limite texto

Instituto Politécnico de Viseu

Escola Superior de Educação de Viseu

Ana Beatriz Amaral Matos

A tecnologia na aprendizagem das transformações geométricas em contextos do quotidiano

Viseu, 2019

limite texto

Instituto Politécnico de Viseu

Escola Superior de Educação de Viseu

Ana Beatriz Amaral Matos

A tecnologia na aprendizagem das transformações geométricas em contextos do quotidiano

Tese de Mestrado

Mestrado em Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico e de Matemática e Ciências Naturais no 2.º Ciclo do Ensino Básico

Trabalho efetuado sob a orientação de

Professor Doutor António Ribeiro
Professora Doutora Helena Gomes

Viseu, 13 de março de 2019

INSTITUTO POLITÉCNICO DE VISEU
ESCOLA SUPERIOR DE EDUCAÇÃO DE VISEU

DECLARAÇÃO DE INTEGRIDADE CIENTÍFICA

Ana Beatriz Amaral Matos, Número 10159 do curso Mestrado em Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico e de Matemática e Ciências Naturais no 2.º Ciclo do Ensino Básico declara sob compromisso de honra, que o Relatório Final de Estágio é inédito e foi especialmente escrito para este efeito.

Viseu, 13 de março de 2019

A aluna, ____

Rua Maximiano Aragão 3504-501 Viseu | Telefone: 232419000 | Fax: 232419002 | e-mail: esev@esev.ipv.pt

Agradecimentos

Ao findar a redação do presente Relatório Final de Estágio, manifesto os meus agradecimentos às seguintes pessoas e entidades que, de qualquer forma, me auxiliaram nesta caminhada.

Ao meu orientador, professor António Ribeiro, e coorientadora, professora Helena Gomes, pelo tempo disponibilizado e a partilha de críticas e sugestões. A vossa exigência permitiu o aperfeiçoamento do meu trabalho e a constante reflexão.

A todas as professoras cooperantes, do 1.º e do 2.º Ciclo do Ensino Básico, e a todos os professores supervisores, professores João Rocha e António Ribeiro, professoras Helena Gomes, Ana Isabel Silva, Isabel Abrantes, Ana Patrícia Martins e Cristiana Mendes, pelos ensinamentos e momentos de reflexão partilhados que me auxiliaram a crescer como futura profissional da área da educação.

À mui nobre Absoluta e Fantástica Associação – Estudantina Universitária de Viseu e seus elementos, pelas viagens, momentos e músicas partilhadas. A vossa alegria auxiliou-me a manter o foco durante esta jornada

Ao agrupamento 956 de Repeses, e seus escuteiros, pelo porto de abrigo em cada atividade em que participei e pelos ensinamentos que me ajudaram a desabrochar e a ser quem sou hoje.

Aos meus amigos mais próximos pelo carinho, incentivo e horas despendidas na biblioteca.

Ao Mario, pelo amor, compreensão, paciência e auxílio em todos os momentos.

E, por fim, à minha família por tudo. Todo o amor, confiança, dedicação, alegria e amparo. Não há palavras para descrever o orgulho que tenho em vos pertencer.

A todos, obrigada!

Resumo

O presente relatório final tem como objetivo compreender as contribuições da utilização da tecnologia para a aprendizagem de conceitos associados às transformações geométricas em contextos do quotidiano. Desta forma, recorreu-se a autores de referência e às tarefas aplicadas em contexto de sala de aula de modo a averiguar as implicações da utilização da tecnologia em geometria.

Em termos metodológicos, foi aplicada uma investigação de caráter qualitativo onde foram recolhidos dados através da observação, elaboração de notas de campo e análise das produções dos alunos nas tarefas propostas.

Os dados obtidos demonstram que a utilização de um Ambiente de Geometria Dinâmica (AGD), recorrendo a contextos do quotidiano, se torna uma mais-valia para a aprendizagem de conceitos associados às transformações geométricas. A aprendizagem tornou-se dinâmica e motivadora, pelo que os alunos conseguiram construir o seu próprio conhecimento e criaram uma relação de empatia com a geometria.

Através da implementação do projeto, competências como o questionamento e a planificação e construção de tarefas motivadoras foram trabalhas e aprimoradas ao longo do tempo.

Palavras-chave
Geometria; transformações geométricas; GeoGebra.

Abstract

The aim of this study is to understand the contributions of the use of technology to the learning of concepts associated with geometric transformations in everyday contexts. In this way, it was used reference authors and the tasks applied in the classroom context in order to determinat the implications of the use of technology in geometry.

In methodological terms, a qualitative research was applied in which data were collected through observation, elaboration of field notes and analysis of the students productions in the proposed tasks.

The data obtained demonstrates that the use of a Dynamic Geometry Software (DGS), using everyday contexts, becomes an added value for the learning of concepts associated with geometric transformations. Learning became dynamic and motivating, so students were able to build their own knowledge and created a relationship of empathy with geometry.

Through the implementation of the project, skills such as questioning and the planning and construction of motivating tasks were worked and improved over time.

Keywords

Geometry; geometric transformations; GeoGebra.

Índice geral

Índice de figuras

Índice de tabelas

Introdução geral

O ensino da Matemática, em Portugal, “deve visar aprendizagens matemáticas relevantes e sustentáveis para todos os alunos (…), bem como o desenvolvimento da capacidade de os alunos em utilizá-la em contextos matemáticos e não matemáticos” (Martins *et al.*, 2018, p. 1). Posto isto, importa criar condições propícias para a aprendizagem integral dos alunos, tendo em consideração o meio onde estes se inserem e o desenvolvimento tecnológico que impera na sociedade atual.

O percurso formativo proporcionado pelo mestrado em Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico e de Matemática e Ciências Naturais no 2.º Ciclo do Ensino Básico, nomeadamente no âmbito das unidades curriculares de Prática de Ensino Supervisionada (PES) I, II, III e IV, permitiu a redação do presente relatório.

Importa referir que este relatório comporta duas partes, sendo que a primeira se reporta à caracterização dos três contextos de estágio que as PES proporcionaram, bem como a análise das práticas e projetos dinamizados e a análise crítica das competências desenvolvidas.

Já a segunda parte debruça-se numa investigação sobre a utilização da tecnologia na aprendizagem das transformações geométricas, recorrendo a contextos do quotidiano. Desta forma, é apresentada uma breve revisão da literatura sobre a geometria e a sua crescente implementação e valorização no currículo português, não obstante, são referidas as transformações geométricas e a pertinência da utilização do computador, em contexto de sala de aula, e dos contextos do quotidiano para a aprendizagem da matemática.

De seguida, surge a especificação da metodologia utilizada na investigação, desde a delimitação do problema, dos objetivos traçados, o tipo de investigação, as técnicas e os instrumentos de pesquisa, a identificação e caracterização dos participantes e o procedimento.

A terceira parte engloba a apresentação e análise dos dados, obtidos através de registos fotográficos das resoluções dos alunos nas fichas de trabalho e GeoGebra, exposição de pequenos diálogos e intervenções e análise de situações pontuais. Os dados são discutidos na quarta parte, tendo por base o enunciado na revisão da literatura.

Por fim, surge a conclusão geral do relatório e as limitações e recomendações. Na conclusão é feita uma reflexão de todo o percurso proporcionado pelo mestrado e a identificação das conclusões sobre a investigação realizada, pelo que nas limitações e recomendações são enunciadas as limitações encontradas ao longo da implementação do projeto e as recomendações para possíveis futuras investigações.

Parte I - Reflexão crítica sobre as práticas em contexto

Nota introdutória

A primeira parte deste projeto de investigação pretende dar a conhecer os espaços e o trabalho desenvolvido ao longo das PES I, II, III e IV, inseridas no mestrado em Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico e de Matemática e Ciências Naturais no 2.º Ciclo do Ensino Básico.

Como se tratam de ciclos de ensino distintos importa efetuar uma análise das práticas concretizadas e das competências desenvolvidas a nível profissional de modo a compreender, de um modo global, todo o trabalho efetuado e o impacto do mesmo, quer nos contextos de ensino, quer a nível pessoal e profissional.

Assim, a primeira parte encontra-se repartida em três secções, a *caraterização dos contextos* (onde foram realizados os diferentes estágios), a *análise das práticas concretizadas nas unidades curriculares de PES I, II, III e IV* (tanto no 1.º CEB como no 2.º CEB, tendo por base os materiais selecionados, planificações e relatórios reflexivos e as opções metodológicas escolhidas) e a *análise das competências desenvolvidas* (tanto no 1.º CEB como no 2.º CEB, que permitiram a reflexão exaustiva sobre a ação ao longo do percurso).

1. Caracterização dos contextos

O mestrado em Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico e de Matemática e Ciências Naturais no 2.º Ciclo do Ensino Básico prepara os formandos para a lecionação nestes dois ciclos. Ao longo de dois anos, cada ano dedicado a um dos ciclos, frequentaram-se unidades curriculares, nomeadamente as Práticas de Ensino Supervisionado (PES)[1] que permitiram o contacto direto com turmas do 1.º e do 2.º CEB, a preparação de materiais para a dinamização das atividades letivas, o desenvolvimento e implementação de projetos e a reflexão de todas as práticas.

O contacto com os alunos e a própria intervenção foi feita de forma gradual, começando pela observação e reflexão sobre o observado, de modo a compreender as escolhas tomadas pelas professoras cooperantes e a ter um conhecimento prévio, apesar de ténue, dos alunos.

[1] Prática de Ensino Supervisionado I, II, III e IV

As instituições de formação de professores têm privilegiado estágios de observação e intervenção em diferentes contextos escolares para a aquisição de competências. A observação é considerada um ato complexo que permite a um indivíduo obter informações sobre um determinado contexto (Anguera, 1992; Damas & Ketele, 1985), possibilitando a "modificação do comportamento e da atitude do professor em formação" (Estrela, 1994, p. 56). Já a intervenção implica uma atuação, envolta nos processos de ensino e de aprendizagem, em que o professor estagiário (tendo em consideração múltiplos fatores: alunos, contexto, conteúdos, objetivos, material, etc.) concebe estratégias de ensino adequadas para que os alunos aprendam com significado.

Assim, o primeiro ano, tal como já foi indicado, direcionou-se para o 1.º CEB no qual se teve a oportunidade de trabalhar, na zona urbana de Viseu, com duas turmas de diferentes escolas[2]. Já o segundo ano foi dedicado ao 2.º CEB, onde houve a possibilidade de acompanhar três turmas durante um ano letivo, no distrito de Viseu.

1.1. 1.º Ciclo do Ensino Básico

Durante o 1.º ano do mestrado já enunciado, no âmbito da Prática de Ensino Supervisionada I e II, a observação e a intervenção decorreram em dois contextos distintos da zona urbana de Viseu, no âmbito do 1.º Ciclo do Ensino Básico (CEB). Este percurso foi feito com duas turmas (1.º ano e 2.º ano) bastante heterogéneas onde foi desenvolvido um trabalho intensivo de preparação de materiais e dinamização de momentos de ensino e aprendizagem desafiantes que proporcionaram momentos únicos de aprendizagem e conhecimento, tanto a nível profissional como pessoal.

A escola onde decorreu a PES I dispunha de dois espaços de recreio que os alunos podiam utilizar dependendo das condições meteorológicas, um espaço vedado de paredes coloridas, cartazes informativos e trabalhos dos alunos (polivalente) e um espaço aberto coberto de brita pouco próprio para os alunos que o utilizavam[3].

A escola apresentava dois pisos, sendo que cada um continha duas salas. No andar de cima, era possível encontrar a sala 2 e a sala 4 e, no andar de baixo, as restantes salas (1 e 3), o polivalente, cinco casas de banho (duas para os rapazes, duas para as raparigas e uma para os profissionais da ação educativa, uma sala de professores, uma sala para os assistentes operacionais, três salas para arrumação de material (uma com material de Educação e Expressão Físico-Motora, outra com artigos

---

[2] Uma turma do 1.º ano (1.º semestre) e uma do 2.º ano (2.º semestre)

[3] Devido à irregularidade e impermeabilidade do piso os alunos poderiam tropeçar ou magoar-se

de higienização e a última onde eram armazenados o leite e a fruta) e uma pequena biblioteca (com manuais escolares, material manipulável, material audiovisual e livros de histórias).

Em relação ao horário de funcionamento das atividades letivas, este diferia consoante os anos de escolaridade. Esta escola compreendia atividades em horário normal (das 9:00h até às 16:00h, com um intervalo para o almoço das 12:00h às 14:00h) para os dois terceiros anos de escolaridade, no entanto apresenta também atividades em horário duplo da manhã (das 8:00h às 13:00h) para o 1.º e o 2.º ano, e um horário duplo da tarde (das 13:15h às 18:15h) para o 4.º ano de escolaridade. O intervalo efetuado durante a manhã tinha a duração de 30 minutos (entre as 10:30h e as 11:00h), à semelhança do intervalo da tarde que também tinha a mesma duração (decorrendo entre as 15:30 e as 16:00).

As duas turmas do 3.º ano beneficiavam deste horário dado que se encontravam ao abrigo do Decreto-lei n.º 176/2014, de 12 de dezembro, que estabelece o caráter obrigatório do ensino do Inglês nos 3.º e 4.º anos de escolaridade.

A turma, onde decorreu o primeiro estágio tinha 25 alunos, dois quais 12 eram do sexo masculino e 13 do sexo feminino. Em relação aos alunos verificou-se que a imaturidade, a falta de atenção e de autonomia, a agitação e as dificuldades na adequação dos comportamentos às regras estipuladas eram pontos que criavam dificuldades à consecução das aprendizagens. Por outro lado, os alunos eram participativos, interessados, assíduos e pontuais, com especial interesse para as áreas disciplinares de Estudo do Meio e das diferentes Expressões. A turma ainda apresentava dois casos que requeriam uma especial atenção: uma aluna que necessitava de apoios permanentes, encontrando-se ao abrigo do Decreto-Lei n.º 3/2008, de 7 de janeiro, com um apoio pedagógico personalizado (art.º 17.º) e adequações no processo de avaliação (art.º 20.º), visto que apresentava um Atraso Ligeiro do Desenvolvimento Global; e uma aluna oriunda da Ucrânia que, durante o momento de observação e intervenção, ainda não estava ao abrigo do Decreto-Lei n.º 139/2012, de 5 de julho, que prevê a aprendizagem do português por aluno com outra língua materna.

Em relação ao contexto onde decorreu a PES II, a escola era de maior dimensão (comparada com a primeira) apresentando um avantajado espaço de recreio com dois campos de futebol, um coreto, zonas com relvado e zonas amplas de alcatrão onde os alunos poderiam brincar durante os intervalos.

A própria escola dispunha de dois pisos. No primeiro piso havia quatro salas de aula, casas de banho (para professores, funcionários e alunos), a sala dos professores, a secretaria, a papelaria e reprografia, uma sala de arrumos (onde era possível encontrar bolas e cordas, e artigos de higienização do espaço), o bar e o refeitório, a biblioteca e os gabinetes de apoio psicológico e de ensino especial. No que concerne ao segundo piso, para além das casas de banho, era possível encontrar o ginásio (maioritariamente utilizado pelo segundo ciclo), balneários e nove salas de aula.

Esta escola agregava dois ciclos de ensino, o 1.º CEB e o 2.º CEB. No 1.º CEB as atividades decorriam tanto de manhã como de tarde em horário duplo da manhã e em horário duplo de tarde, tal como o referido na escola anterior[4]. No que concerne ao 2.º CEB, as atividades letivas também decorriam em dois períodos (manhã e tarde), desde as 8:30h e as 18:30h.

A turma, onde decorreu a PES II, tinha 26 alunos (13 de cada sexo). Nesta emanava um espírito democrático e de entreajuda. O espírito democrático verificava-se, principalmente, em tarefas que pressupunham trabalho de grupo e, se os alunos não conseguissem chegar a um consenso[5] era feita, pelos mesmos, uma votação para que se agradasse ao maior número de pessoas possível. O clima de entreajuda também se tornava evidente na resolução de tarefas já que, normalmente, os alunos que conseguiam terminar o trabalho mais rapidamente auxiliavam os alunos com maiores dificuldades, partilhando ideias sobre o modo de resolução das mesmas.

