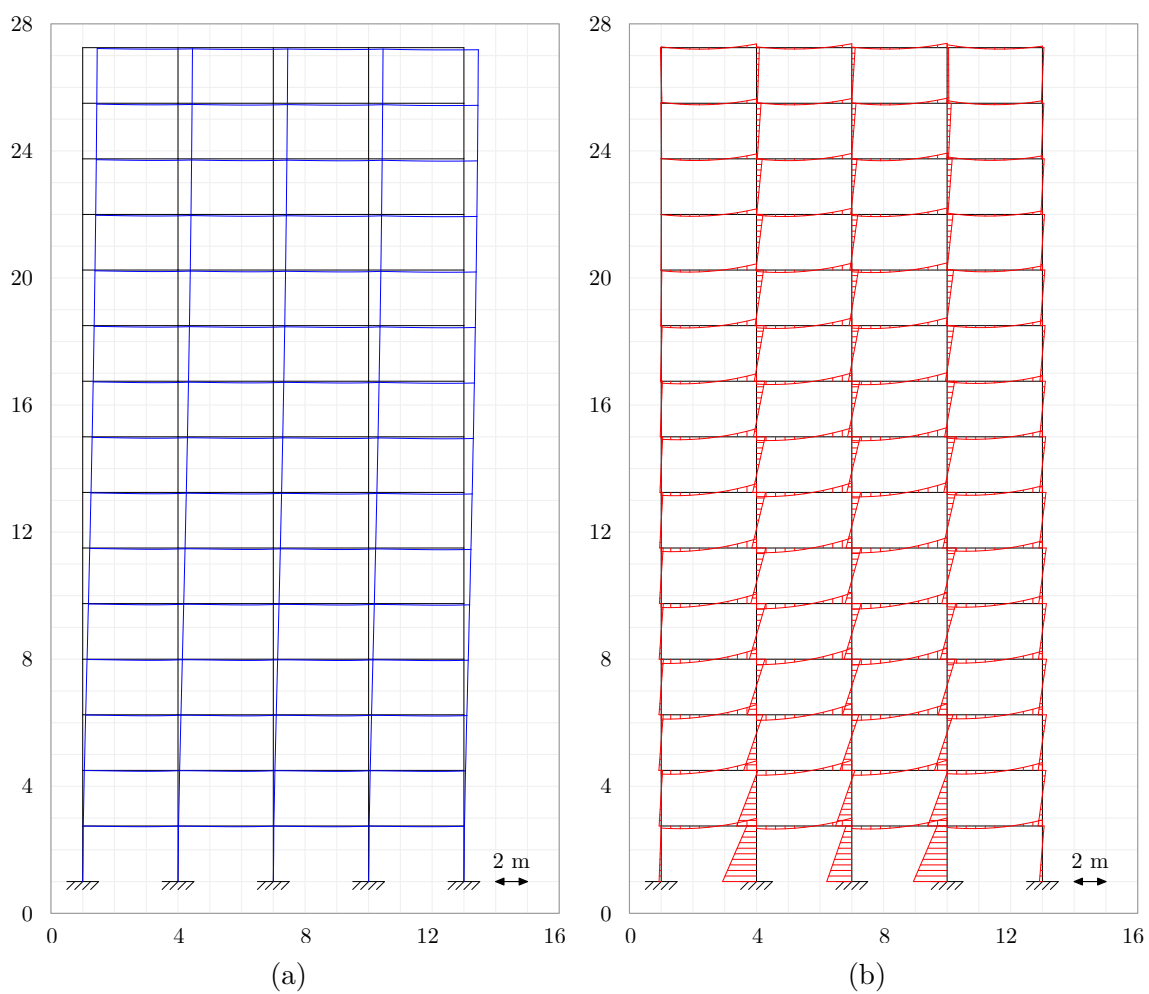


Figura 17: 17a Deslocamentos e 17b Momentos fletores, do edifício 15 pisos.

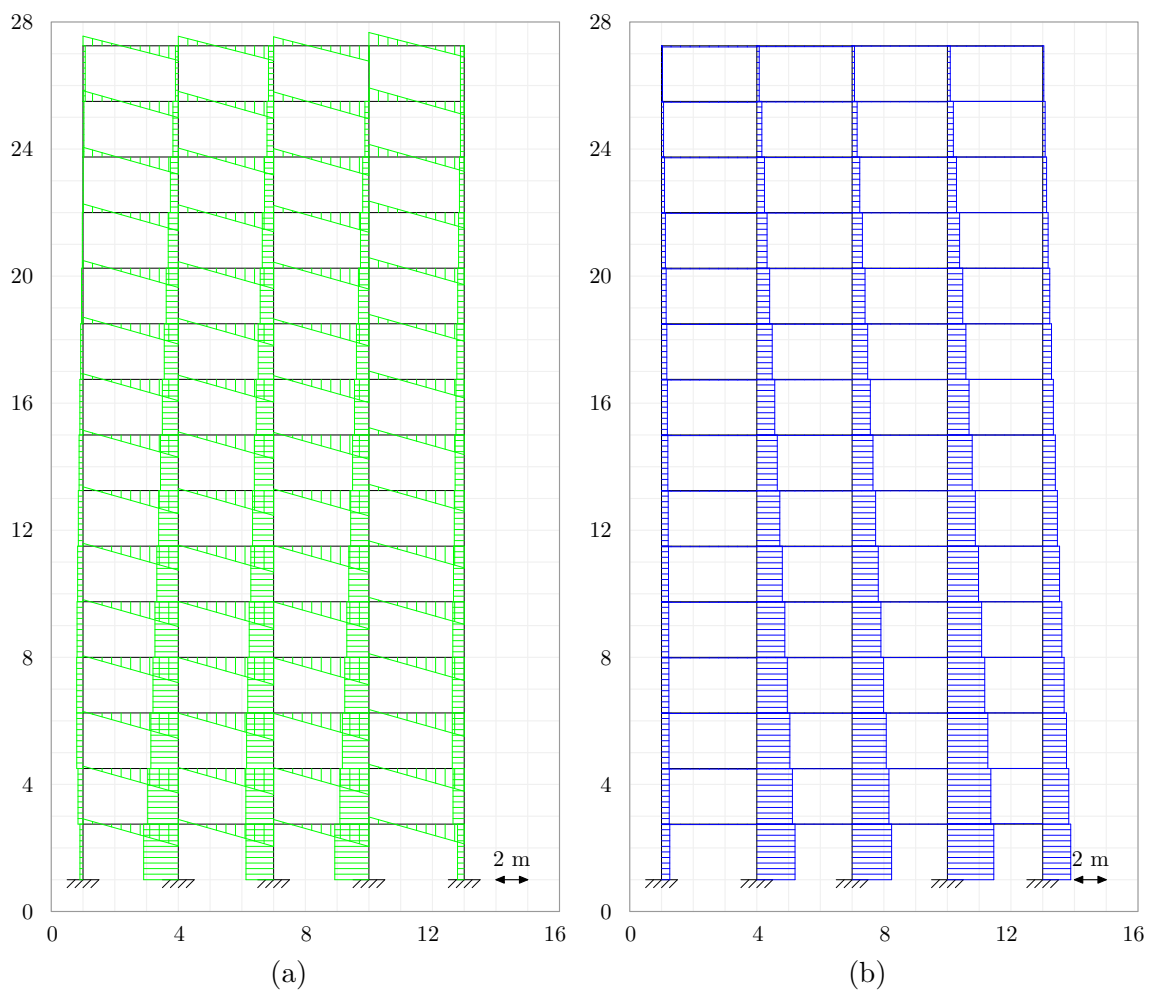


Figura 18: 18a Esforço Cortante e 18b Esforço Normal, do edifício 15 pisos.