Esta turma não apresentava alunos com Necessidades Educativas Especiais (NEE), continha apenas 5 alunos (1 do sexo masculino e 4 do sexo feminino) que usufruíam de um apoio especial através de um acompanhamento dado por um professor de apoio (todos os dias da semana).

Como aspetos facilitadores da aprendizagem verificou-se que os alunos apresentavam interesse geral pelas atividades promovidas, motivação e gosto pela aprendizagem, curiosidade por diversos assuntos, hábitos e métodos de trabalho e apetência pela área de Matemática (nomeadamente para tarefas que promovessem o cálculo mental), preferindo atividades no âmbito do Estudo do Meio e das Expressões[6], nomeadamente, que estimulassem a criatividade e a pesquisa de informação (em livros ou na Internet). Os aspetos inibidores relacionavam-se com a falta de concentração, cumprimento de regras e intervenções inoportunas e desorganizadas, destacando-se

[4] Nesta escola havia 8 turmas no 1.ºCEB, duas por cada ano. No horário duplo da manhã as atividades letivas decorriam para as turmas do 1.º A, 2.º A, 3.º A e 4.º A, sendo que o horário duplo da tarde se destinava às restantes turmas, 1.º B, 2.º B, 3.º B e 4.º B. Em contexto de estágio trabalhou-se com a turma do 2.º A, das 8:00h às 13:00h.

[5] Normalmente os alunos não conseguiam chegar a um consenso sobre as cores a usar nos trabalhos (como, por exemplo, a cor da cartolina) ou sobre que parte iria apresentar cada aluno.

[6] Musical, dramática, plástica e físico-motora.

também dificuldades ao nível da oralidade, escrita e resolução de problemas.

1.2. 2.º Ciclo do Ensino Básico

O 2.º ano do mestrado anteriormente enunciado, foi inteiramente dedicado a um único contexto, nomeadamente, com três turmas do 2.º CEB[7]. Esta escola, na altura da intervenção, era frequentada por 720 alunos, dos quais 340 frequentavam o 1.º Ciclo do Ensino Básico (CEB), organizados em 16 turmas e 380 frequentam o 2.º CEB, agrupados em 17 turmas. Havia, ainda, 20 auxiliares da ação educativa, 16 professores do 1.º CEB, 41 professores do 2.º CEB e 5 professores de apoio.

No que concerne ao espaço exterior, a escola dispunha de um amplo espaço de recreio aberto e de zonas cobertas para os alunos se abrigarem, onde se destaca a presença de um campo de jogos, uma estufa e um canil (que não se encontrava ocupado). O espaço de recreio encontrava-se acessível a todos os alunos, através de escadas e rampas, e o chão era revestido de alcatrão.

O edifício escolar era composto por cinco blocos, sendo estes o bloco A, bloco B, bloco C, a cantina e os balneários. O bloco A tinha quatro salas, que correspondiam aos quatro laboratórios de ciências, gabinetes destinados à administração e secretariado, uma reprografia, uma sala de convívio, uma biblioteca, um bar para os alunos, uma sala de professores (com bar anexado), casas de banho para professores/funcionários e casas de banho para alunos (disponíveis em todos os blocos); no entanto foi possível verificar que não existiam casas de banho adaptadas para crianças com Necessidades Educativas Especiais (NEE).

Caracterizando, mais especificamente, cada espaço podemos referir que os laboratórios eram espaços bastante amplos, onde podíamos encontrar bancadas fixas com lavatórios e bancadas móveis. Foi ainda possível verificar que estas salas tinham um anexo que continham material de laboratório, preparações e amostras de rochas e de solo.

As salas de aula (num total de 28, distribuídas pelo bloco B e bloco C) eram espaços que, em geral, continham mesas individuais e cadeiras, um quadro magnético branco, uma tela de projeção, um computador fixo com acesso à internet e, em algumas salas, um quadro interativo. A escola também continha três salas de Educação Visual (EV) e de Educação Tecnológica (ET) e uma sala de Educação Musical (EM). As oficinas de EV e ET, à semelhança dos laboratórios de ciências, possuíam bancadas

[7] Duas turmas do 5.º ano e uma do 6.º ano

móveis e bancadas fixas com lavatórios, mas também um anexo onde eram guardados os materiais necessários para o normal funcionamento destas disciplinas. No que concerne às salas de EM, para além da tela de projeção e do quadro magnético branco com pautas de música, também tinham anexos com diversos instrumentos musicais, CD e estantes.

Para finalizar, refere-se que que o bloco B era destinado ao 1.º CEB e o bloco C destinado ao 2.º CEB.

Para além do ensino regular, a mesma escola também oferecia aos alunos a possibilidade de estes ingressaram no ensino articulado da Música. Neste tipo de ensino as aulas de ET e de música são substituídas por aulas de Formação Musical, de Instrumento e Classe Conjuntas. Foi possível averiguar que os alunos, para integrarem o ensino articulado de Música, teriam de realizar uma prova de admissão elaborada pelo Conservatório de Viseu.

Paralelamente, a mesma escola também dispunha de uma unidade de ensino para alunos com perturbações do espectro do autismo e de apoio personalizado para alunos com multideficiência, surdez e cegueira.

2. Análise das práticas concretizadas nas unidades curriculares de PES I, II, III e IV

2.1. 1.º Ciclo do Ensino Básico

No que se refere às observações, pode-se constatar que as estratégias adotadas nos processos de ensino tinham como propósito as aprendizagens significativas dos alunos. A observação foi imprescindível para verificar os diferentes ritmos de aprendizagem dos alunos, conhecer, ainda que muito superficialmente, as turmas e o tipo de trabalho e estratégias utilizadas pelas docentes titulares.

A professora cooperante da PES I utilizava o método Jean-Qui-Rit para o ensino da leitura e escrita, sendo possível afirmar que este método se serve "quer dos gestos para facilitar a pronúncia e a memorização das letras, quer do movimento ritmado do corpo para tornar a leitura de uma frase viva e dinâmica" (Marcelino, 2008, p.64); foi possível constatar que os alunos facilmente associavam o gesto a uma letra visto que, numa fase inicial, lhes era dada a conhecer a história sobre a letra. Pela observação crítica feita ao modelo, pode depreender-se que os alunos facilmente associavam cada gesto aprendido à letra corresponde (sendo que estes os reproduziam e memorizavam, com alguma facilidade). No entanto, com o passar das intervenções, constatou-se que a maior parte dos alunos se prendia, em demasia, à gesticulação das letras (por parte da docente cooperante e pelas professoras estagiárias) para escrever.

Passando para as planificações elaboradas, as principais dificuldades prenderam-se com a formulação de objetivos para as atividades propostas e a estimação do tempo. Pela análise feita às planificações, constatou-se, numa fase inicial, a definição de demasiados objetivos para uma só atividade (sendo que estes poderiam ter sido resumidos em apenas um ou dois), em relação ao tempo, em situações pontuais, não foram colocados tempos intermédios durante as atividades, o que dava a perceção de atividades muito extensas (com mais de 30 minutos).

Outras dificuldades recorrentes reportaram-se à conceção de atividades diversificadas e dinâmicas. Contudo, a maior parte dos conceitos que nos eram pedidos para serem trabalhados, pela professora cooperante, diziam respeito às áreas disciplinares de Português (introdução de uma letra) e Matemática (introdução de um número). A interligação entre as diferentes áreas também ela se tornou um aspeto desafiante pelos conteúdos e conceitos a trabalhar, no entanto, com persistência e empenho, as interligações e as propostas de trabalho aos alunos foram bem-sucedidas.

Em relação à elaboração de materiais, este concretizou-se num processo vagaroso e exigente, nomeadamente na conceção de fichas. Estas tinham de reunir tarefas diversificadas, enunciados adequados ao ano de escolaridade e imagens para colorir (ligadas aos conteúdos da ficha e que fossem apelativas). De uma forma geral as fichas construídas foram adequadas e apelativas aos alunos, excetuando uma ficha entregue que continha imagens com tons de preto e cinza, o que dificultou a sua pintura, por parte dos alunos.

Por outro lado, em relação às intervenções, o sentimento de realização, a par do nervosismo, acompanhou as primeiras aulas. Não obstante, importa salientar que a principal dificuldade inicial se prendeu na adequação do discurso ao nível de maturação dos alunos e à pouca circulação pela sala, pontos que foram trabalhados ao longo do tempo.

Em relação às áreas disciplinares e conteúdos, esteve-se menos à vontade na área disciplinar de Português, nomeadamente, na introdução de uma nova letra. Pensa-se que este facto poderá ter decorrido pela conceção pessoal acerca da aprendizagem da leitura e da escrita, por se tratar de um processo complexo e encadeado que tem repercussões em todas as outras áreas disciplinares. O receio de não executar o método corretamente ou de cometer algum erro levava ao nervosismo, que teve de ser trabalhado com o tempo.

Na área disciplinar de Português, era pedido que se recorresse ao mesmo método – Jean-Qui-Rit. No entanto, também foram propostas tarefas que fomentassem a leitura e a escrita. Já na área da Matemática, foram lecionados conteúdos na área dos números e operações aritméticas (adição e subtração), sendo que foi dado primazia a situações do quotidiano ou histórias de modo a cativar os alunos.

Destacam-se, desta forma, os seguintes momentos que, de uma forma geral, compreendem o processo evolutivo e que foram os mais marcantes.

No âmbito da área disciplinar de Matemática, dá-se especial relevância às tarefas dinamizadas para abordar o número 5, trabalhar o número 10 e introduzir a subtração. No que se refere à abordagem do número 5, adaptou-se uma tarefa existente, sendo que os alunos tiveram a oportunidade de distribuir cinco batatas por duas panelas e, desta forma, decompuseram, de forma ativa, este número. Com esta atividade compreendeu-se a importância da manipulação de materiais para a concretização de conceitos (por parte dos alunos).

No que se reporta à atividade de exploração do número 10, dialogou-se, inicialmente, com os alunos, sobre as diferentes representações que um número pode ter, tendo culminado numa tarefa que pressupunha a interpretação de um pictograma. A representação utilizada permitiu a decomposição de números bem como o contacto e leitura de um pictograma.

Por fim, no que se refere à introdução da subtração, este foi o momento de intervenção menos bem-sucedido. Numa fase inicial, deveria ter-se explorado, com um maior afinco, o material levado para a sala de aula pois houve alguns alunos que não compreenderam o que estava a pedido nem o que estava a ser trabalhado. Este facto foi colmatado depois do intervalo onde, a partir do material existente na sala, os alunos o puderam manipular, concretizando, de uma forma mais profícua, as situações-problema.

Através deste episódio, denotou-se a real importância da manipulação de materiais neste nível de ensino dado que os alunos se encontram, segundo os estádios de desenvolvimento cognitivo de Piaget, no estágio das operações concretas, no qual o aluno "exibe uma frágil capacidade de raciocínio abstracto" (Sprinthall & Sprinthall, 1993, p. 111). Neste mesmo estádio, Sprinthall e Sprinthall (1993) recomendam que os alunos se deparem com atividades que desenvolvam competências e o próprio desenvolvimento cognitivo.

Direcionando a atenção para a área disciplinar das Expressões Artísticas e Físico-Motoras e focando a área disciplinar de Expressão e Educação Musical é possível afirmar que foi utilizada para a introdução ou consolidação de conceitos relativos a outras áreas, de modo a promover a interdisciplinaridade. Ao longo das intervenções, tentou abordar-se a presente área de diferentes formas – criando pequenas músicas, acompanhando canções com uma guitarra acústica e dinamização de atividades em que os alunos se pudessem exprimir através da percussão corporal. Com isto, crê-se que se cumpriu com o definido no programa de Expressão e Educação Musical, através de momentos dinâmicos e divertidos.

Intrinsecamente ligado a esta área disciplinar encontram-se os ensaios para a festa de Natal. A pedido da professora cooperante, preparou-se uma pequena peça para os alunos apresentarem no dia da festa e, para tal, foi redigida uma letra de uma música (pelas professoras estagiárias) tendo por base a melodia de jingle bells[8]; os ensaios correram bastante bem, na medida em que os alunos apreenderam a letra da música logo no primeiro ensaio e propuseram gestos para acompanhar a canção.

Por fim, no que se refere à área disciplinar de Estudo do Meio, apenas se salienta que o contacto com a mesma foi extremamente reduzido pela exigência da professora cooperante, pois, tendo em consideração a sua preferência pelas áreas disciplinares de Português e Matemática.

Na PES II, foram utilizadas estratégias diferenciadas dado o grupo de alunos com que se trabalhava.

A docente cooperante não utilizava o método Jean-Qui-Rit e, com a mesma, foi possível denotar um padrão na compreensão de textos, tal como o proposto por Sim-Sim (2007); A compressão de um texto obedecia a três momentos estruturados: momento de pré-leitura, momento de leitura e momento de pós-leitura. No momento de pré-leitura procurava-se ativar os conhecimentos prévios que coincidissem com o tema do texto, através de questões, dramatizações ou diálogo; o momento de leitura era realizada pela professora estagiária ou por um aluno que não tivesse grandes dificuldades no processo da leitura (de modo a que os restantes alunos tivessem um modelo de leitura), por fim, no momento de pós-leitura, era dinamizado um diálogo sobre o texto lido, normalmente apoiado por uma ficha de trabalho.

Já na área da Matemática as tarefas propostas foram diversas e privilegiaram o contacto dos alunos com materiais manipuláveis, na medida em que estes se encontravam, segundo os estádios de desenvolvimento cognitivo de Piaget, no estágio das operações concretas.

No que concerne à área disciplinar de Estudo do Meio recorreu-se a diferentes

---

[8] https://www.youtube.com/watch?v=R1gskElaLNo

abordagens, onde se promoveu, de um modo geral, um contacto direto com objetos do quotidiano (para a abordagem, por exemplo, das diferentes formas dos materiais – articulando com Matemática), plantas (observação e captação de imagem das espécies vegetais presentes na escola) e animais (diálogo entre alunos e uma agricultora sobre o revestimento, modo de locomoção, alimentação e reprodução de uma galinha e um coelho que foram levados para o contexto de sala de aula).

As Expressões Artísticas sempre foram interligadas com as restantes áreas já mencionadas e serviam para criar momentos de descontração ou mesmo de foco. Paralelamente, foram também explorados conceitos associados às mesmas áreas.

Por um lado, verificou-se que as tecnologias desempenharam um papel importante, na medida em que estas foram utilizadas para potenciar as aprendizagens dos alunos e para tornar as aulas mais cativantes. Apesar de o quadro interativo se encontrar inoperável (ao contrário do primeiro contexto descrito), acabando por servir, apenas, como tela de projeção, foram levados, para este contexto, por três ocasiões, computadores portáteis, tablets e máquinas fotográficas para a elaboração de cartazes (sobre as plantas presentes na escola e os animais portugueses em vias de extinção[9]) e a exploração do correio eletrónico em Português (numa das etapas os alunos tiveram que criar, em conjunto, um endereço de correio eletrónico para a turma e enviaram uma mensagem em suporte de correio eletrónico para os pais).

Por outro lado, não se descurou, de forma alguma, a relação com a comunidade, assim, alguns encarregados de educação e outros intervenientes foram convidados a partilharem experiências e saberes sobre conteúdos específicos. Alguns encarregados de educação aceitaram o convite e deslocaram-se ao contexto de sala de aula para falarem um pouco da sua profissão e lerem um conto e uma agricultora integrou as atividades letivas levando consigo uma galinha e um coelho, originando um diálogo sobre a alimentação, revestimento, locomoção e reprodução dos mesmos. Ambas as atividades constituíram momentos ricos e dinâmicos de aprendizagem, nos quais os alunos se mostraram participativos e interessados.

Para facilitar os processos de ensino e aprendizagem optou-se por diferentes abordagens para que os alunos se sentissem valorizados e interessados. Aos alunos foi sempre dada a oportunidade de partilharem a sua opinião, de mostrarem à turma o modo de resolução das tarefas e os trabalhos artísticos, de partilharem a suas vivências do fim de semana ou outro aspeto que tenha ocorrido durante a semana mas, também, de observarem os seus trabalhos e pesquisas expostos na sala de aula.

[9] Interligando Estudo do Meio, com Português e Expressão Plástica.

A escolha sobre o modo de atuação com os alunos nem sempre se mostrou uma tarefa fácil e, para tal, tornou-se fundamental conhecer bem a turma e cada aluno individualmente; este conhecimento só se tornou possível através da observação (já referida anteriormente), do diálogo com as professoras cooperantes e pela leitura dos planos de turma que, de uma forma bastante acessível davam a conhecer, de um modo geral, a turmas no seu global (apontando aspetos facilitadores e inibidores da aprendizagem) e cada aluno (descrição de cada aluno, apontando as suas potencialidades e as suas dificuldades). Importa ainda salientar que a observação era feita em contexto de sala de aula (maioritariamente) mas, também, no espaço do recreio de modo a obter mais informações sobre cada aluno.

2.2. 2.º Ciclo do Ensino Básico

A mudança de ciclo de ensino acarretou algumas mudanças, não só pela divisão do currículo em disciplinas, como pelo contacto com alunos mais velhos.

Para além da conceção de planificações, preparação e posterior lecionação das aulas, também foi proposto a análise das três turmas (de modo a compreender as razões do insucesso escolar dos alunos) e a dinamização de projetos.

No primeiro projeto a atenção esteve voltada para um aluno que demonstrava grandes dificuldades na disciplina de Matemática e, dada a sua apetência para as tecnologias, foi utilizado o GeoGebra para a consolidação de conceitos associados à Geometria[10]. O segundo projeto já pressupunha uma intervenção ao nível da escola, pelo que se criou, com o auxílio de quatro turmas, uma horta.

A intervenção em Matemática foi bastante desafiante, não só pelos conteúdos a abordar, mas também pelas estratégias a adotar de acordo com as diferentes turmas. A preparação e dinamização de atividades para os alunos teve sempre por base os conhecimentos prévios e os interesses dos mesmos e, desta forma, optou-se por estratégias diversificadas de modo a envolver os alunos.

Tendo por base todo o percurso durante este novo contexto e o contacto com as duas turmas identificam-se aspetos relativos à prestação, que foram alvo de reflexão e trabalho.

Inicialmente, denotou-se alguma insegurança transmitida em relação a alguns conteúdos programáticos, nomeadamente a distinção entre circunferência e círculo e a

[10] Durante as aulas de direção de turma o aluno dirigia-se, juntamente com as professoras estagiárias, para uma sala livre onde resolvia exercícios relacionados com o conteúdo “Figuras geométricas planas”, no computador de uma das mesmas.

proporção. Este facto prejudicou, por vezes, a compreensão de certas respostas ou estratégias dos alunos às tarefas propostas.

Compreendeu-se a necessidade urgente de ter sempre presente todos os conceitos matemáticos pois os mesmos podem surgir através da exploração de uma tarefa ou uma possível dúvida de um aluno. De forma a colmatar este problema, recorreu-se, com bastante frequência, aos professores da unidade curricular e à professora cooperante, de modo a discutir as melhores estratégias para abordar um determinado conceito ou mesmo para se esclarecer alguma dúvida sobre um conceito matemático ou sobre a sua utilidade no quotidiano.

A aplicabilidade dos conceitos matemáticos no quotidiano esteve sempre presente, não só pela sua pertinência, mas também pela curiosidade manifestada pelos alunos, que sempre questionavam o porquê das tarefas propostas. De acordo com o referido, dinamizaram-se atividades que permitissem aos alunos a exploração, por parte dos mesmos, dos conceitos e que tivessem na sua base situações do seu quotidiano, como a utilização do Google Maps, recorrendo às ruas do espaço circundante à escola para o trabalho da posição relativa duas retas no plano (na turma do 5.º ano), onde os alunos tiveram a oportunidade de manipular a ferramenta, e o recurso a receitas para trabalhar as proporções (na turma do 6.º ano).

Sobre o recurso às tecnologias, estas foram utilizadas como um meio de auxílio da explicitação ou de ilustração de conteúdo e tiveram o seu grande foco no 2.º período, pela utilização do GeoGebra para a aprendizagem das transformações geométricas na disciplina de Matemática (6.º ano).

Existiram dificuldades iniciais nas questões que eram colocadas aos alunos, pelo que as mesmas eram pouco incisivas, direcionadas e explícitas. Com o passar do tempo, e com auxílio da professora cooperante, as questões foram aprimoradas e pensadas previamente, aquando da elaboração dos roteiros, que se tornaram fundamentais neste aspeto.

Como pontos fortes da intervenção destaca-se as planificações e materiais produzidos, a circulação pela sala e a relação estabelecida com os demais alunos.

Debruçando a atenção para as aulas de Ciências Naturais, refere-se que estas foram desafiantes e aliciantes. A preparação e a dinamização de cada intervenção teve por base aspetos considerados fulcrais, nomeadamente os conteúdos a abordar, as estratégias a adotar de acordo com as turmas e os recursos à disposição. Assim, adotaram-se estratégias e tarefas diversificadas de modo a envolver os alunos e a prepará-los para diferentes modos de trabalho.

De acordo com as estratégias planeadas e o contacto com as duas turmas do 5.º ano foi possível detetar falhas na prestação e aspetos positivos, os quais merecem destaque.

Como primeiro aspeto a melhorar indica-se a insegurança transmitida, no que se prendeu ao conteúdo das rochas. Esta insegurança foi percetível pela escassa circulação pela sala e a não compreensão de certas intervenções dos alunos.

À semelhança da disciplina de Matemática, também na disciplina de Ciências Naturais houve dificuldades iniciais na formulação das questões colocadas, na medida em que, por vezes, os alunos não alcançavam certos conceitos nem estabeleciam relações entre conteúdos. No entanto, com o passar do tempo e com o auxílio das professoras que acompanharam o percurso, pode-se afirmar que o tipo de questões colocadas foi melhorado, de modo a que os alunos pudessem refletir sobre os conceitos e tecer interligações entre os demais.

A disciplina de Ciências Naturais, por vezes, consegue ser bastante intuitiva para os alunos dado que os conceitos que são trabalhados em contexto de sala de aula rodeiam os alunos no seu quotidiano. Com base neste pressuposto pensou-se sempre em atividades aliciantes e desafiantes que despertassem curiosidade nos alunos.

Paralelamente pode referir-se que foram utilizados materiais, para além dos cedidos pela escola de estágio, presentes na Escola Superior de Educação de Viseu, nomeadamente algum material de laboratório e amostras de mão para a exploração das propriedades das rochas. Verificou-se que os alunos preferiram tarefas em que tivessem um papel ativo na construção do seu próprio conhecimento, manipulando diferentes materiais, onde é possível destacar a atividade sobre os horizontes do solo (em que os alunos acomodaram camadas de diferentes tipos de solo), a pesquisa de informação em textos diversos para o preenchimento de uma ficha de trabalho, a utilização de fotografias do espaço escolar[11] para trabalhar a distinção entre rocha e mineral , a utilização de água e vinagre para a descoberta das propriedades da água e a atividade sobre a purificação da água, em que foi utilizada uma miniatura de uma estação de tratamento de água.

Em relação aos pontos fortes sobre a prestação refere-se a relação estabelecida com os alunos, as planificações e os materiais produzidos.

A relação estabelecida com os alunos foi sempre boa, conseguiu captar-se a atenção dos alunos pelas variações de tom de voz e, sempre que possível, optou-se por momentos dinâmicos de modo a envolver os alunos. Aos mesmos foi sempre dada a

[11] Pelo mau tempo sentido.

oportunidade de partilharem as suas experiências e a darem a sua opinião sobre os demais conceitos que foram trabalhados, de modo a se sentirem valorizados e integrados.

No que concerne à participação dos alunos salienta-se que todos eles eram encorajados a participar, contudo, existia uma parte que não o fazia. Desta forma, os mesmos alunos eram convidados a responder ao solicitado, explicar o seu raciocínio ou a relataram uma situação do quotidiano que fosse pertinente em relação ao conteúdo que estava a ser abordado.

Como modos de trabalho adotados refere-se que estes foram diversificados, desde o trabalho individual, passado pelo trabalho a pares, em pequeno grupo (quatro a cinco elementos) e em grande grupo (toda a turma). Considerou-se pertinente esta diversificação para que os alunos se habituassem a diferentes modos de trabalho para desenvolverem competências como o espírito crítico, a autonomia, a partilha e a comunicação, sendo que, quando se tratava de um trabalho individual, os alunos que terminavam mais rapidamente eram encorajados a auxiliar os que tinham mais dificuldades e quando se tratava de um trabalho em grupo havia sempre um momento de discussão, partilha de ideias e conclusões.

Em relação aos materiais escolhidos, optou-se sempre por utilizar materiais que já se encontravam disponíveis pelas diversas editoras, adaptando os mesmos às duas turmas, visto que se tratavam de turmas heterogéneas e com alguns alunos que necessitavam de adequações nas tarefas. Como ponto alto destaca-se a elaboração de testes de avaliação e consequentes matrizes e critérios de avaliação; a sua elaboração dos mesmos constitui um processo desafiante na medida em que os testes foram aplicados ao nível da escola e porque se teve oportunidade de corrigir os testes de uma das turmas com que se trabalhou. Assim, a maior dificuldade prendeu-se com a recolha de exercícios diversificados que permitissem, aos alunos, a recolha de informação em suportes diferentes (textos, gráficos, imagens, etc.).

Por fim, as aulas lecionadas no âmbito de Ciências Naturais facultaram momentos inesquecíveis de aprendizagem inigualável, auxiliados de momentos de reflexão para o aperfeiçoamento das práticas em contexto de sala de aula.

3. Análise das competências desenvolvidas

3.1. 1.º Ciclo do Ensino Básico

Este estágio proporcionou momentos únicos de reflexão, crescimento (pessoal e profissional) e, essencialmente, de felicidade pela realização e partilha com alunos, com a colega de estágio e com os professores supervisores e cooperante. Refletiu-se sobre as práticas escolhidas e sobre o que é “ser professor”, considerado essencial para compreensão do processo de ensino e o modo como um professor consegue moldar a perceção de um aluno sobre um determinado tema – daí um professor ter de adequar o seu discurso e se manter sempre informado.

Neste percurso também se verificou que as estratégias utilizadas nem sempre foram adequadas a todos os alunos, pelas características distintas dos mesmos, aspeto que teve que ser trabalhado ao longo tempo. A autoconfiança nas tarefas produzidas, nas atividades dinamizadas foi incrementada ao longo do percurso e que as práticas foram, no global, aperfeiçoadas.

Assim, é possível afirmar que este estágio forneceu a oportunidade de crescer, tanto a nível pessoal, como a nível profissional – um processo, por vezes, exigente mas necessário.

As planificações elaboradas ajudaram, em grande medida, a pensar sobre a intervenção, a controlar o tempo (a dispensar para cada atividade) e a antecipar possíveis intervenções dos alunos. Foram encaradas, também, como guião flexível que facilmente poderia ser posto de lado ou adaptado caso houvesse necessidade. Nesta linha abordam-se os roteiros de Matemática, que tinham o mesmo propósito, afirmando que estes foram essenciais para o melhoramento das práticas e da reflexão sobre as mesmas.

Para finalizar, relata-se a única dificuldade sentida com a colega de estágio, pelos diferentes ritmos de trabalho e traços de personalidade. No entanto, conseguiu-se aproveitar o melhor de cada uma e a adequar os ritmos de trabalho para um trabalho de grupo profícuo.

Com ambas as turmas se aprenderam valiosas lições, onde se destaca a adequação das estratégias de ensino aos alunos em questão, a articulação dos conteúdos aos objetivos a atingir e a importância da reutilização de materiais, nomeadamente dos que se encontram disponíveis nas salas de aula. Esta adequação torna o papel de um professor complexo e exigente, na medida em que este tem que ter em consideração diversos fatores, concebendo estratégias de ensino que promovam aprendizagens em todos os alunos; esta perspetiva encontra-se presente no Decreto-

Lei n.º 241/2001, que enuncia que um professor "desenvolve o respectivo currículo, no contexto de uma escola inclusiva, mobilizando e integrando os conhecimentos científicos das áreas que o fundamentam e as competências necessárias à promoção da aprendizagem dos alunos" (p. 5574).

De modo a promover aprendizagens significativas nos discentes, o professor deve ainda encarar o processo de ensino e a aprendizagem como algo inconstante que deve ser aliado à observação e à reflexão constantes, que se transcrevem como práticas essenciais no processo de ensino de modo a que se promovam atividades motivadoras e desafiantes. A reflexão permite a um indivíduo, na perspetiva de Oliveira e Serrazina (2002), pensar a sua prática e rever acontecimentos, para melhorar a sua conduta, adaptando-a ao contexto onde intervém para a obtenção de melhores resultados.

Neste percurso a reflexão foi vista como um instrumento essencial, partilhada com a colega de estágio, as docentes cooperantes e os docentes supervisores que incansavelmente questionavam o "porquê" das decisões tomadas, contribuindo para a articulação entre todos os fatores e intervenientes no processo de ensino de modo a atingir uma visão global e articulada do contexto.

Afirma-se, também, a importância do trabalho colaborativo, interligado com a reflexão constante. Durantes os dois semestres tornou-se evidente que a troca de ideias contribuía para a dinamização de atividades mais estimulantes e permitia a obtenção de um olhar mais crítico e alargado sobre os contextos e acontecimentos. Afirma-se, desta forma, que a maior parte dos materiais concebidos foram pensados com a colega de estágio e com os respetivos docentes já mencionados, tendo em consideração os alunos e os objetivos a atingir.

Ao longo das intervenções também se tornou evidente a necessidade de ter em conta investigações atualizadas dado que se vive numa era tecnológica em que as informações (quer estejam corretas ou incorretas) se encontram à disposição de todos mas, também, porque o conhecimento é algo instável e incompleto que se aprimora a cada investigação.

Aliada à investigação surge a formação profissional autónoma. Ao longo deste percurso procurou participar-se em diversos eventos e frequentar ações de formação relacionadas com a área da docência para a construção de competências e conhecimentos, paralelos aos que era possível obter durante a frequência no mestrado em Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico e de Matemática e Ciências Naturais no 2.º Ciclo do Ensino Básico. Constata-se ainda que a formação contínua se torna pertinente dada a crescente globalização e mutação da sociedade, permitindo momentos de reflexão e de crescimento profissional.

Entre sessões frequentadas destacam-se as seguintes: participação na organização e dinamização do concurso Mentes Brilhantes (três edições), acolhimento e envolvimento de crianças em atividades matemáticas em duas sessões do IPV em Férias, duas formações de primeiros socorros para crianças, um serviço de voluntariado numa Instituição que acolhe crianças, dois seminários onde se discutiu a relação escola-família e comunidade, duas participações especiais nos Jardins Efémeros de Viseu (ateliers para as crianças explorarem), a participação no projeto Dão Petiz, em que se assumiu o papel de monitor e ações de formação no âmbito das áreas disciplinares de Português e Matemática promovida pela Porto Editora. Estas sessões compreenderam momentos ricos de aprendizagem para a valorização da prática profissional e a reflexão sobre as práticas.

Relativamente à prática, durante o período de intervenção, a articulação entre as demais áreas tornou-se, por vezes, bastante difícil, privilegiando-se sempre partir dos conhecimentos prévios dos alunos para a construção de novos conhecimentos. Além disso adaptaram-se as estratégias aos diferentes alunos, tornando-se esta também uma tarefa bastante complexa, contudo, tentou dar-se apoio individualizado, sempre que era possível e necessário, aos alunos que demonstravam algumas dificuldades ou, então, pedia-se a um outro aluno (com mais capacidades) que o auxiliasse nas tarefas, criando um clima de entreajuda. O conhecimento, que deve ser criado pelo aluno (em que o professor se torna um facilitador do processo), deve surgir ligado a contextos do quotidiano para que faça sentido para o discente.