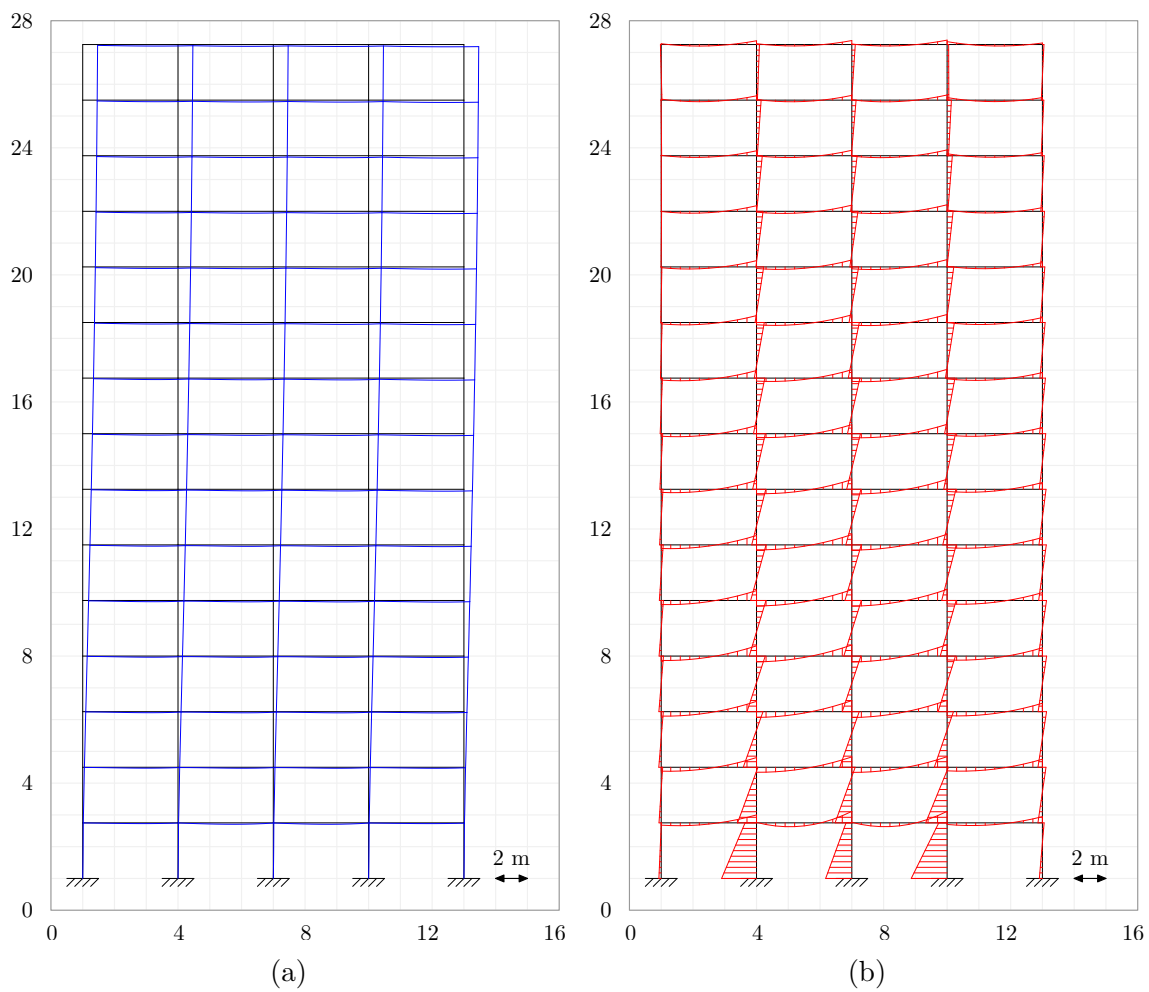


Figura 19: 19a Deslocamentos e 19b Momentos fletores, do edifício 15 pisos com piscina no piso 1.

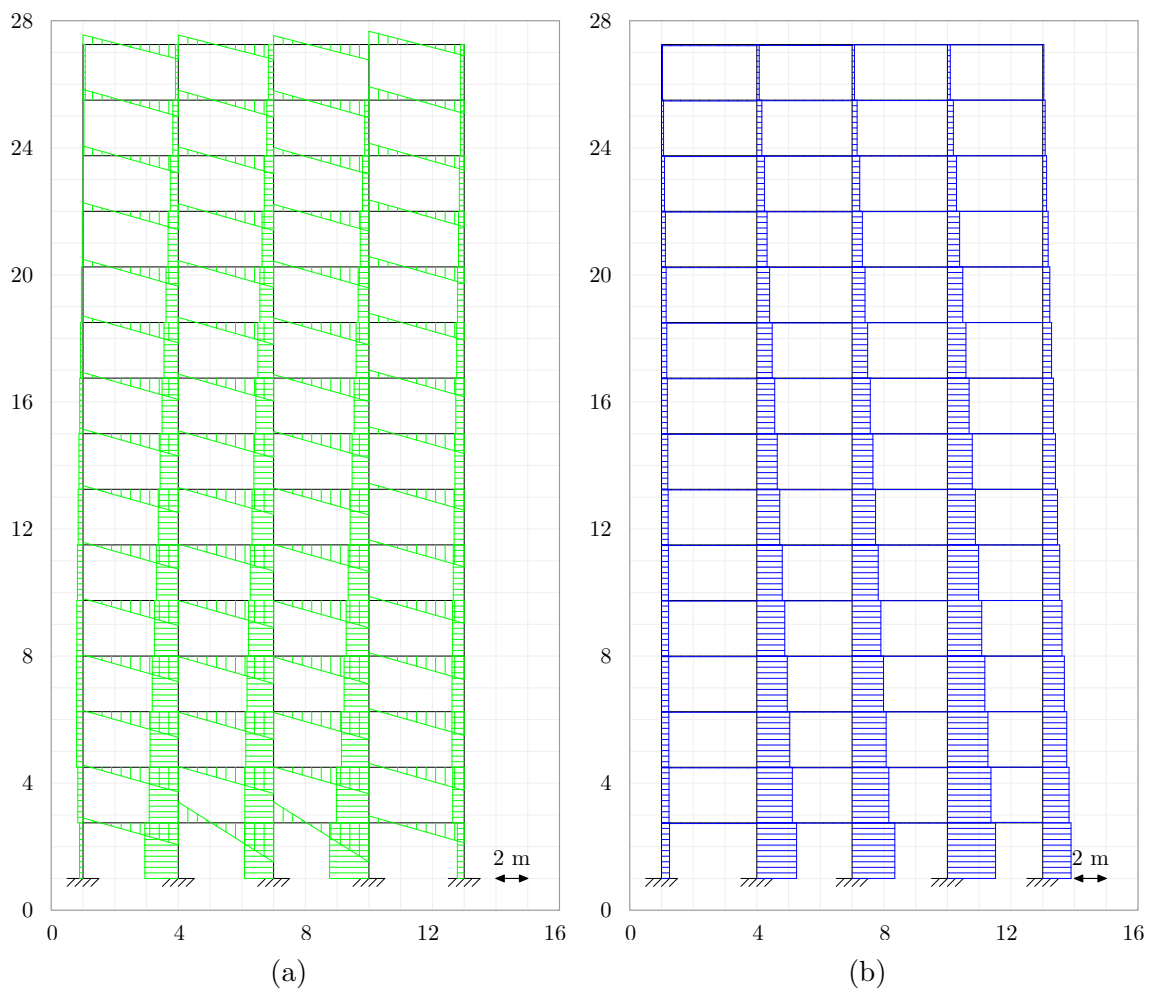


Figura 20: 20a Esforço Cortante e 20b Esforço Normal, do edifício 15 pisos com piscina no piso 1.