Como modo de avaliação das aprendizagens recorreu-se à observação de comportamentos e posturas dos alunos, à análise de seus registos e à audição das suas intervenções. A escolha do tipo de intervenção variou conforme a tarefa proposta e o conhecimento prévio que se tinha sobre os alunos, para a construção de uma perceção mais completa sobre cada aluno.

Intimamente ligado às intervenções esteve todo o trabalho prévio de conceção de materiais, que incluiu planificações e roteiros. No geral, constata-se que as planificações sofreram o caminho mais sinuoso dado que as dificuldades se reportavam, inicialmente, à definição dos objetivos para as diferentes atividades e à estipulação do tempo necessário para as mesmas. No entanto, com o passar das intervenções em contexto de sala de aula e das reflexões com os docentes supervisores essas mesmas dificuldades foram atenuadas, conseguindo-se elaborar planificações sem nada a apontar. Ainda sobre as mesmas salienta-se que a sua elaboração, para além de ter em consideração os alunos, tinha em vista os conteúdos e objetivos traçados pelas docentes cooperantes e o plano de turma (de modo a colmatar as reais dificuldades dos alunos).

Os roteiros de Matemática, inicialmente, não foram recebidos da melhor forma, pelo trabalho de conceção que os mesmos requeriam. Com o passar do tempo verificou-se que os mesmos comtemplavam um momento prévio de reflexão sobre as atividades escolhidas e de todo o processo, desde as questões a colocar aos alunos às possíveis respostas e intervenções dos discentes, daí a sua importância.

Estes dois instrumentos, acima descritos, revelaram-se elementos essenciais para a dinamização dos processos de ensino e aprendizagem; por vezes os mesmos sofriam mudanças aquando a sua implementação de modo a adequar os processos de ensino à aprendizagem dos alunos.

Por outro lado, a par das planificações e dos roteiros, encontra-se todo o material recolhido e elaborado e a dinamização de atividades diversificadas e dinâmicas. Tentou tirar-se partido das potencialidades das turmas, elaborando os próprios materiais, para mais tarde serem explorados, mas também fazendo uma recolha (pela professora estagiária e pelos alunos) de objetos do quotidiano para que a aprendizagem se tornasse mais significativa.

A exploração e consolidação dos conceitos, pelos alunos, nem sempre foi feita através de fichas, destacando-se jogos, atividades de exploração e atividades ao ar livre. As atividades ao ar livre eram feitas sempre que era possível, a disposição da sala mudava consoante a natureza do trabalho a realizar (individual, a partes ou em pequenos grupos), não descurando as atividades que foram realizadas fora do contexto de sala de aula (como ginásio, polivalente ou outras salas com maiores dimensões).

No que concerne às intervenções indica-se que as primeiras foram acompanhadas por um nervosismo característico que, com o passar do tempo, foi atenuando. No geral, as dificuldades prenderam-se com a adequação do discurso ao nível de maturação dos alunos e à circulação pela sala, sendo que estes aspetos foram trabalhados ao longo dos dias, até se conseguir uma postura o mais correta possível. A par do referido, surgiu sempre um receio sobre o modo de atuação conduzindo sempre a questões do tipo: *será o mais adequado?* ou *estará a surtir efeito?*. Estas questões decorriam do facto de termos consciência de que a aprendizagem depende, sobretudo, do modo como o professor ensina.

Através do diálogo com a professora cooperante e alguns docentes da ESEV, compreendeu-se a importância da utilização dos reforços, tanto positivos, como negativos. Os reforços positivos constituíam um bom instrumento no processo de aprendizagem dos alunos visto que estes conseguem ter a perceção imediata sobre o seu desempenho.

Ainda durante este percurso destacam-se duas intervenções especiais: a participação na dinamização de duas festas (uma em cada contexto descrito) e a dinamização do espaço de recreio (no 2.º contexto). Em relação às festas, foram criadas, com os alunos, pequenas apresentações simbólicas para a festa de Natal (com a turma do 1.º ano) e a festa de final de ano (com a turma do 2.º ano). Como já foi referido, para a festa de Natal foi escrita pelas professoras estagiárias uma letra para o instrumental "Jingle bell" e criada, com o auxílio dos alunos, uma pequena coreografia para acompanhar, que os alunos orgulhosamente apresentaram à comunidade educativa; para a festa final, foi criada, também com o auxílio dos alunos, uma coreografia para a música "Não te encostes à parreira", sendo que esta também foi apresentada à comunidade educativa. Já no que se refere à dinamização do espaço de recreio, é de referir que a mesma decorreu no segundo contexto em que os alunos foram convidados a jogar ao jogo do estica; estes defrontaram-se com algumas dificuldades iniciais, ao nível da compreensão das regras do jogo e obstruíam, frequentemente, espaço do mesmo, na medida em que não deixavam os colegas jogar à vontade, visto que queriam observar tudo o que se estava a passar. Apesar disso, os alunos conseguiram efetuar toda a atividade, sem grandes intervenções das professoras estagiárias, cooperar entre si no cumprimento das regras e auxiliaram-se para o bom funcionamento da dinâmica promovida.

De um modo geral, considera-se que a experiência nos dois contextos correu bastante bem e constata-se um claro amadurecimento ao longo das intervenções onde se evidencia a adequação do discurso aos alunos com que se trabalhou, a conceção de diferentes materiais e estratégias, um crescente domínio dos diferentes conteúdos e a articulação entre as diferentes áreas disciplinares. Tendo por base tudo o exposto e refletido considera-se que o ano culminou numa experiência bastante enriquecedora acompanhada por um sentimento de realização e satisfação.

3.2. 2.º Ciclo do Ensino Básico

Ao longo deste percurso compreendeu-se o modo como se devem perspetivar as aulas, tendo por base as planificações e os roteiros. As planificações, por vezes, não foram cumpridas por má gestão do tempo ou porque surgiram questões pertinentes, por parte dos alunos, que fizeram com que o decurso da aula se alterasse, com isto aprendeu-se a lidar, de uma forma mais natural, com as mudanças repentinas dado que nem todas as situações podem ser previstas. Paralelamente são referidos os roteiros, com os mesmos se pôde refletir sobre o modo de atuação, pensar num conjunto de questões pertinentes, prever possíveis resoluções dos alunos às demais tarefas e as duas dificuldades.

Durante as intervenções verificou-se a pertinência da circulação entre os alunos de modo a verificar os registos dos mesmos, para o incentivo à resolução das tarefas, mas também para dar um acompanhamento pontual individual a determinados alunos que apresentavam mais dificuldades. A observação dos comportamentos dos alunos, a audição das suas intervenções e a verificação dos seus registos converteram-se em ferramentas imprescindíveis para melhorar as práticas pessoais e a detetar dificuldades dos alunos.

Aos alunos foi sempre dada a oportunidade de intervir e de partilhar a sua opinião de modo a se sentirem valorizados, mas também se acrescenta que os alunos que terminavam as tarefas mais rapidamente eram convidados a auxiliar um colega que apresentasse mais dificuldades.

Em relação às estratégias adotadas, recorreu-se a estratégias diversificadas. Os alunos tiveram a oportunidade de resolver tarefas individualmente, a pares, em pequenos grupos (3 a 4 elementos) e em grande grupo (toda a turma) para que se habituassem a diferentes modos de trabalho e, através da observação, verificou-se que os alunos das duas turmas preferiam trabalhar a pares ou em pequenos grupos. O trabalho de grupo tomou um papel importante para o desenvolvimento de competências, tais como a comunicação, a interação e a partilha, sendo que estas estas foram reforçadas nos momentos de discussão.

É importante salientar que a escolha dos materiais e estratégias a utilizar teve em consideração, durante todo o meu percurso, a observação dos comportamentos dos alunos e a audição das suas intervenções, de modo a compreender as suas preferências e reais dificuldades.

Por outro lado, no que se refere às tecnologias, estas foram utilizadas como um meio de auxílio da explicitação ou de ilustração de conteúdos, na maior parte das intervenções, mas também serviram de suporte para a aprendizagem de conceitos matemáticos[12]. Os alunos têm uma postura mais ativa em contexto de sala de aula quando estão envolvidos nas atividades propostas, sendo que a utilização das

[12] Aquando da utilização do GeoGebra, para a aprendizagem dos conceitos relacionados com as transformações geométricas, os alunos tiveram a oportunidade de manipular a mesma ferramenta.

tecnologias deve surgir neste contexto pois estas estão cada vez mais presentes no quotidiano dos alunos.

Intimamente ligado às intervenções esteve todo o trabalho prévio de conceção de materiais e planificações. Durante este percurso encontraram-se mais dificuldades na conceção de materiais do que na construção das planificações, as últimas nem sempre foram cumpridas dado que as aulas são um espaço dinâmico pouco previsível e em que podemos ser surpreendidos com questões, pertinentes ou não. Aprendeu-se a lidar com naturalidade e calma perante os imprevistos e a perspetivar as planificações como um apoio e um guião que pode sofrer alterações, não deixando de ser um instrumento importante que auxiliou a reflexão sobre a prática e sobre possíveis questões a colocar aos alunos.

Parte II - Trabalho de investigação

Introdução

Uma análise ao currículo do ensino básico leva-nos a concluir que a matemática é uma área basilar na formação dos alunos, área essa que culmina num conjunto de conhecimentos estruturados e articulados entre si.

A matemática é fundamental na formação de um aluno na medida em que o prepara para a sociedade, tornando-o matematicamente competente (Abrantes *et al.*, 1999); esta competência agrega todas "as atitudes, as capacidades e os conhecimentos relativos à matemática que, de forma integrada, todos devem desenvolver e ser capazes de usar" (ibidem, p. 11), para tal, deve ser promovida a "estruturação do pensamento, a análise do mundo natural e a interpretação da sociedade" (Bivar *et al*., 2013, p. 2).

Esta área, com especial ênfase na geometria, pode ser retratada como um catalisador das aprendizagens dos alunos, em relação ao espaço em que estas se movimentam e envolvem, ativamente, no que os rodeia – daí a pertinência do mesmo domínio no currículo de Matemática (Abrantes *et al*., 1999; NCTM, 2008).

Nesta linha, as transformações geométricas, que se encontram integradas no domínio da Geometria, também se revestem de um conjunto de potencialidades que não devem ser deixadas passar despercebidas. Contudo, a sua abordagem, segundo Bastos (2007), tem sido muito focada na utilização de exercícios e problemas que não dão espaço suficiente para a manipulação por parte dos alunos, surgindo a necessidade de serem criados espaços específicos para o seu trabalho e exploração com recurso, neste caso específico, a AGD.

Desta forma, considera-se pertinente e apelativa a utilização dos AGD dado que "através da utilização de (…) programas informáticos de geometria dinâmica, os alunos poderão envolver-se activamente com conceitos geométricos" (NCTM, 2008, p. 44) e fazer descobertas, de forma autónoma, construindo o seu próprio conhecimento (Keyton, 2003).

De acordo com o seguinte problema: *Em que medida o recurso a um AGD, num contexto de análise de situações do quotidiano, contribui para a promoção de aprendizagens significativas de conceitos associados a transformações geométricas em alunos do 2.º Ciclo do Ensino Básico?*, o presente trabalho de investigação estrutura-se em quatro partes.

Na primeira parte encontra-se a *Revisão da literatura* sobre a geometria, o currículo de Matemática, ambientes de geometria dinâmica, onde se destaca o

GeoGebra, e outros conceitos relevantes, onde são apresentadas perspetivas de diferentes autores.

A segunda parte é dedicada à explicitação da *Metodologia* utilizada para obtenção de resultados, desde a definição do problemas e objetivos, à caracterização dos participantes e procedimento.

A terceira parte, a *Apresentação e análise dos dados*, tal como o nome sugere, compreende os dados obtidos e uma análise aos mesmos, pelo que na quarta, e última parte, surge a *Discussão dos dados,* tendo em consideração o afirmado pelos diversos autores citados na revisão da literatura, de modo a dar resposta ao problema enunciado.

1. Revisão da literatura

1.1. Geometria no currículo

1.1.1. Evolução

A aprendizagem da matemática "é um direito básico de todas as pessoas" (Abrantes *et al.*, 1999, p. 15), não só pela sua utilidade e variedade de aplicações (Davis & Hersh, 1995; Matos & Serrazina, 1996) mas também pelo desenvolvimento do raciocínio matemático e de capacidades diversas (ligadas à geometria, e não só) onde se destaca a capacidade de visualização, construção e manipulação de objetos geométricos, verbalização e aplicação de conhecimentos geométricos em situações diversas.

Morais (2011) refere-se à matemática como uma ciência com alguma flexibilidade tanto no processo de ensino e aprendizagem como na sua aplicação pois "pode ser ensinada, aprendida e utilizada em qualquer lugar onde o ser humano se encontre" (p. 281), utilizada para a interpretação e compreensão do quotidiano (D'Ambrosio, 2008; Boavida *et al.*, 2008; NCTM, 2008; Alsina, 2009; Morais, 2011; Giménez, 2011).

Para Palhares (2004), Ponte *et al.* (2007), NCTM (2008), Breda *et al.* (2011) e Maia (2014), entre outros autores de referência, a matemática tem um papel essencial na formação de qualquer indivíduo mas, nem sempre ocupou um lugar de destaque nos documentos orientadores publicados pelas entidades com responsabilidade na matéria, onde se destaca o currículo. O mais recente documento orientador para o ensino e aprendizagem da matemática: *Programa e Metas Curriculares Matemática Ensino Básico* (Bivar *et al*., 2013) prevê, entre outros, que a matemática contribua para "a estruturação do pensamento, a análise do mundo natural e a interpretação da sociedade" (p. 2) pelos alunos, encontrando-se organizado em diferentes domínios de conteúdo: *Números e Operações*, *Geometria e Medida*, *Organização e Tratamento de Dados* e *Álgebra*.

No que diz respeito à geometria, afirma-se que esta se debruça "sobre as medidas do espaço" (Davis & Hersh, 1995, p. 25) e que a sua definição também "deve contemplar a descrição de relações e de raciocínios, a construção de justificações e de demonstrações" (Fonseca, 2004, p. 251). Apesar de Fonseca (2004) afirmar que "a geometria é um dos ramos mais antigos da matemática […] [pois] na arte pré-histórica […] [foi possível encontrar] círculos, rectângulos, triângulos" (p. 251), Oliveira (1995) e Ribeiro (2005) mostram-se convencidos que a sua origem poderá ser atribuída aos egípcios, pela atividade agrícola praticada, através da "agrimensura ou medição de terrenos” (Oliveira, 1995, p. 21), constatando-se que “o termo ‘geometria’ deriva do grego *geometrein*, que significa medição da terra (*geo* = terra, *metrein* = medir)” (ibidem).

Outro contributo importante surgiu na Grécia (Oliveira, 1995; Ribeiro, 2005) onde “os problemas práticos relacionados com as necessidades de cálculos aritméticos, de medidas geométricas e de construções […] [desempenharam] um papel importante” (Ribeiro, 2005, p. 99) no desenvolvimento da geometria. Pensa-se que foi através do trabalho iniciado por Tales de Mileto (624-547 a.C.) que a geometria passou a ser encarada como uma teoria dedutiva, e que este trabalho de sistematização da mesma ocorreu por meio de Pitágoras (572-497 a.C.) e seus seguidores, séculos depois (Oliveira, 1995; Ribeiro, 2005); a escola pitagórica, surgida na época, tinha em vista “um processo de compilação dos factos matemáticos abstractos, […] [onde estes eram] analisados sob o ponto de vista teórico que, por um processo de abstracção e sistematização, […] [conduzia] a um aperfeiçoamento da demonstração geométrica” (Ribeiro, 1995, p. 100).

Por fim, importa destacar o trabalho desenvolvido por Platão e Euclides na afirmação da importância da demonstração na geometria. Destaca-se, no entanto, o tratado *Elementos* redigido por Euclides de Alexandria (323-285 a. C.) onde foi sistematizado todo o conhecimento geométrico conhecido até ao momento (Davis & Hersh, 1995; Oliveira, 1995; Fonseca, 2004, Ribeiro, 2005); sendo a geometria encarada como

> ciência dedutiva […] [em que se deveria partir] de um número de ideias elementares tidas como óbvias, e tendo por base algumas regras bem definidas de manipulação lógica e matemática, a geometria euclidiana desenvolve uma estrutura de deduções de crescente complexidade” (Davis & Hersh, 1995, p. 26).

Em termos históricos e no contexto do ensino da matemática, denota-se que o domínio da Geometria “tem sido ao longo dos tempos um dos assuntos menos trabalhados no ensino básico” (Loureiro, 2007, p. 25), sendo que esta perspetiva também é sustentada por outros autores como, por exemplo, Abrantes *et al.* (1999), Rodrigues e Bernardo (2011) e por Breda *et al.* (2011). Contudo, estes mesmos autores indicam que esta tendência tem vindo a ser contrariada pelas potencialidades associadas a este domínio, nomeadamente na criação de um contexto propício para a aquisição e desenvolvimento da comunicação matemática, na articulação entre os diferentes domínios e no desenvolvimento do sentido espacial (Breda *et al.*, 2011). Para além disso, está associada à geometria

> uma linguagem que nos permite elaborar uma compreensão e representação desse mundo, e um instrumento que proporciona formas de agir sobre ele para resolver problemas que se nos deparam e de prever e controlar os resultados da acção que realizarmos (Ponte *et al.,* 2007, p. 2).

1.1.2. Presença da geometria nos programas de matemática em Portugal no ensino básico

Efetuando uma análise a alguns dos programas de matemática elaborados denota-se o modo como o ensino da geometria foi encarado ao longo dos tempos.

Verifica-se que em meados dos anos 60 do século XX viveu-se a reforma da Matemática Moderna que tinha como propósito a reestruturação do currículo de matemática (Matos & Serrazina, 1996; Rodrigues & Bernardo, 2011). Através desta houve "uma tentativa de algebrização da Geometria, levando ao seu quase desaparecimento no currículo da Matemática" (Rodrigues & Bernardo, 2011, p. 339).

A reafirmação da geometria ter-se-á iniciado a partir dos anos 90 (Rodrigues & Bernardo, 2011) impulsionada pelo congresso da International Commission on Mathematics Instruction, em 1972. Este congresso ficou reconhecido por se sobrepor ao movimento da Matemática Moderna em vários aspetos onde se destaca a resolução de problemas, a ligação da matemática com a vida real e a utilização de materiais diversos na exploração de conceitos matemáticos (nomeadamente a calculadora e, mais tarde, na década de 80, o computador) (Matos & Serrazina, 1996).

Matos & Serrazina (1996), sobre a reforma da Matemática Moderna, salientam que, internacionalmente, "desde cedo […] se começou a questionar a [sua] validade" (p. 21) e, a partir da década de 70, assistiu-se à sua condenação (Matos & Serrazina, 1996; Canavarro, 2003).

Em Portugal, Ponte (2003) indica que o Seminário de Vila Nova de Milfontes (1988), organizado pela Associação de Professores de Matemática (APM), apelou à reflexão curricular e que, para tal, teve em consideração, entre outros, os seguintes documentos: *Experiência matemática* de Philip Davis e Reuben Hersh (1995) e as *Normas* do NCTM (1991). Desse mesmo encontro evidenciou-se que os alunos deveriam ter uma experiência matemática genuína e que as novas tecnologias deveriam fazer parte da mesma, assim, surgiram três propostas que a concretização do enunciado previamente:

> (i) valorizar objectivos curriculares referentes a capacidades (resolução de problemas e raciocínio matemático) e atitudes positivas em relação à Matemática; (ii) dar prioridade, na sala de aula, a tarefas ricas e desafiantes, envolvendo resolução de problemas, explorações matemáticas, raciocínio e comunicação; (iii) encarar o programa e os manuais como instrumentos de trabalho e não como prescrições a seguir cegamente (Ponte, 2003, p. 8).

Tendo em consideração as três propostas e os objetivos a atingir denota-se uma postura diferente, em relação ao ensino da Matemática, até então. Começou a valorizar-se o desenvolvimento das capacidades dos alunos, aliado à importância da aplicação de tarefas diversificadas, bem como, a pertinência dos conteúdos matemáticos no quotidiano dos alunos. Os programas deixaram de ser, apenas, uma listagem dos conteúdos a abordar e passaram a ter algumas indicações de como esses mesmos conteúdos poderiam ser dinamizados em contexto de sala de aula.

Os novos programas de 1990 (para o 1.º CEB) e 1991 (para o 2.º CEB) apresentaram, ao nível da matemática, novos conteúdos a abordar, onde se destaca o surgimento das transformações geométricas.

O Despacho n.º 139/ME/90 de 16 de agosto, confirmou a existência de um novo programa para o 1.º CEB, *Organização Curricular e Programas: Ensino Básico – 1.º Ciclo*, no qual a área disciplinar de Matemática se encontra dividido em três blocos: *Bloco 1 – Números e Operações*, *Bloco 2 – Forma e Espaço (Iniciação à geometria)* e *Bloco 3 – Grandeza e Medidas*. Nos objetivos gerais, é possível evidenciar, a pertinência da inclusão de situações do quotidiano em contexto de sala de aula, aplicando noções da geometria (Departamento da Educação Básica, 1998a). Assim os problemas, considerados como a "actividade fundamental" (ibidem, p. 173) da matemática, deveriam partir de situações do quotidiano para uma aprendizagem mais profícua visto que

> só há aprendizagem quando a criança reage dinamicamente a uma questão que suscite o seu interesse e responda à sua curiosidade […] [nomeadamente se esta se relacionar] com a sua vida na escola ou […] [se resultar] da abertura desta à comunidade (ibidem, p. 174).

No *Bloco 2 – Forma e Espaço (Iniciação à geometria)* é possível listar os seguintes conteúdos[13] ligados às transformações geométricas:

[13] Retirados da segunda edição o programa do 1.º CEB de 1990: *Organização Curricular e Programas: Ensino Básico – 1.º Ciclo* (1998a)

Ano de escolaridade	Conteúdos
1.º ano	“Explorar simetrias utilizando livremente espelhos” (p. 187); “Construir figuras simétricas através de dobragens e recortes” (p. 188).
2.º ano	“Fazer desenhos decorativos: frisos em papel quadriculado; rosáceas contornando a base circular de um objecto” (ibidem); “Desenhar figuras simétricas, em papel quadriculado, escolhendo um eixo de simetria” (ibidem).
3.º ano	“Desenhar frisos e rosáceas” (p. 189); “Desenhar, em papel quadriculado, a figura simétrica de uma figura em relação a um eixo horizontal” (ibidem).
4.º ano	“Desenhar frisos e rosáceas” (p. 190); “Fazer uma composição uma composição a partir de um dado padrão” (ibidem).

Como material de apoio à exploração destes conteúdos, o Departamento da Educação Básica (1998a) sugeriu, para além do possível material disponível numa sala de aula, o próprio corpo, jogos, material estruturado e não estruturado, e o computador, nomeadamente a linguagem Logo.

Verifica-se que os conteúdos remetem, essencialmente, para a simetria axial e simetria rotacional, onde é feita uma pequena alusão ao modo de trabalho dos conteúdos referidos.

No ano seguinte foi elaborado o programa do 2.º CEB e publicado pelo Despacho n.º 124/ME/91 de 31 de julho. Neste documento a matemática surge dividida por temas: *Geometria*, *Números e cálculo*, *Estatística* e *Proporcionalidade*. Neste mesmo programa a Geometria começa por ser descrita como “um ramo privilegiado da Matemática, estreitamente ligado à realidade envolvente onde encontra numerosas concretizações acessíveis ao aluno” (Direcção-Geral dos Ensinos Básico e Secundário, 1991a, p. 148).

A valorização da Geometria, iniciada pela comunidade académica e científica, foi retomada pela Direcção-Geral dos Ensinos Básico e Secundário (DGEBS) (1991a), não só pela enunciação das competências que os alunos poderiam desenvolver e sua pertinência na “interpretação e intervenção no real” (p. 151). Há semelhança do programa para o 1.º CEB de 1990, também há a recomendação do recurso à manipulação de materiais, no entanto há um apelo para a utilização, sempre que seja possível, do computador (DGEBS, 1991a).

A DGEBS (1991b) expressa o peso relativo que é atribuído à Geometria no conjunto dos quatro temas (cerca de 43%), sendo percetível que este tema detém o maior setor circular (figura 1).

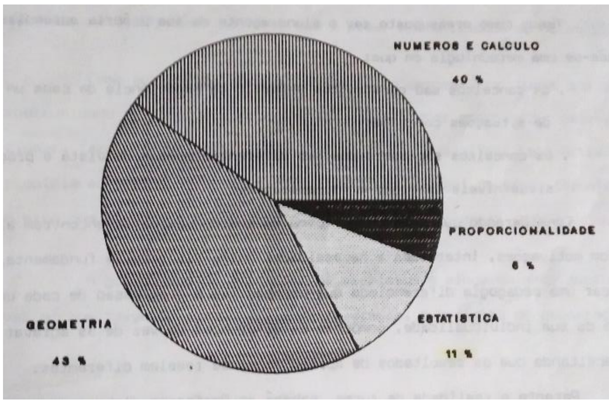
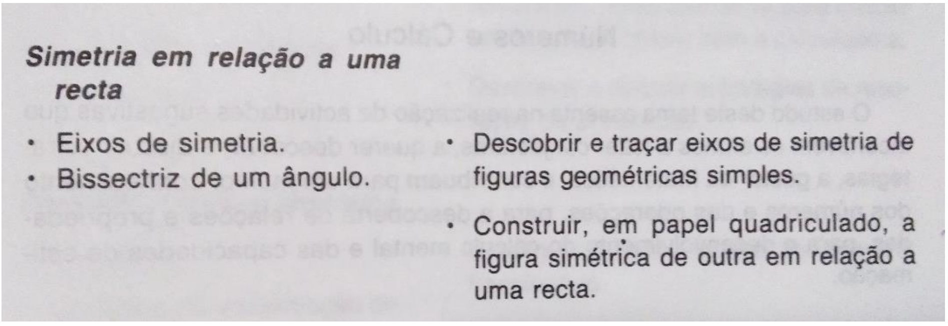


Figura 1 - Peso relativo dos conteúdos temáticos (Direcção-Geral dos Ensinos Básico e Secundário, 1991b, p. 13)

Quando se volta a atenção para as transformações geométricas, denota-se que os conteúdos previstos para o 2.º CEB são a "Simetria em relação a uma recta" e, a partir deste tópico, se verifica que, também para o 2.º CEB, os conteúdos se encontram em torno da simetria axial incluindo, agora, a bissetriz de um ângulo (figura 2).



Simetria em relação a uma recta

• Eixos de simetria. • Bissectriz de um ângulo.	• Descobrir e traçar eixos de simetria de figuras geométricas simples. • Construir, em papel quadriculado, a figura simétrica de outra em relação a uma recta.

Figura 2 - Conteúdos para o 2.º CEB (Direcção-Geral dos Ensinos Básico e Secundário, 1991a, p. 157)

O modo de operacionalização dos conteúdos propostos pela DGEBS (1991a), para além do proposto na segunda coluna da figura 2, passa também pela construção de triângulos isósceles ou mesmos de losangos, e o desenho de "figuras com 1, 2, ou mais, eixos de simetria" (Departamento da Educação Básica, 1998b, p. 36).

Em 2007 foi dado a conhecer o *Programa de Matemática do Ensino Básico,* resultante de um "reajustamento do *Programa de Matemática* para o ensino básico, datado do início dos anos noventa (1990 para o 1.º ciclo e *1991* para o 2.º e 3.º ciclos)" (Ponte *et al.*, 2007, p. 1). Ponte e Serrazina (2009) comparam o mesmo com os redigidos entre 1990/1991, ao afirmarem que "a Geometria surge numa perspectiva de desenvolvimento do sentido espacial, dando ênfase à visualização, às transformações geométricas e à demonstração" (p. 3).

Neste mesmo programa os contextos do quotidiano são valorizados em que o Ponte *et al.* (2007) se reporta para os "trabalhos de arte decorativa (azulejos, bordados e tapetes)” como contextos que poderiam despertar interesse nos alunos para o trabalho de simetrias e pavimentações. De modo a auxiliar este trabalho os autores anteriormente citados também propuseram, para além da utilização de “réguas, esquadros, metros articulados, fitas métricas, balanças, recipientes graduados e relógios” (p. 21), a utilização do computador, nomeadamente applets “pequenos programas ou aplicações disponíveis na Internet” (ibidem) e outros jogos interativos.

As transformações geométricas encontram-se presentes neste programa, sendo que é possível encontrar, pela primeira vez, o termo *Reflexão* nos tópicos relativos ao 1.º e ao 2.º anos, onde os alunos deveriam ser incentivados a identificar “simetrias axiais no meio natural e físico” (ibidem, p. 22). No que concerne aos conteúdos do 3.º e 4.º anos, dando continuidade aos dois anos anteriores, os professores poderiam “propor a exploração de frisos identificando simetrias, de translação, reflexão, reflexão deslizante e rotação (meia-volta)” (ibidem, p. 23).

No 2.º CEB, a simetria é considerada como um conceito-chave na Geometria, sendo passível de ser utilizada na resolução de problemas (ibidem). É importante também evidenciar a importância dada às isometrias por estas

> permitirem desenvolver nos alunos o conceito de congruência (figuras congruentes relacionam-se entre si através de reflexões, rotações, translações ou reflexões deslizantes) (…) [mas também pelo facto deste] tipo de transformações (…) [permitir] a exploração, construção e classificação de frisos e rosáceas (ibidem, p. 37)

Como último programa divulgado no âmbito da Matemática tem-se o *Programa e Metas Curriculares: Matemática – Ensino Básico* de 2013. Nesse mesmo programa denota-se um retrocesso no ensino das transformações geométricas na medida em que os conteúdos foram reduzidos.

No 1.º CEB, as transformações geométricas apenas se tornam visíveis no 3.º ano pela “identificação de eixos de simetria em figuras planas” (Bivar *et al*., 2013, p. 11), no 2.º CEB, as mesmas encontram-se no 6.º ano no conteúdo *Isometrias do plano* do domínio *Geometria e Medida* (figura 3).

Isometrias do plano

- Reflexão central como isometria; invariância da amplitude de ângulo;
- Mediatriz de um segmento de reta; construção da mediatriz utilizando régua e compasso;
- Reflexão axial como isometria; invariância da amplitude de ângulo; eixos de simetria; a bissetriz de um ângulo como eixo de simetria;
- Rotação de sentido positivo ou negativo como isometria; invariância da amplitude de ângulo;
- Imagem de um segmento de reta por uma isometria;
- Construção de imagens de figuras planas por reflexões centrais e axiais e por rotações;
- Simetrias de rotação e de reflexão;
- Problemas envolvendo as propriedades das isometrias e utilizando raciocínio dedutivo;
- Problemas envolvendo figuras com simetrias de rotação e de reflexão axial.

Figura 3 - Conteúdos relativos às isometrias do plano, do 6.º ano do 2.º CEB (Bivar et al., 2013, p.18)

No que concerne ao material a utilizar para a exploração dos diversos conceitos são enunciados instrumentos de medida como a “régua, esquadro, compasso e transferidor” (ibidem, p. 14), mas também se referem a programas de geometria dinâmica, apesar de não especificarem quais, para que os alunos “adquiram destreza na execução de construções rigorosas e reconheçam alguns dos resultados matemáticos por detrás dos diferentes procedimentos” (ibidem).

Resumo

A Geometria, uma das áreas do conhecimento humano mais antigas, nem sempre teve o merecido reconhecimento ao nível das preocupações legislativas que norteiam os programas curriculares, sendo deixada, quase sempre para segundo plano.