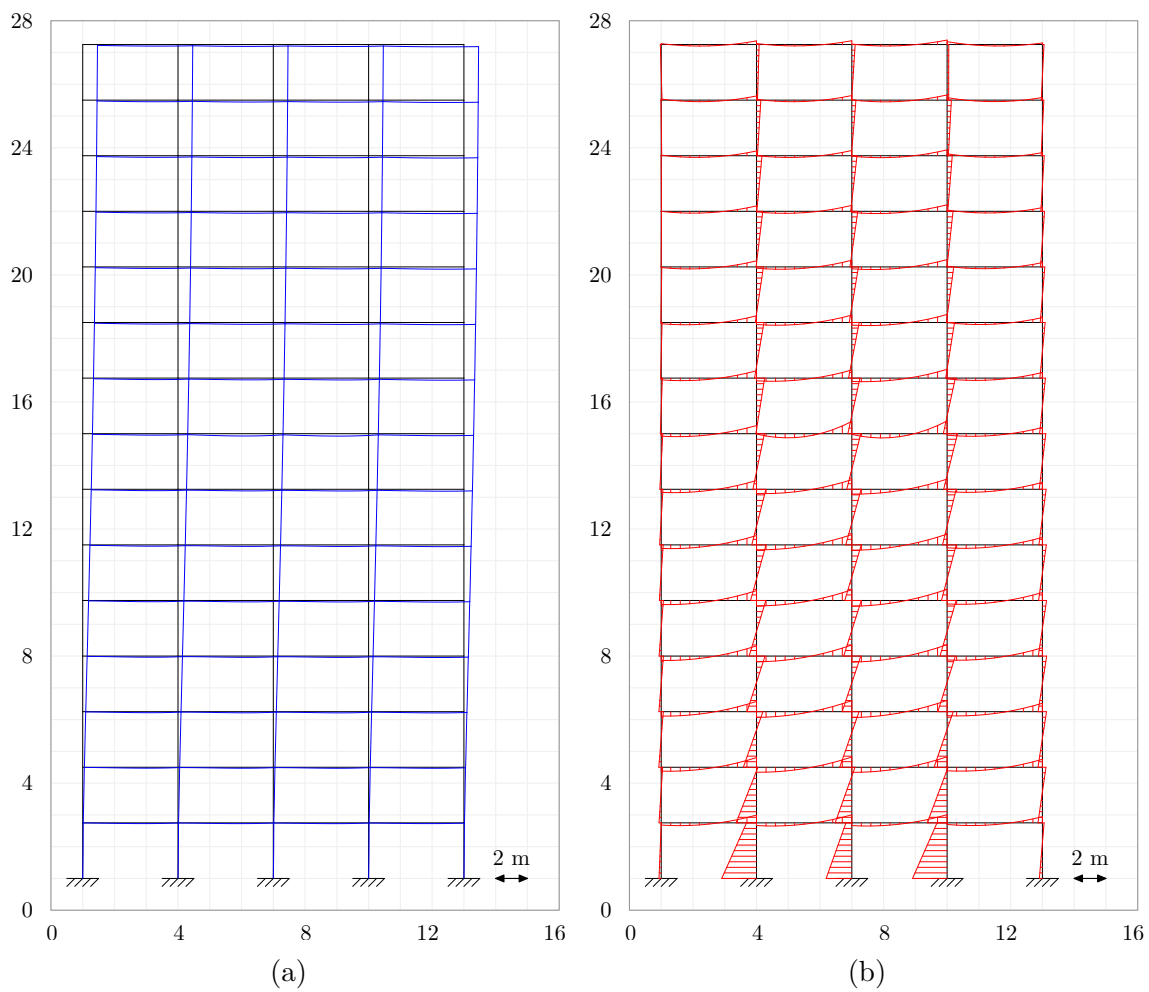


Figura 21: 21a Deslocamentos e 21b Momentos fletores, do edifício 15 pisos com piscina no piso 8.

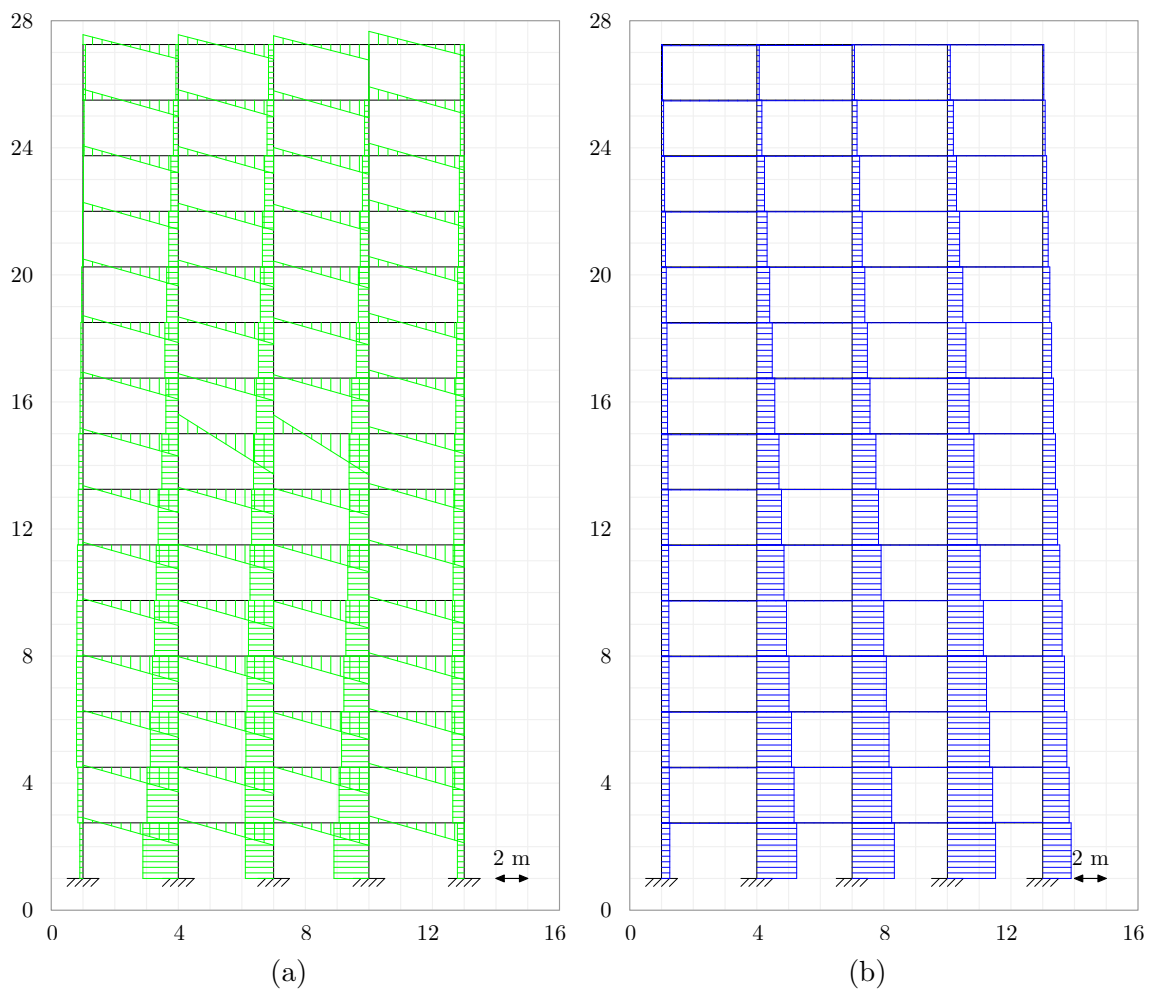


Figura 22: 22a Esforço Cortante e 22b Esforço Normal, do edifício 15 pisos com piscina no piso 8.