Esta falta de reconhecimento foi-se traduzindo nos programas de Matemática redigidos ao longo do tempo. Contudo através de movimentos como o segundo congresso da International Commission on Mathematics Instruction (1972) e o Seminário de Vila Nova de Milfontes (1988), a Geometria deixou de ser associada a trabalhos manuais/desenhos e à álgebra. Destes movimentos surgiu uma revisão aos programas de Matemática onde, para além dos conteúdos, a preocupação se começou a voltar para a diversificação de tarefas, tarefas estas que incluíssem em consideração o quotidiano dos alunos e o uso do computador.

Com a crescente valorização da Geometria, denota-se o aparecimento de conteúdos associados às transformações geométricas, a partir do programa de 2007, onde são enumerados contextos diversos para a exploração dos conceitos ligados às transformações geométricas e materiais didáticos, onde se destaca o computador.

1.1.3. Pertinência

Já em 1996, Matos e Serrazina se debruçaram sobre as competências que poderiam ser desenvolvidas através da aprendizagem da Geometria: capacidade de visualização, a capacidade de construção e manipulação de objetos geométricos, capacidade de verbalização e a capacidade de aplicação dos conhecimentos geométricos em situações diversas. É possível verificar que "a geometria proporciona um contexto rico para o desenvolvimento do raciocínio matemático, incluindo o raciocínio indutivo e dedutivo, através da formulação e validação de conjeturas, e da classificação e definição de objetos geométricos" (NCTM, 2008, p. 275), constituindo também um contexto propício à unificação da matemática e para o estabelecimento de conexões entre diversos conteúdos.

Sobre a capacidade de visualização Matos e Serrazina (1996) indicam que se trata de um "conjunto de capacidades relacionadas com a forma como os alunos percepcionam o mundo que os rodeia e a sua capacidade de interpretar, modificar e antecipar transformações dos objectos" (p. 270), podendo esta ser desenvolvida, inicialmente, pela "construção e manipulação de representações concretas, utilizando materiais manipuláveis e posteriormente pela representação mental de formas, relações e transformações" (Breda *et al.*, 2011, p. 10). Esta capacidade remonta-nos, desta forma, para a capacidade seguinte, a capacidade de construção e manipulação de objetos geométricos que, para além do uso de materiais manipuláveis referidos anteriormente, surge também a possibilidade da utilização do computador para a obtenção de construções (Matos & Serrazina, 1996).

A capacidade de verbalização pode ser encarada com a capacidade de comunicação (oral ou escrita), em que os alunos devem

> ser incentivados a expor as suas ideias, a comentar as afirmações dos seus colegas e do professor e a colocar as suas dúvidas. Sendo igualmente a redação escrita parte integrante da atividade matemática, os alunos devem também ser incentivados a redigir convenientemente as suas respostas, explicando adequadamente o seu raciocínio e apresentando as suas conclusões de forma clara, escrevendo em português correto (Bivar *et al.*, 2013, p. 5).

Matos e Serrazina (1996) complementam o enunciado referindo que a capacidade de verbalização também pressupõe que os alunos consigam "trocar ideias, negociar significados, desenvolver argumentos" (p. 269).

Relativamente ao raciocínio matemático,

> os alunos devem ser capazes de estabelecer conjeturas, em alguns casos, após a análise de um conjunto de situações particulares. Deverão saber, no entanto, que o raciocínio indutivo não é apropriado para justificar propriedades, e, contrariamente ao raciocínio dedutivo, pode levar a conclusões erradas a partir de hipóteses verdadeiras, razão pela qual as conjeturas formuladas mas não demonstradas têm um interesse limitado, devendo os alunos ser alertados para este facto e incentivados a justificá-las a posteriori (Bivar *et al.,* 2013, p. 4).

Tal como se pode verificar, a Geometria é considerada como um meio propício para o desenvolvimento de competências, contudo não se deve descurar o seu objetivo primário (que pode ser considerado o motor de desenvolvimento das capacidades enunciadas por Loureiro (2007)), de que o aluno conheça, manipule e experiencie o meio onde vive e se move para uma aprendizagem ativa e significativa (Abrantes *et al.*, 1999).

O meio onde um aluno vive, ou o seu quotidiano, concretiza-se num ambiente favorável para a aprendizagem da matemática, pelo que o aluno deve ser encorajado e "orientado para a procura de soluções de problemas surgidos no estudo de situações problemáticas que lhe são apresentadas no ambiente social onde vive" (Giménez, 2011, p. 239), alusivos a todos os domínios. Tal como já foi referido anteriormente, a análise do mundo natural e interpretação da sociedade são duas, das três finalidades, que se prendem com o ensino da matemática e que interligam o ensino/aprendizagem da matemática com o quotidiano dos alunos, não só pela compreensão e previsão de diversos fenómenos, mas também pela aplicação e articulação dos conhecimentos matemáticos para a prática "de uma cidadania plena, informada e responsável" (Bivar *et al*., 2013, p. 2).

Boavida *et al.* (2008) perspetivam a interligação entre a matemática e o quotidiano como conexões com a realidade (inseridas nas conexões matemáticas), nas quais os alunos trabalham "a Matemática ligada a problemas da vida real" (p. 37) procurando respostas a problemas e situações diversas associadas a um contexto, construindo, consequentemente, o seu próprio conhecimento (D'Ambrosio, 2008; NCTM, 2008; Ponte, 2010). Focando os contextos baseados no quotidiano, Giménez (2011) apresenta dois tipos que podem culminar em propostas interessantes: contextos extramatemáticos e contextos intramatemáticos. Os primeiros "provêm de outras ciências [ou da análise de situações diversas como, por exemplo,] o cinema, a dobragem de papel, a fotografia, a magia, exposições ou questões da sociedade" (p. 241), já os segundos compreendem contextos muito próximos da matemática, nomeadamente a "pesquisa geométrica, jogos, História da Matemática, Astronomia" (ibidem).

O estabelecimento de conexões matemáticas, segundo Carreira (2010), em contexto de sala de sala de aula é uma ação possível, sendo este conceito caraterizado como

> suficientemente elástico para podermos olhá-lo de múltiplas formas. Desde logo, é natural pensar em conexões, relações e ligações frutuosas entre tópicos matemáticos. Tem igualmente todo o sentido considerar as conexões da Matemática com a realidade que nos envolve, numa realidade que nos aproxima das aplicações da Matemática ou da actividade de construir e explorar modelos matemáticos" (p. 1)

Para além dos contextos referidos, o NCTM (2008) alerta para as conexões que devem ser realizadas dentro da matemática, nomeadamente, entre conceitos matemáticos para uma "compreensão mais profunda e duradoura" (ibidem, p. 71) dos mesmos conceitos. A matemática, segundo o mesmo autor, não deve ser perspetivada como um conjunto de temas soltos, mas como um "campo de estudo integrado" (ibidem) no qual os professores desempenham um papel fundamental no estabelecimento das conexões.

Com efeito, surge a importância da escolha de contextos adequados que permitam a exploração dos conteúdos matemáticos a serem trabalhados, onde se destacam os contextos extraescolares para a exploração do conhecimento matemático local, de tal forma que os alunos tenham um contacto com a cultura onde se encontram inseridos, mas também, que compreendam os problemas da comunidade e da família (Moreira, 2008). Este aspeto torna-se relevante também para Matos e Serrazina (1996), visto que perspetivam a Geometria como "uma das formas privilegiadas de adquirir uma intuição e uma orientação espacial crucial para o mundo moderno" (p. 265). Consequentemente, Guiménez (2011) infere que "uma das atividades importantes para o aproveitamento do quotidiano é sair à rua e observar as artes, e, deste modo, capturar ideias e reconhecer a matemática nelas presente, isto é, fazendo turismo matemático" (p. 241).

Ponte (2010) alerta, para o facto de que um novo conceito só é significativo para o aluno se houver alguma ligação com os conhecimentos anteriormente adquiridos, bem como, que para além das conexões entre conceitos matemáticos (dentro de um mesmo tema ou entre temas distintos, como a Geometria e a Álgebra) é possível encontrar "conexões entre conceitos e representações matemáticas e situações exteriores à matemática ou da «realidade»" (p. 4). Assim, o papel do professor passa também por criar condições propícias para que as conexões sejam estabelecidas de modo a que os alunos estejam o mais bem preparados pois, tal como sugere o Martins *et al.* (2017) “perante os outros e a diversidade do mundo, a mudança e a incerteza, importa criar condições de equilíbrio entre o conhecimento, a compreensão, a criatividade e o sentido crítico. Trata-se de formar pessoas autónomas e responsáveis e cidadãos ativos” (p.5).

Partilhando a mesma opinião de Martins *et al.* (2017), o NCTM (2008), salienta que os professores devem “seleccionar tarefas que ajudem os alunos a explorar e desenvolver ideias matemáticas cada vez mais complexas, (…) [colocando] questões que os encorajem e desafiem a explicar novas ideias e a desenvolver estratégias baseadas na matemática que já conhecem” (p. 236).

Resumo

À geometria está associada o desenvolvimento de diversas capacidades, pertinentes não só ao ramo da matemática, mas também úteis para o quotidiano dos alunos.

Para além das capacidades passíveis de serem desenvolvidas, compreende-se a pertinência que as conexões matemáticas têm no processo de ensino de aprendizagem, no qual os conceitos podem estar associados a situações quotidianos dos alunos, tornando este processo dinâmico e mais aprazível ao aluno. Estas conexões devem ser implementadas em todos os níveis de ensino, pelo que o professor tem um papel importante na escolha das tarefas e contextos mais pertinentes.

1.1.4. Transformações geométricas

Bastos (2007) menciona que quando nos voltamos para as transformações geométricas, “de uma maneira geral estamos a pensar nas isometrias – translações, rotações, reflexões” (p. 23).

Pela análise do *Programa de Matemática do Ensino Básico* de 2007 verifica-se que, “nos dois primeiros ciclos do Ensino Básico, o estudo das transformações geométricas está limitado às isometrias” (Gomes, 2012) e que, mais especificamente,

> no 1.º ciclo espera-se que os alunos identifiquem figuras simétricas em relação a um eixo, que desenhem figuras simétricas relativamente a um eixo (horizontal ou vertical) e que construam frisos e identifiquem simetrias (…). No 2.º ciclo o estudo das isometrias é aprofundado sendo dada atenção especial à reflexão e à rotação. Os alunos deverão não só identificar e descrever as diferentes isometrias mas também construir o transformado de uma figura por uma qualquer isometria (ibidem, p. 237).

Já no mais recente *Programa e Metas Curriculares: Matemática – Ensino Básico* não existe uma descrição detalhada, na introdução, sobre os conteúdos alusivos às transformações geométricas, no entanto, estes surgem nos conteúdos e respetivos descritores.

Atentado o documento publicado pelo NCTM (2008), *Princípios e Normas para a Matemática Escolar,* tornam-se claros os conteúdos a trabalhar desde o 3.º ao 8.º ano do ensino básico. Nos primeiros anos, do 3.º ao 5.º ano, o objetivo da aprendizagem das transformações geométricas passa pela aplicação destas e o reconhecimento da simetria para a análise de situações matemáticas. Tendo por base o objetivo definido, os alunos deverão ser capazes de "prever e descrever os resultados obtidos por translação, reflexão e rotação de figuras bidimensionais; descrever os movimentos que mostrem a congruência de duas figuras; identificar e descrever a simetria linear e rotacional em formas e figuras bi e tridimensionais" (ibidem, p. 190).

Nos restantes anos referidos, do 6.º ao 8.º ano, e tendo em consideração o mesmo objetivo anteriormente enunciado, os alunos devem ser capazes de "descrever tamanhos, posições e orientações de figuras após sofrerem algumas transformações, como translações, reflexões, rotações, ampliações e reduções; analisar a congruência, a semelhança e a simetria dos objetos, recorrendo a transformações geométricas" (ibidem, p. 274)[14]. Posto isto, torna-se importante refletir sobre alguns dos conceitos iniciando pelo conceito aglutinador: as transformações geométricas.

Pode perceber-se, de acordo com Casanova *et al.* (1998) e Palhares (2004), que os autores apresentam uma definição muito próxima, sendo que Casanova *et al.* (1998) referem que "se considerarmos dois conjuntos de pontos do plano, que chamaremos *origem* e *imagem*, a correspondência que transforma os pontos do conjunto de origem nos pontos do conjunto imagem chama-se *transformação geométrica*" (p. 237) e Palhares (2004) indica que "o termo 'transformação' ocorre numa grande quantidade de situações matemáticas, […] [pela] correspondência entre dois conjuntos de objectos geométricos" (p. 333).

As isometrias e as transformações de semelhança fazem parte das transformações geométricas (ibidem) contudo revelam-se conceitos distintos. Uma "*isometria* (ou "transformação congruente" ou "congruência") é uma transformação que preserva o comprimento, tal que, se *(P, P')* e *(Q, Q')* são dois pares de pontos correspondentes, tem-se que *PQ* = *P'Q'* : *PQ* e *P'Q'* são segmentos congruentes"

[14] O presente projeto foi efetuado com alunos do 6.º ano do 2.º CEB, os conteúdos relativos às homotetias não são abrangidos.

(Coxeter, 1969, p. 29). Ao preservarem a distância entre pontos denota-se a existência de quatro tipos de isometrias no plano: translação, rotação, reflexão e reflexão deslizante (Coxeter, 1969; Palhares, 2004).

Numa translação há a “deslocação rectilínea […] pela aplicação de uma força” (Palhares, 2004, p. 337). Este tipo de isometria pode ser representado pela translação de segmento de reta orientado com um comprimento, direção e sentido específico (figura 4) ou pela aplicação um vetor a um ponto (figura 5).

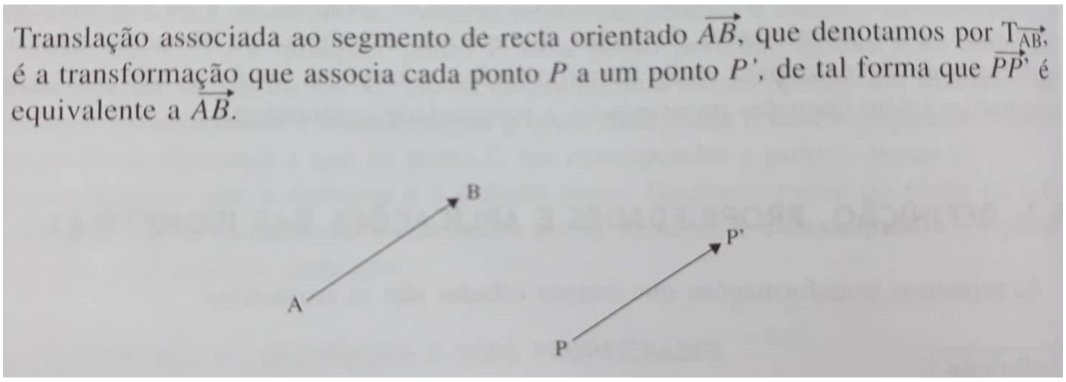


Figura 4 - Translação associada a um segmento de reta orientado (Palhares, 2004, p. 338)

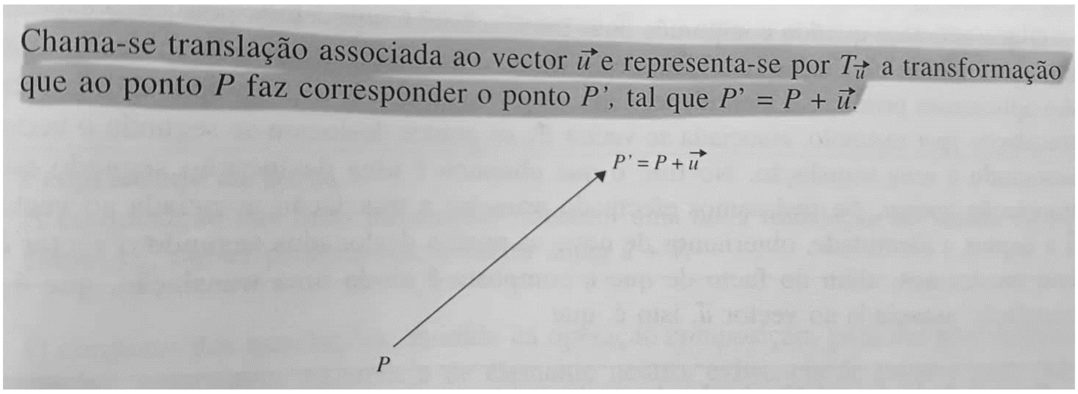


Figura 5 - Translação de um ponto associada a um vetor (Palhares, 2004, p. 339)

Passando para a rotação “podemos pensar no que se passa quando um ponteiro do relógio se desloca” (ibidem, p. 342). Segundo o mesmo autor é necessário que se defina um centro, ou seja, “um ponto em torno do qual se processa a rotação” (ibidem) e um ângulo orientado[15] pois

> dado um ponto O e uma amplitude α (entre $-360°\ e + 360°$), chama-se rotação com centro O e amplitude α à transformação que a um ponto P faz corresponder P’ tal que $\overline{OP}$ = $\overline{OP'}$ e <POP’ = α. Ao ponto O chama-se o centro

[15] Um “ângulo orientado no sentido do ponteiro dos relógios (chamado de sentido retrógrado) e [um] ângulo orientado no sentido contrário ao ponteiro dos relógios (chamado sentido directo)” (Palhares, 2004, p. 342).

da rotação e a α chama-se a amplitude da rotação. A rotação denota-se por $R_{0,\alpha}$, lendo-se rotação de cento O e de amplitude α (ibidem, p. 343).