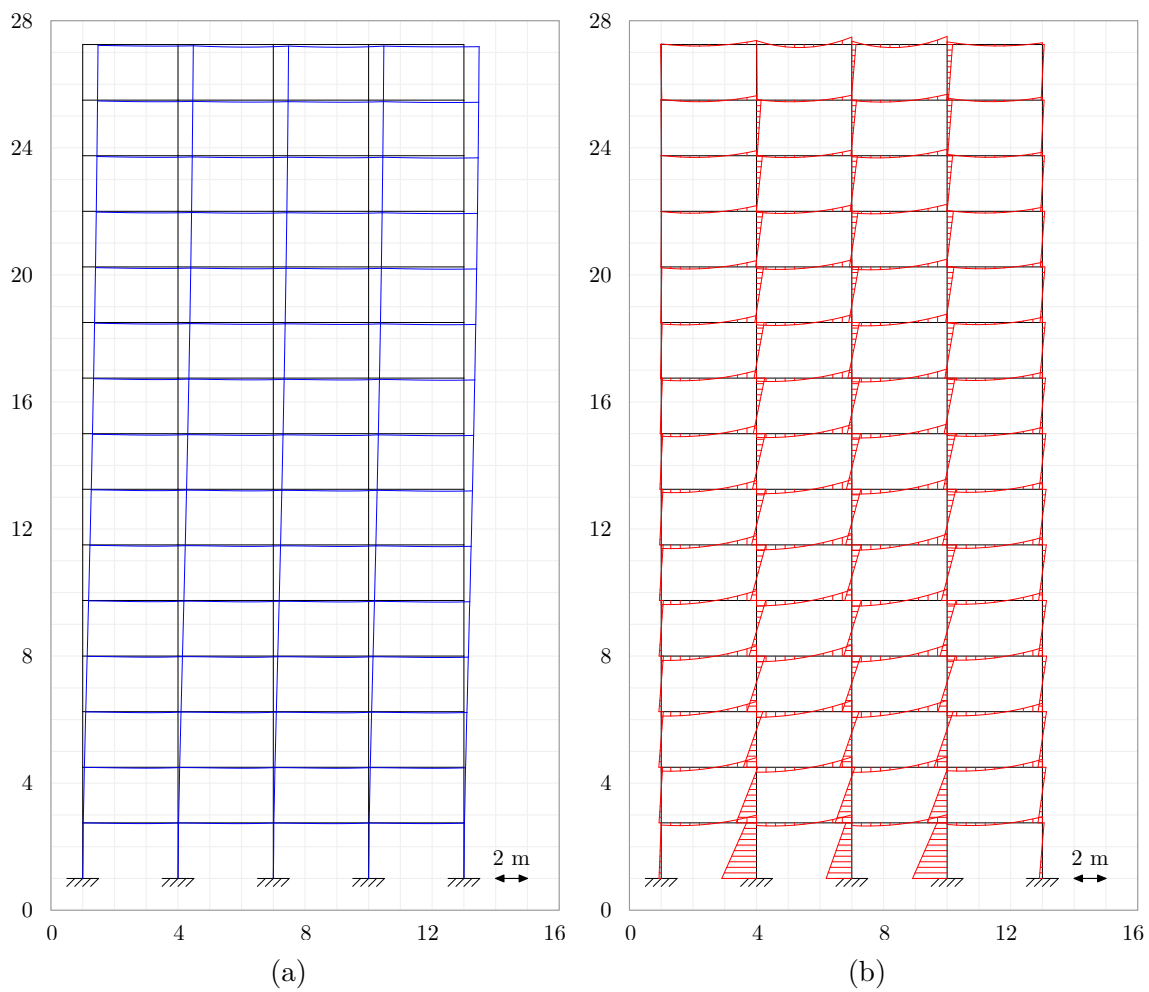


Figura 23: 23a Deslocamentos e 23b Momentos fletores, do edifício 15 pisos com piscina no piso 15.

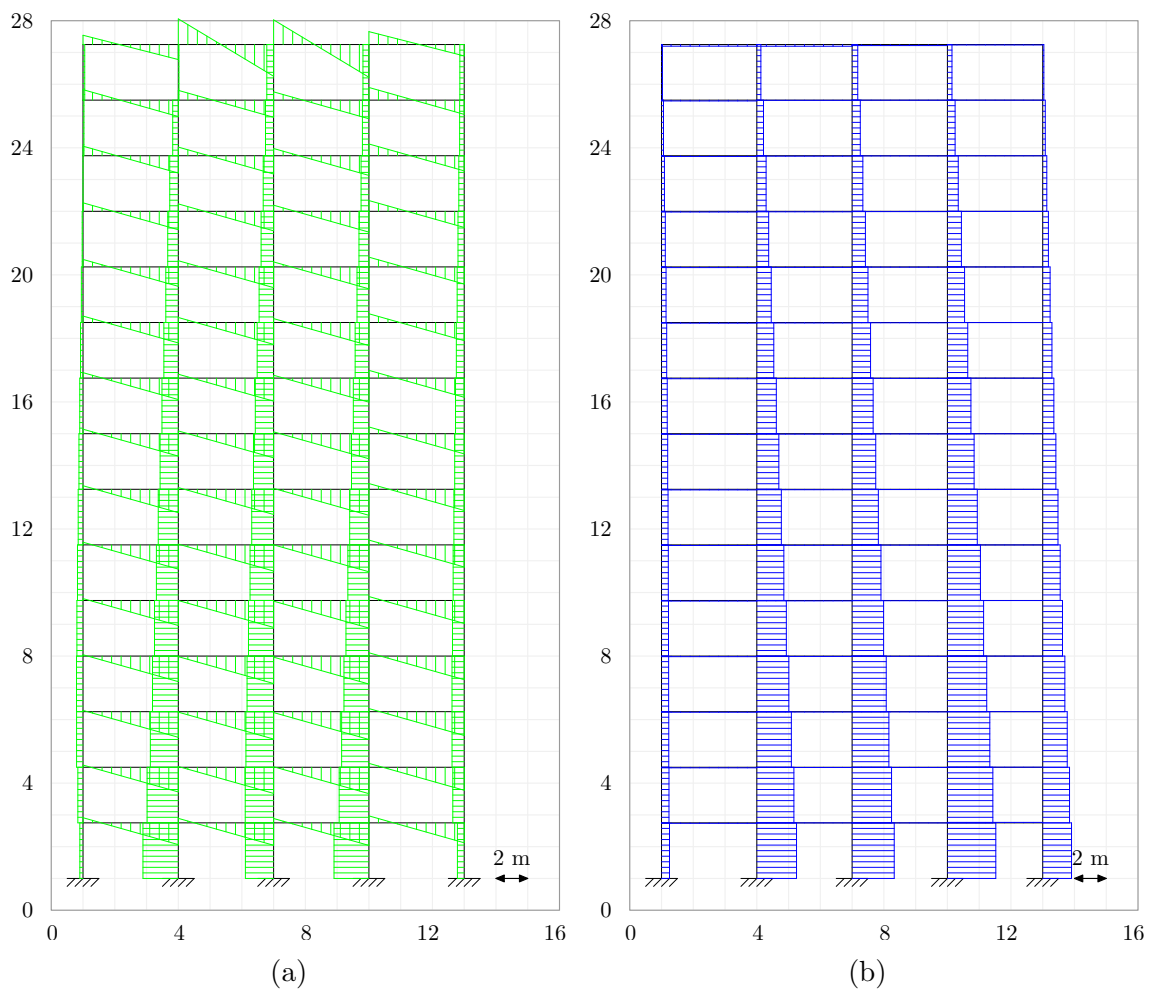


Figura 24: 24a Esforço Cortante e 24b Esforço Normal, do edifício 15 pisos com piscina no piso 15.

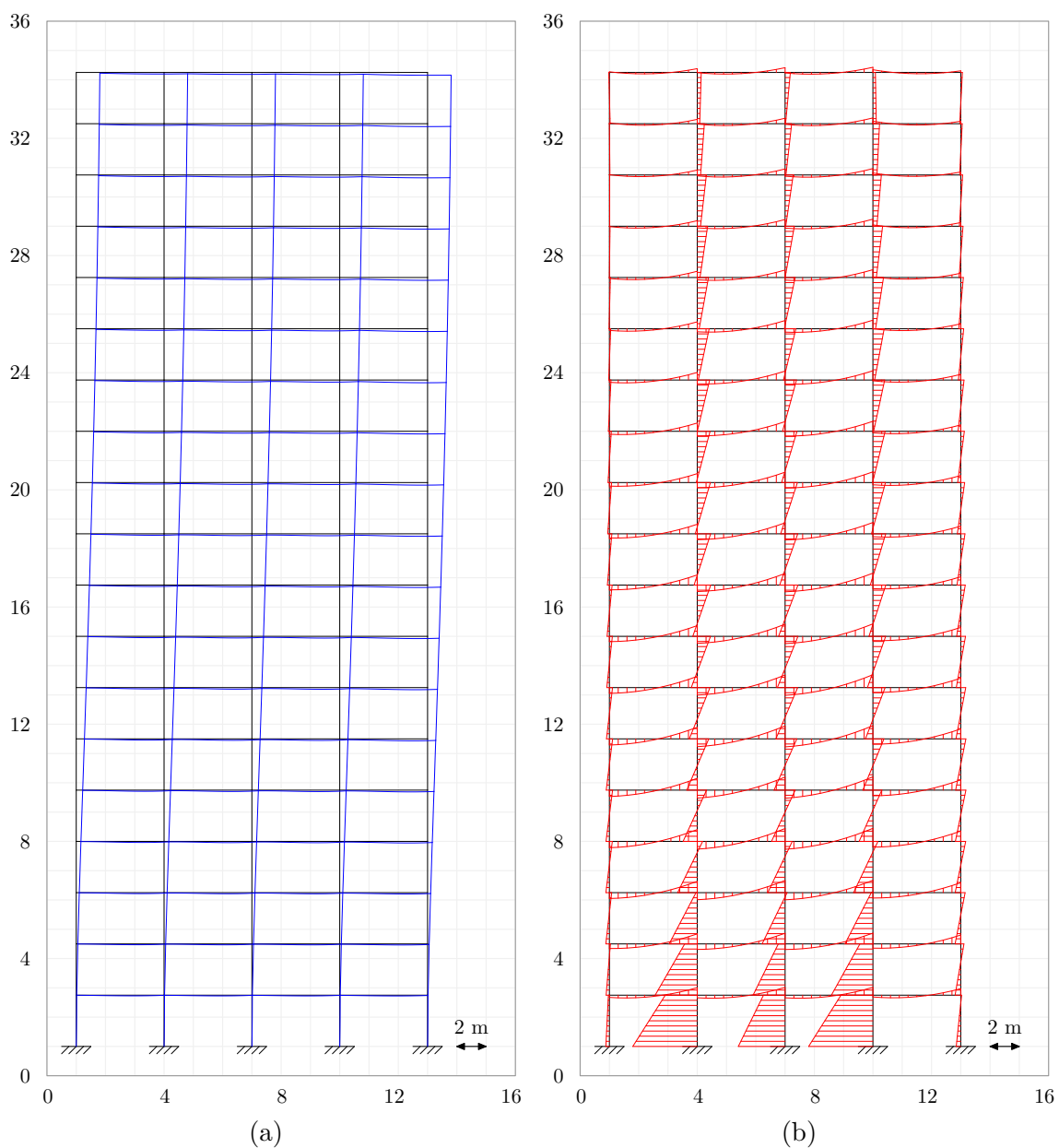


Figura 25: 25a Deslocamentos e 25b Momentos fletores, do edifício 19 pisos.

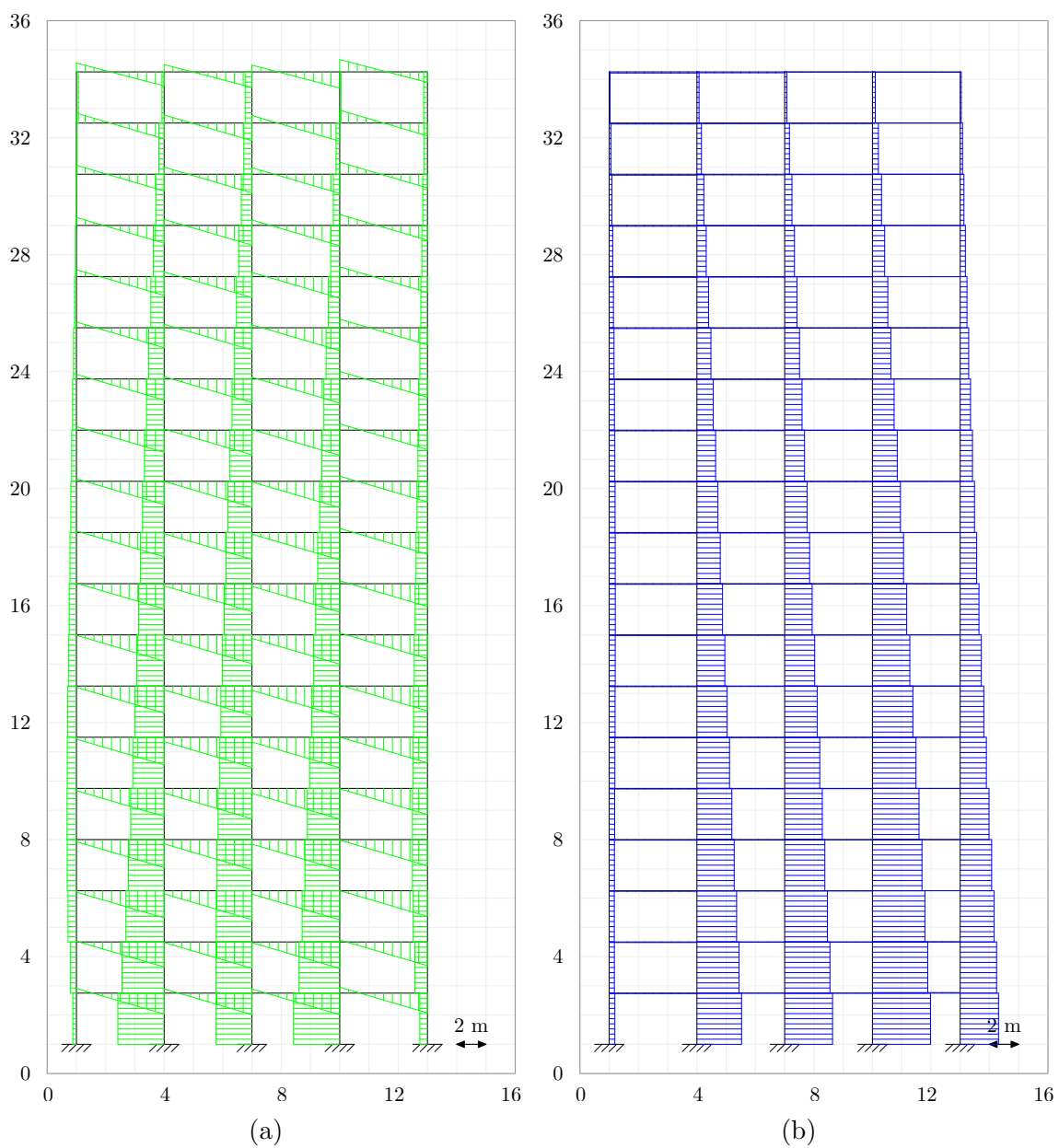


Figura 26: 26a Esforço Cortante e 26b Esforço Normal, do edifício 19 pisos.