Uma reflexão axial (figura 6), “em termos de imagem mental corresponde à aplicação de um espelho” (ibidem, p. 344). Para tal recorre-se a um eixo de reflexão que corresponde à mediatriz de um segmento de reta, que consiste “numa recta formada pelos pontos do plano que estão a igual distância dos pontos extremos” (Palhares, 2004, p. 345).

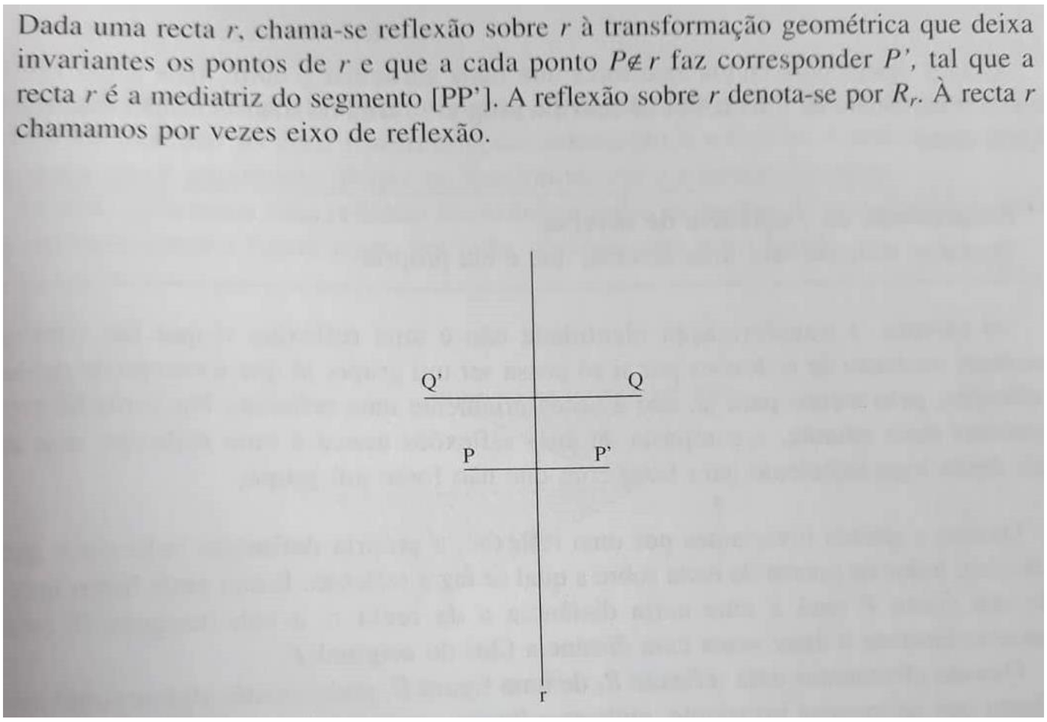

Dada uma recta r, chama-se reflexão sobre r à transformação geométrica que deixa invariantes os pontos de r e que a cada ponto $P \notin r$ faz corresponder P', tal que a recta r é a mediatriz do segmento [PP’]. A reflexão sobre r denota-se por R_r. À recta r chamamos por vezes eixo de reflexão.

Figura 6 - Reflexão (Palhares, 2004, p. 345)

Denota-se, ainda, a existência da reflexão deslizante que “corresponde à criação de uma imagem reflectida num espelho unidimensional, seguida da deslocação da direcção desse espelho” (Palhares, 2004, p. 347). Tanto Coxeter (1969) e Palhares (2004) referem que o melhor exemplo que traduz esta isometria são as pegadas deixadas por um homem em linha reta.

Por fim, para Palhares (2004), “a mais importante das transformações de semelhança é a homotetia [pois] a partir dela e das isometrias, todas as outras semelhanças podem ser construídas” (p. 365). Duas figuras são “*homotéticas* se forem similares, isto é, se estão relacionadas por dilatação [sendo que esta] é uma transformação que preserva (ou inverte) a direção: isto é, transforma cada linha numa linha paralela” (ibidem, p. 68)

Os conceitos matemáticos encontram-se definidos, importa que um professor saiba trabalhá-los em contexto de sala de aula de modo que os alunos tenham aprendizagens significativas. Em relação à aprendizagem das transformações geométricas, Breda *et al.* (2011), referem que

> os alunos começam por identificar figuras congruentes como aquelas que se podem sobrepor, mas é importante que se vão apropriando de vocabulário correspondente às transformações geométricas e que sejam capazes de descrever o "movimento" correspondente. As crianças usam transformações informalmente quando fazem puzzles – rodam as peças, e deslocam-nas para o seu lugar. Deste modo, também aprendem que mudar a posição ou orientação de um objecto não altera a sua forma ou o seu tamanho (p. 20).

Bivar *et al.* (2013) defende que, em contexto de sala de aula, os alunos do 6.º ano do 2.º CEB devem realizar diferentes tarefas que possibilitem a

> utilização de instrumentos de desenho e de medida (régua, esquadro, compasso e transferidor, programas de geometria dinâmica), sendo desejável que [os mesmos] adquiram destreza na execução de construções rigorosas e reconheçam alguns dos resultados matemáticos por detrás dos diferentes procedimentos (p. 14).

Apesar de a mesma sugestão não ser apresentada para os alunos do 1.º CEB denota-se que outros autores (NCTM, 2008 e Alsina, 2009) partilham a opinião de Bivar *et al*. (2013), apelando para o uso de materiais didáticos.

O NCTM (2008), para a exploração da Geometria do 3.º ao 5.º ano, sugere um conjunto de ferramentas onde se poderá destacar o papel quadriculado ou ponteado, no entanto, o mesmo autor apela à utilização de ferramentas tecnológicas, nomeadamente programas de geometria dinâmica. Para os restantes anos em análise, o 6.º ao 8.º ano, também é sugerido que se recorra a programas de geometria dinâmica, nos quais

> os professores poderão pedir aos alunos para visualizarem e descreverem a relação entre eixos de reflexão, centros de rotação e posições das figuras iniciais e das suas imagens. Através da utilização de programas de geometria dinâmica, os alunos poderão observar que, numa reflexão, cada um dos pontos possui a mesma distância ao eixo de reflexão, tal como acontece com o ponto correspondente da figura inicial (…). Numa rotação, (…) os alunos poderão observar que os vértices correspondentes da figura inicial e da sua imagem estão à mesma distância do centro de rotação e que os ângulos formados pela união do centro de rotação aos respectivos pares de vértices são congruentes (NCTM, 2008, p. 278).

Verifica-se, desta forma, que os materiais didáticos sugeridos podem constituir uma mais valia no processo de ensino e aprendizagem, sendo que Alsina (2009) alerta para a sua correta utilização de modo a que haja construção de conceitos, relações e métodos geométricos para uma aprendizagem ativa do aluno.

1.2. Ensino exploratório

Tal como se pôde verificar o ensino da matemática (essencialmente o ensino da geometria) sofreu alterações ao longo dos anos. Autores como Matos e Serrazina (1996), Canavarro (2011) e Ponte (2014), defendem "uma metodologia que parta da visão do aluno e que lhe proporcione os meios e o ambiente para que ele próprio desenvolva os seus conhecimentos" (Matos & Serrazina, 1996, p. 265).

Este tipo de metodologia, na perspetiva de Ponte (2005), difere do ensino direto em que há a "transmissão de conhecimentos", conhecimento este que se encontra

> sistematizado no programa, no manual escolar e noutros materiais. O professor procura garantir que o aluno aprende este conhecimento e avalia de que modo o adquiriu. No quadro deste ensino, a "exposição de matéria" assume um lugar de relevo, razão porque ele é, muitas vezes, designado por "ensino expositivo". É de notar que esta exposição da matéria pode ser realizada tanto em aulas magistrais, em que apenas fala o professor, como em aulas mais informais, em que o professor vai fazendo aqui e ali perguntas aos alunos, que ajudam a ilustrar um ou outro ponto, e contribuem para criar um ambiente mais participado. No entanto, tais perguntas não presumem da parte dos alunos um envolvimento especial, cabendo-lhes essencialmente seguir por onde o professor os conduz (p. 13).

Canavarro (2011), partilhando a mesma opinião dos autores anteriormente referidos, indica que, os alunos, através do ensino exploratório, podem "desenvolver capacidades matemáticas como a resolução de problemas, o raciocínio matemático e a comunicação matemática" (p. 11). Pressupõe-se que no ensino efetivo da matemática sejam

> utilizadas tarefas matemáticas significativas para introduzir conceitos importantes e para envolver e desafiar intelectualmente os alunos. A selecção correta de tarefas poderá despertar a sua curiosidade e envolvê-los na matemática. Essas tarefas poderão relacionar-se com a experiência da realidade dos alunos, ou poderão surgir em contextos puramente matemáticos" (NCTM, 2008, pp. 19-20)

1.2.1. Tarefas matemáticas

Denota-se a pertinência da escolha consciente das tarefas dado que as mesmas, segundo Ponte (2014), podem desempenhar diferentes papéis. Na perspetiva deste mesmo autor,

> existem tarefas cuja principal finalidade é apoiar a aprendizagem, outras que servem para verificar o que aluno aprendeu (tarefas para avaliação), outras, ainda, que servem para compreender de modo aprofundado as capacidades, processos de pensamento e dificuldades dos alunos (tarefas para investigação) (Ponte, 2014, p. 14).

A seleção das tarefas mais apropriadas é um trabalho do professor (Ponte & Serrazina, 2009) e, ao contrário do que ocorre no ensino direto, em que o conhecimento é transmitido aos alunos, "na aprendizagem exploratória, a aula decorre de modo diferente: os alunos têm de descobrir estratégias para resolver as tarefas propostas, [e] o professor pede ao aluno para explicar e justificar o seu raciocínio" (ibidem, p.3),

A aprendizagem, para Ponte (2005), é o produto de uma atividade e da reflexão sobre a mesma, sendo que "quando se está envolvido numa actividade, realiza-se uma certa tarefa" (p. 1). Considera-se, segundo o mesmo autor, que as tarefas podem ser formuladas pelo professor, partir do aluno ou surgir da negociação entre estes, cabe ao professor a condução do processo de ensino e aprendizagem.

Na matemática existem diversos tipos de tarefas matemáticas, dos quais Ponte (2005) distingue seis: *problemas*, *exercícios*, *investigações*, *explorações*, *projetos* e as *tarefas de modelação*.

Focado os primeiros quatro tipos é possível afirmar que estes podem ser caracterizados segundo o seu grau de dificuldade (variando desde *desafio reduzido* até *desafio elevado*) e o seu grau de estrutura (variando desde *fechado* a *aberto*) (Ponte, 2005).

Os *problemas* apresentam "um grau de dificuldade apreciável" (ibidem, p. 3), no entanto, o seu grau de dificuldade não pode comprometer o envolvimento do aluno, pois se este for muito exigente pode levar a que o aluno desista.

Para Boavida *et al.* (2008), "não se pode conceber a Matemática sem conceitos, definições, axiomas, teoremas, demonstrações, algoritmos ou fórmulas. São partes integrantes desta ciência. Contudo, os problemas – a sua formulação e resolução – são a essência da Matemática" (p. 13.). A sua resolução, para os mesmos autores, pressupõe a aplicação de um conhecimento, previamente adquirido, a novas situações, podendo envolver a "exploração de questões, aplicação de estratégias e formulação, teste e prova de conjeturas" (ibidem, p. 14).

A resolução dos mesmos permite que os alunos aprendam de uma forma ativa, auxiliando-os na construção do seu conhecimento matemático, testando, também, o conhecimento matemático de cada um (Boavida *et al.*, 2008; NCTM, 2008).

Para além do seu grau de dificuldade e da aplicação de conhecimentos previamente adquiridos, é de salientar que a resolução de um problema, na perspetiva do NCTM (2008), não implica a utilização de um único algoritmo. Na resolução de problemas "o método de resolução não é conhecido antecipadamente" (p. 57) ao que os alunos devem recorrer aos seus conhecimentos pré-adquiridos para construir um novo conhecimento matemático. Neste contexto os professores têm um papel fundamental escolha dos problemas, variando o contexto dos mesmos, pois "os bons problemas proporcionam aos alunos a oportunidade de consolidar e ampliar os seus conhecimentos, (…) [ampliando] a aprendizagem da matemática" (ibidem)

Os *exercícios*, por outro lado, apresentam um menor grau de dificuldade e, segundo Ponte (2005), para a sua resolução, "o aluno dispõe, ou não, de um processo imediato para [o] resolver" (p. 4). Distinguindo exercício de problema, denota-se que um problema surge quando um aluno não sabe chegar à sua solução no imediato, ao invés de "um exercício […] [que se resolve] habitualmente por processos mecanizados e repetitivos" (Vale & Pimentel, 2004, p. 13), nos quais os alunos põem em prática "conhecimentos anteriormente adquiridos" (Ponte, 2005, p. 4).

No caso das *investigações* menciona-se a quantidade de trabalho associado visto que as mesmas requerem a "elaboração de uma estratégia de resolução […] [e a] formulação específica das próprias questões a resolver" (ibidem, p. 5).

Vale e Pimentel (2004), também distinguem as investigações dos problemas, afirmando, numa primeira instância, "que são duas actividades que envolvem processos complexos de pensamento que permitem desafiar os alunos, tendo algumas diferenças" (p. 14). As investigações têm um caracter aberto e podem resultar na conceção de estratégias "difíceis de sistematizar" (ibidem) e, no que concerne à formulação das questões, estas "estão menos elaboradas e o aluno pode participar na sua formulação" (ibidem), ao invés do que acontece nos problemas em que estes são, normalmente, formulados e dados pelo professor.

Silva *et al.* (2009) privilegiam um ensino baseado na investigação referindo que

> as investigações matemáticas permitem a formulação de conjecturas, a avaliação da sua plausibilidade, a escolha dos testes adequados para a sua validação ou rejeição. Permite ainda procurar argumentos que demonstrem

as conjeturas que resistiram a sucessivos testes e levantar novas questões a investigar. Traduzem assim o trabalho de criação matemática que é inerente ao que é a matemática e ao que significa saber matemática (p. 4)

Por fim, as *explorações* requerem um menor planeamento que as investigações e um menor grau de desafio (Ponte, 2005).

De acordo com o enunciado é possível obter seguinte relação (figura 7).