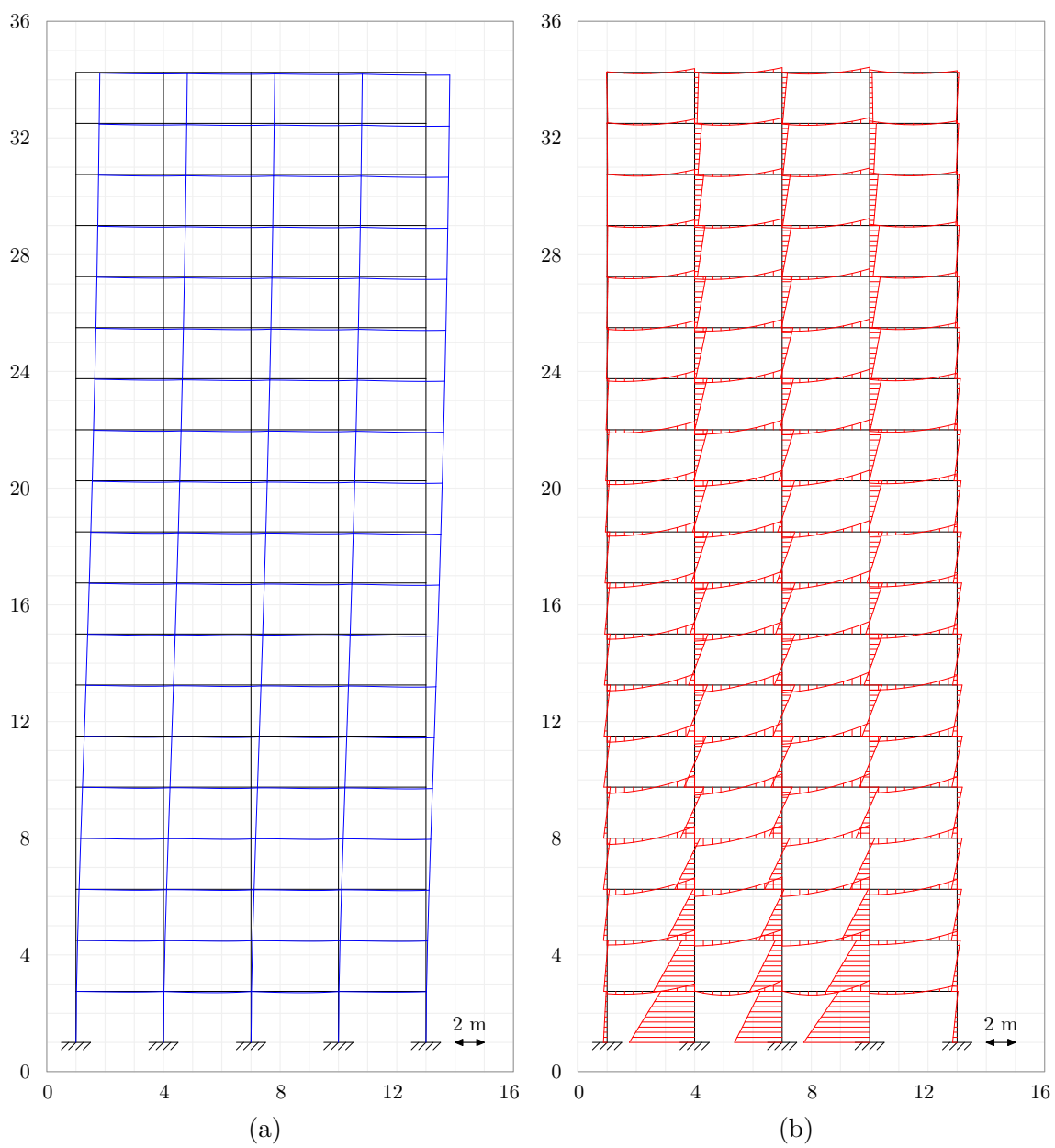


Figura 27: 27a Deslocamentos e 27b Momentos fletores, do edifício 19 pisos com piscina no piso 1.

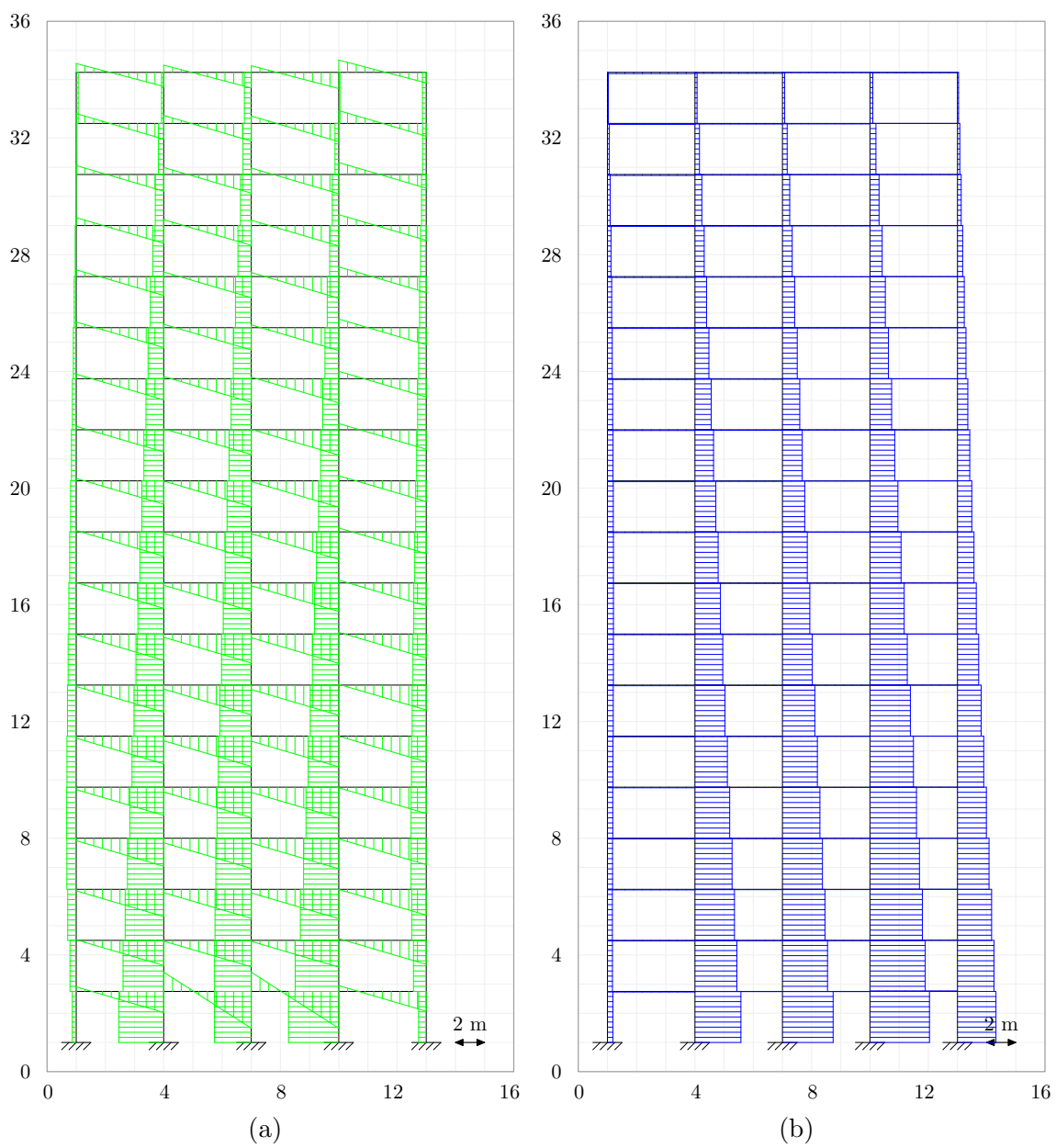


Figura 28: 28a Esforço Cortante e 28b Esforço Normal, do edifício 19 pisos com piscina no piso 1.

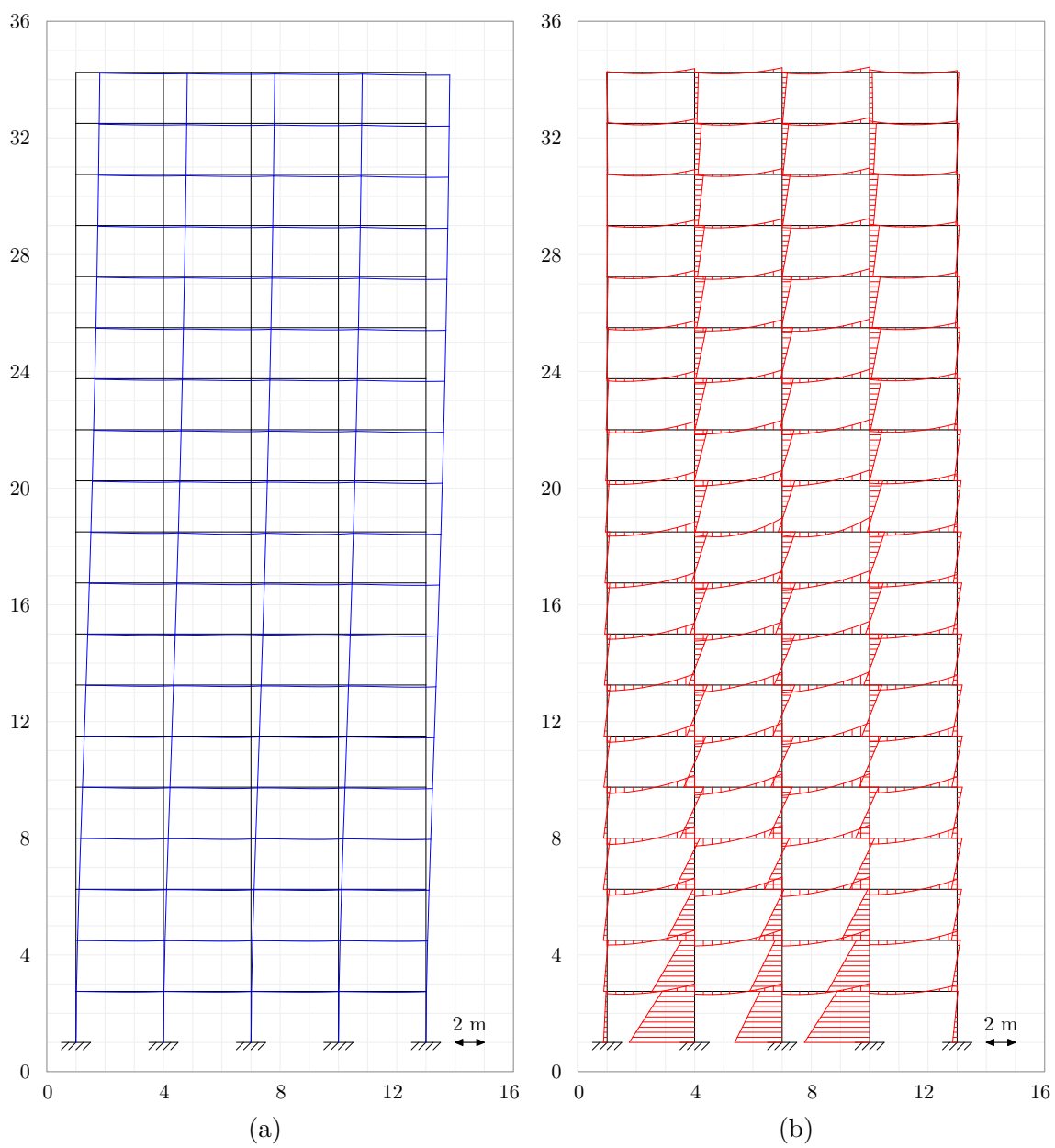


Figura 29: 29a Deslocamentos e 29b Momentos fletores, do edifício 19 pisos com piscina no piso 10.

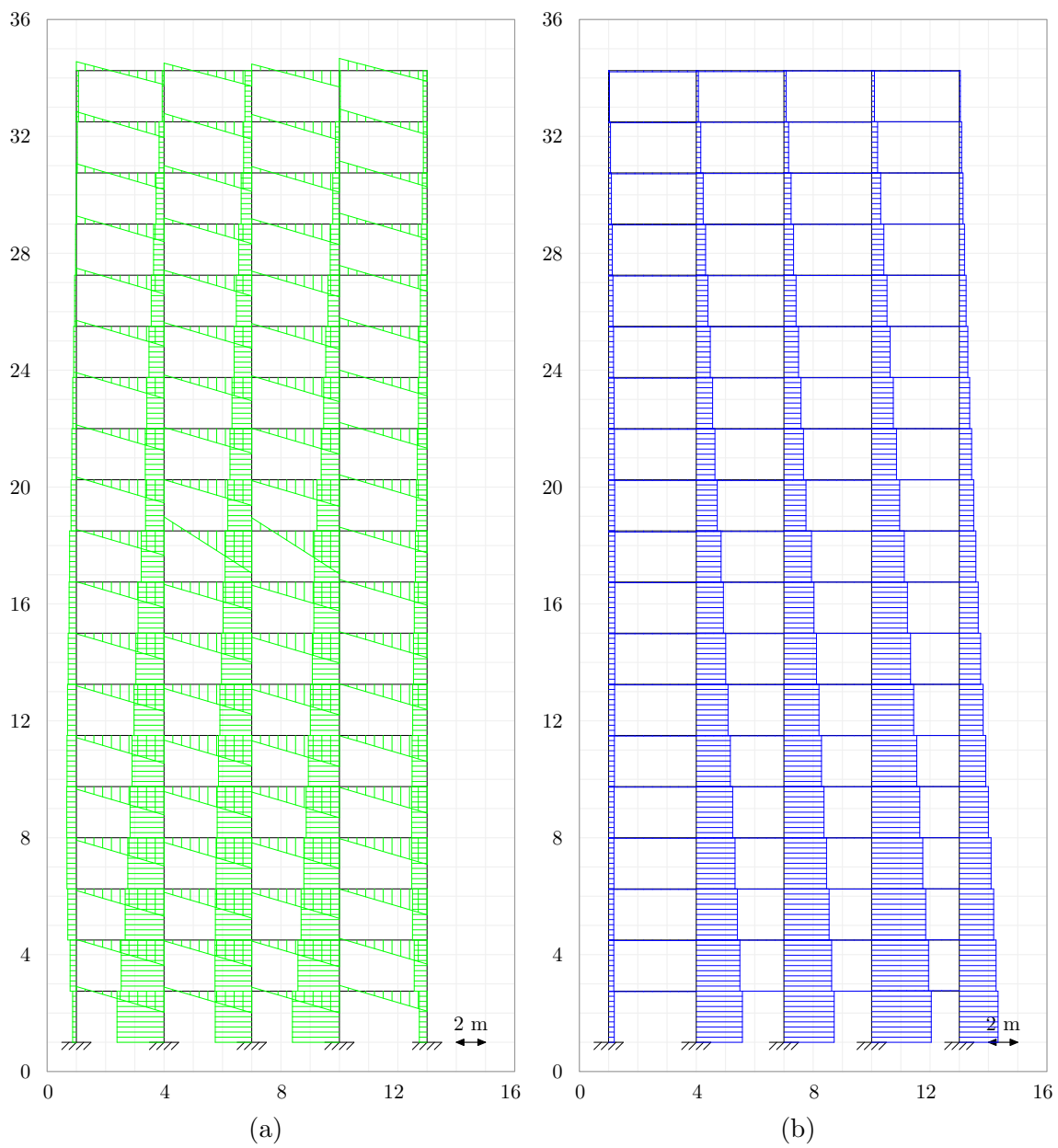


Figura 30: 30a Esforço Cortante e 30b Esforço Normal, do edifício 19 pisos com piscina no piso 10.

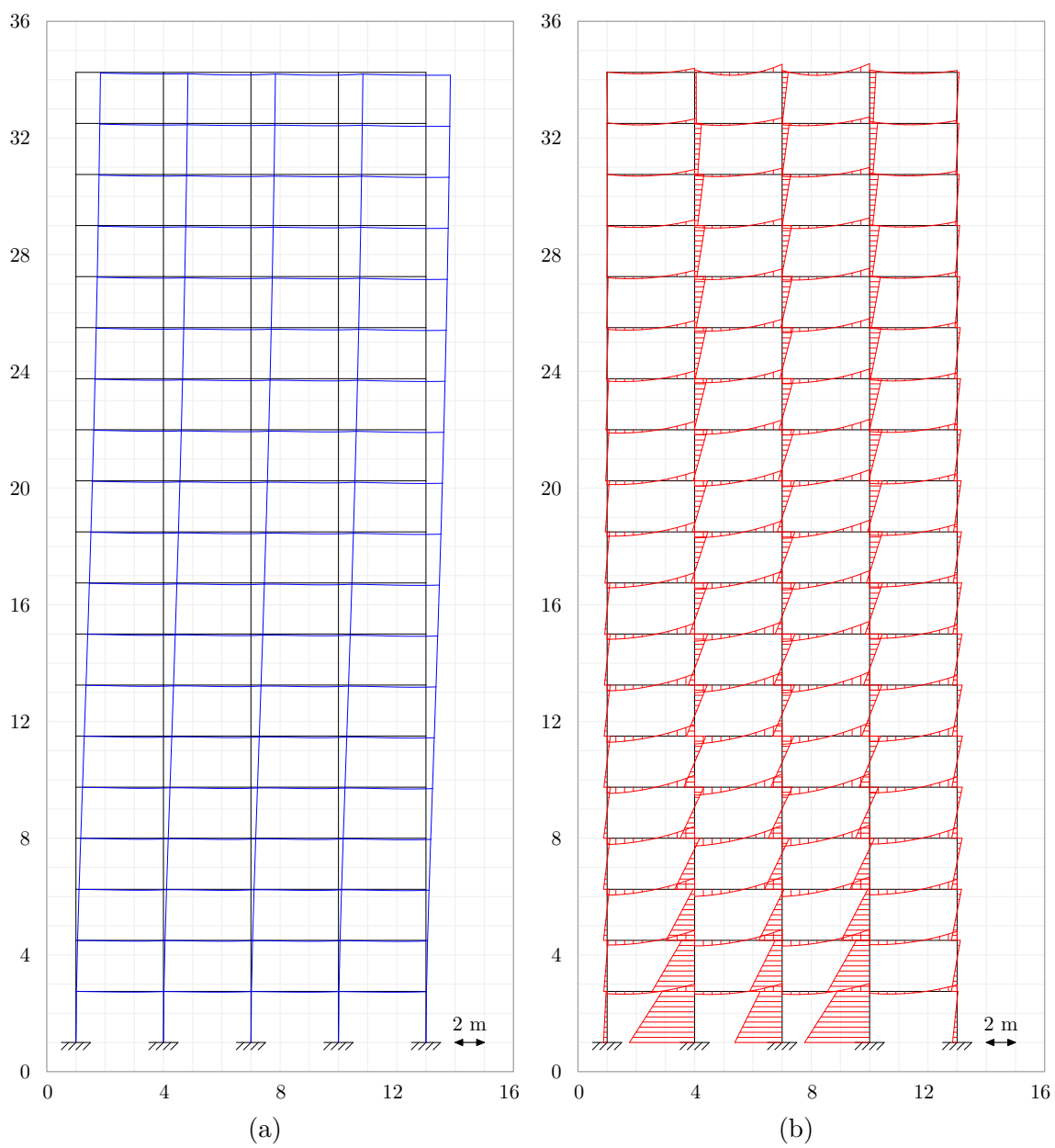


Figura 31: 31a Deslocamentos e 31b Momentos fletores, do edifício 19 pisos com piscina no piso 19.

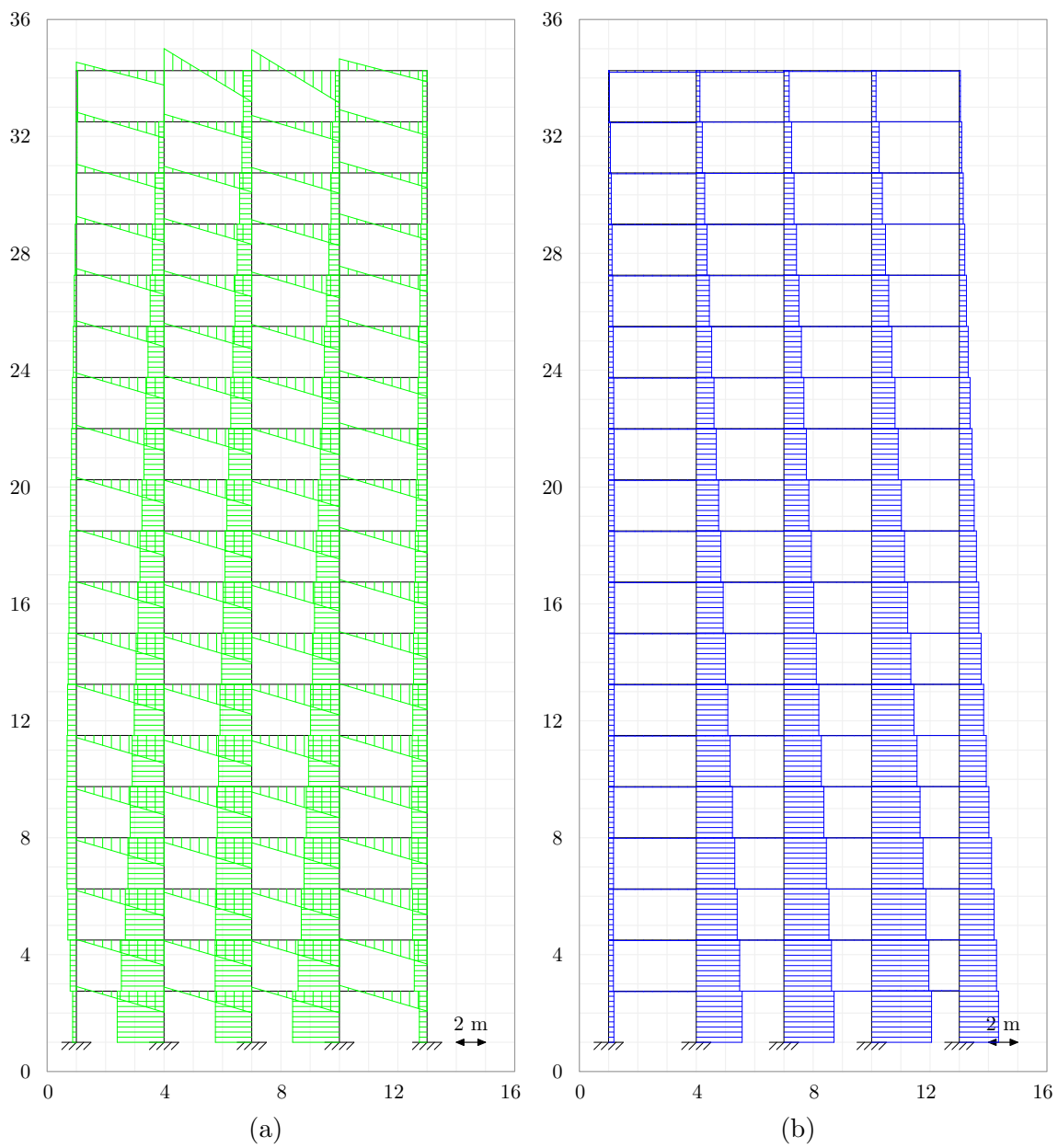


Figura 32: 32a Esforço Cortante e 32b Esforço Normal, do edifício 19 pisos com piscina no piso 19.