Figura 7 - Relação entre diversos tipos de tarefa, em termos do seu grau de dificuldade e de estrutura (Ponte, 2005, p. 8)

Para além dos indicadores *grau de dificuldade* e *grau de estrutura*, Ponte (2005) refere-se também à *duração* e ao *contexto* pois “a realização de uma tarefa matemática pode requerer poucos minutos ou demorar dias, semanas ou meses” (p. 9) e surgir, ou não, de um contexto da realidade. Desta forma, denota-se a existência de *projetos*, os quais apresentam uma duração considerável (tal como é possível verificar na figura 8) e permitem “aprendizagens profundas e interessantes” (ibidem).

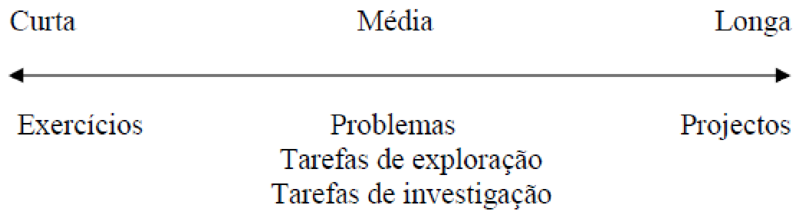


Figura 8 - Diversos tipos de tarefa quando à sua duração (Ponte, 2005, p. 10)

Focando o *contexto*, segundo Ponte (2005) denotamos a presença das *tarefas de modelação*. Estas debruçam-se em contexto da realidade, revestindo-se “de uma natureza problemática e desafiante” (p. 10), podendo ser *problemas* ou *investigações*.

Relembrando o papel do professor, este deve ter em atenção os seguintes aspetos: a seleção da tarefa mais apropriada de acordo com o tópico matemático (sem perder de vista o programa de matemática vigente), o nível dos alunos, os objetivos traçados e o tipo de trabalho mais adequado (individual ou colaborativo) (Boavida *et al.*, 2008). É de salientar que o NCTM (2008) partilha a opinião de Boavida *et al.* (2008) acrescentando que um professor deve conseguir

> analisar e adaptar um determinado problema, (…) antecipar as ideias matemática que dele possam emergir e as próprias questões dos alunos, [para além disto] os professores podem decidir se determinados problemas poderão ou não ajudar a sua turma a atingir os objectivos propostos (p. 58)

Um professor tem, assim, um papel complexo pois uma tarefa, para além de desafiante, deve proporcionar o "estabelecimento de conexões entre vários tópicos dentro e fora da matemática e a estimular a argumentação e a comunicação recorrendo a diferentes representações. Em suma, está a contribuir para o desenvolvimento do pensamento independente e crítico" (Boavida *et al.*, 2008, p. 33) dos alunos.

Autores como Vale e Pimentel (2004) e o NCTM (2008), propõem a utilização de materiais didáticos para a resolução de algumas tarefas, nomeadamente de problemas.

1.3. Materiais didáticos

1.3.1. Utilização do computador na sala de aula

Após a reforma da Matemática Moderna

> começou a colocar-se ênfase na resolução de problemas, na ligação da Matemática à vida real, e na utilização das calculadoras. Começou a dar-se cada vez mais importância à utilização de outros materiais de ensino. (…) A grande mudança começa no entanto a fazer-se sentir na década de oitenta, quando os computadores começaram a entrar nas escolas. Os computadores […] têm vindo a despoletar profundos debates sobre os métodos, sobre os conteúdos, sobre a natureza da Matemática, e são sem dúvida um dos protagonistas de uma mudança no ensino da Matemática (Matos & Serrazina, 1996, pp. 21-22).

Afonso (1993) indica que foi a partir de 1970 que os professores começaram a dar importância à implementação das novas tecnologias em contexto de sala de aula, verificando-se que as novas tecnologias de informação, destacando o computador, foram das inovações tentadas no sistema educativo que produziram algum impacto e diálogo.

Quinze anos mais tarde, em 1985, surge um “grande projecto de introdução do computador na escola” (ibidem, p. 69), contudo já antes haviam sido feitos esforços para o mesmo efeito. O mesmo autor indica que, em Portugal, “o primeiro documento oficial sobre a introdução do computador no ensino data de 1984 (Despacho 68/SEAM/84), o qual nomeia um grupo de trabalho que viria a produzir um relatório, vulgarmente conhecido como “Relatório Carmona”, publicado em 1985” (ibidem).

No mesmo ano foi institucionalizado no Despacho 206/ME/85 e publicado no Diário da República n.º 263, de 15 de novembro, o Projeto Minerva, que consistiu num “projecto nacional de introdução do computador no sistema de Ensino não Superior” (Afonso, 1993, p. 83).

Para Costa e Prado (2015) foi

> a partir do século XX, com o desenvolvimento científico, as tecnologias tiveram novos avanços, especialmente as digitais, e sua presença foi expandida em vários espaços na sociedade, inclusive nas escolas. Assim, as Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação (TDIC) foram dando origem a uma nova estrutura comunicacional no mundo, imprimindo uma nova maneira de as pessoas se relacionarem, de se comunicarem e de aprenderem (p. 101)

Mais recentemente são inúmeros os autores que são apologistas pela introdução e articulação das novas tecnologias em contexto de sala de aula e que defendem que a sua ponderada implementação pode levar aquisição de competências por parte dos alunos (Ponte *et al.*, 2001; NCTM, 2008; Silva *et al.*, 2009; Saragoça, 2009; Costa & Prado, 2015; Espadeiro, 2016).

Duarte (2007) evidencia que

> os artigos e estudos de inovação e investigação sobre a integração das TIC no ensino e aprendizagem da Matemática têm vindo a crescer e quantidade e na diversidade de abordagens e apontam, de um modo geral, benefícios acerca do seu uso. No entanto, a literatura reconhece simultaneamente que a integração nas práticas da sala de aula caminha a um ritmo muito vagaroso (p. 70).

Vivemos numa era digital profundamente dominada pelas tecnologias surgindo a necessidade, segundo Ponte (1991), de quantificar e compreender as consequências da sua utilização em contextos de sala de aula.

Ponte e Canavarro (1997), salientam que “as novas tecnologias da informação provocam o aparecimento de **novos saberes** e **novas competências**” (p. 23) associados à sua manipulação. Verifica-se ainda que as tecnologias, para além de constituírem um elemento motivador e facilitador para a aprendizagem, "proporcionam imagens visuais das ideias matemáticas […] [que] poderão servir de apoio a investigações levadas a cabo pelos alunos" (NCTM, 2008, p. 26); esta ideias também é partilhada, por exemplo, por Abrantes *et al.* (1999), Keyton (2003), Ponte e Canavarro (1997), Duarte (2010) entre outros.

Hawkridge (1990, cit. por Saragoça, 2009) apresenta razões que justificam a presença das tecnologias de informação e comunicação nas escolas

> 1) razões sociais – as crianças (e os jovens) devem ser preparadas para agir numa sociedade cada vez mais movida pelas tecnologias; 2) razões vocacionais – as crianças devem ser preparadas profissionalmente (dominarem as tecnologias) para vencerem nessa mesma sociedade tecnológica; 3) razões pedagógicas – possibilidade de melhoria dos processos de ensino-aprendizagem; 4) razões catalisadoras – a utilização do computador pode acelerar outras inovações educativas, com mais ênfase nos processos de ensino-aprendizagem que valorizam a cooperação, a resolução de problemas e a reflexão e não tanto a competição, a passividade e a memorização" (p. 59).

O perfil do aluno (*Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória*), homologado pelo Despacho n.º 6478/2017, 26 de julho enumera um conjunto competências-chaves[16] para que um aluno seja bem-sucedido no século XXI, em virtude da evolução tecnológica e da sociedade. Na área de *Saber científico, técnico e tecnológico* um aluno deve ser capaz de

> • compreender processos e fenómenos científicos que permitam a tomada de decisão e a participação em fóruns de cidadania; • manipular e manusear materiais e instrumentos diversificados para controlar, utilizar, transformar, imaginar e criar produtos e sistemas; • executar operações técnicas, segundo uma metodologia de trabalho adequada, para atingir um objetivo ou chegar a uma decisão ou conclusão fundamentada, adequando os meios materiais e técnicos à ideia ou intenção expressa; • adequar a ação de transformação e criação de produtos aos diferentes contextos naturais, tecnológicos e socioculturais, em atividades experimentais, projetos e aplicações práticas desenvolvidos em ambientes físicos e digitais (Martins *et al.*, 2017, p. 29).

Para tal, os mesmos autores enunciam um conjunto de descritores operativos que auxiliam na concretização das competências suprarreferidas, de onde se destaca o contacto com "materiais, instrumentos, ferramentas, máquinas e equipamentos tecnológicos […] [para o relacionamento de] conhecimentos técnicos, científicos e

[16] As diversas competências-chave podem ser agregadas nas seguintes áreas de desenvolvimento: *Linguagens e textos*; *Informação e comunicação*; *Raciocínio e resolução de problemas*; *Pensamento crítico e pensamento criativo*; *Relacionamento interpessoal*; *Desenvolvimento pessoal e autonomia*; *Bem-estar, saúde e ambiente*; *Sensibilidade estética e artística*; *Saber científico, técnico e tecnológico*; *Consciência e domínio do corpo* (Ministério da Educação, 2017, p. 19).

socioculturais" (ibidem).

Com a crescente presença das tecnologias de informação nas diversas atividades humanas têm surgido propostas da sua utilização e integração nas salas de aula (Ponte & Canavarro, 1997), não se devendo descurar o facto de que a própria "evolução tecnológica e as crescentes aplicações a diferentes áreas têm originado uma evolução enorme da matemática" (Silva *et al.*, 2009, p. 2).

Martins *et al.* (2017) concordam com o enunciado, salientando que

> o mundo atual coloca desafios novos à educação. O conhecimento científico e tecnológico desenvolve-se a um ritmo de tal forma intenso que somos confrontados diariamente com um crescimento exponencial de informação a uma escala global. É neste contexto que a escola, enquanto ambiente propício à aprendizagem e ao desenvolvimento de competências, onde os alunos adquirem as múltiplas literacias que precisam de mobilizar, tem que se ir reconfigurando para responder às exigências destes tempos de imprevisibilidade e de mudanças aceleradas. (p. 3)

O ensino e aprendizagem da matemática só beneficia com a utilização das tecnologias no desenvolvimento das aprendizagens dos alunos (NCTM, 2008; Espadeiro, 2016) e, no caso do computador, "para além de um auxiliar na realização de cálculos numéricos complexos, […] constitui hoje uma preciosa ferramenta capaz de apoiar a formulação de conjecturas, o estabelecimento de provas e de aprofundar o conhecimento sobre objectos que ajuda a visualizar" (Silva *et al.*, 2009, p. 2).

Não obstante, a integração das tecnologias em contexto de sala de aula desencadeia o surgimento de "atitudes mais positivas em relação à matemática e (…) [estimula] uma visão mais completa sobre a natureza desta ciência" (Ponte *et al.*, 2001, p. 1). Torna-se, desta forma, imperativo que as salas de aula se encontrem equipadas com computadores com acesso

> a ferramentas como processadores de texto, folhas de cálculo, e-mail, chat, fóruns de discussão e outros serviços suportados pela internet (…) para que os alunos possam explorar novas situações, atingir metas de aprendizagem de acordo com o seu ritmo individual e construir conhecimento de forma fundamentada e apoiada a partir da sua experiência e da actividade colaborativa (Morais, 2011, p. 54).

Para além do enunciado, os computadores, pelo seu caracter dinâmico e interativo, também facilitam as conexões matemáticas "pelas imagens visuais das ideias matemáticas que oferecem e pelas diferentes formas de representação e facilidade de transição entre elas que proporcionam" (Duarte, 2010, p. 64).

Verifica-se, deste modo, que são diversos os autores que reconhecem a importância da introdução das novas tecnologias nas salas de aula e a sua articulação com a matemática. No que diz respeito ao domínio da Geometria, David e Hersh (1995) afirmam que “o computador é um instrumento de desenho mais poderoso do qualquer (…) [material presente numa] sala de desenho tradicional” (Davis & Hersh, 1995, p. 33) e a sua abordagem pode

> ser muito alterada pela possibilidade que os computadores oferecem de criação e manipulação de objectos matemáticos diversos. A aprendizagem desta matéria pode tornar-se mais activa e interessante, e realizar-se num ambiente experimental e investigativo, onde os alunos tenham a possibilidade de formular e testar conjecturas, em especial quando apoiados por *software* que funcione como ambiente geométrico dinâmico (Ponte & Canavarro, 1997, p. 105).

Focado os computadores, estes devem ser utilizados de forma adequada de forma a fomentar atitudes e capacidades presentes no programa de matemática (Ponte & Canavarro, 1997, p. 101). Relativamente às atitudes e capacidades os computadores “*são particularmente importantes no desenvolvimento da curiosidade e do gosto por aprender*, pois proporcionam a criação de contextos de aprendizagem ricos e estimulantes onde os alunos sentem incentivada a sua criatividade” (ibidem). Paralelamente, o computador também pode incrementar a “*confiança, a autonomia e o espírito de tolerância e cooperação*” (ibidem, p. 102), bem como a capacidade de resolução de problemas e a interpretação e intervenção no mundo dado que “as novas tecnologias facilitam o uso da matemática como uma ferramenta para melhor compreender e até intervir no mundo, contribuindo para a formação de cidadãos mais informados e esclarecidos” (ibidem).

A utilização do computador em contexto de sala de aula deve contradizer o seu modo de utilização mais comum (por parte dos professores), a “pesquisa de informação (para a preparação das aulas) e apoio nas projeções multimédia” (Saragoça, 2009, p. 59), devendo o mesmo ser utilizado para obtenção de conhecimento e reflexão por parte dos alunos.

Segundo Afonso (1993), Ponte e Canavarro (1997) e Saragoça (2009), um computador não deve ser um substituto de um professor, no entanto o mesmo,

> aplicado na educação, e, especificamente, no ensino, (…) pode assumir as formas de tutor, de instrumento, de aprendiz e de elemento de consulta. Em qualquer dos casos, o computador jamais deve ser assumido enquanto substituto do professor, mas tão só como uma ferramenta de trabalho” (Saragoça, 2009, p. 61).

De acordo com o seu papel no processo de ensino, Afonso (1993) perspetiva o computador de quatro formas distintas: *Computador como professor – "máquina de ensinar"*, *Computador como objeto de estudo*, *Computador como recuso e facilitador de tarefas – "computador como ferramenta"* e *Computador como aluno – "máquina ensinável".*

Em relação ao *Computador como professor – "máquina de ensinar"* é possível afirmar que se trata da

> utilização de programas que se desenrolam numa sequência rigorosa e inultrapassável, que solicitam ao aluno uma resposta, a maioria das vezes única, permitindo-lhe seguir para a próxima unidade se a resposta for correcta, ou que o remetam para capítulos anteriores, por vezes, explicando-lhe onde errou, de modo a que possa seguir em frente quando as respostas corresponderem às que estão na memória electrónica (Afonso, 1993, p. 54)

Segundo o mesmo autor, esta foi uma das "primeiras modalidades de utilização do computador" (ibidem), reportando-se ao behaviorismo adaptado à educação, em que o professor assume um papel central, responsável pela "transmissão de conhecimentos", e o aluno se torna o recetáculo da informação. O objetivo desta utilização prendia-se com o produto, ou seja, com a melhoria dos resultados dos alunos em que, segundo Taylor (1980, cit. por Afonso, 1993) o computador assumia o papel de tutor.

Ponte e Canavarro (1997) partilham a mesma opinião de Afonso (1993), indicando que "o computador é colocado a desempenhar funções de um «professor electrónico», procurando transmitir aos alunos conhecimentos matemáticos pré-definidos e proporcionar o desenvolvimento de destrezas básicas" (Ponte & Canavarro, 1997, p. 26).

O *Computador como objeto de estudo* encontra-se intimamente ligado à alfabetização informática, onde o computador pode surgir com objeto de estudo e levantarem-se "questões genéricas sobre os computadores, a sua história, as várias possíveis utilizações, o seu impacto socia e os seus efeitos" (Afonso, 1993, p. 56).

Passando para a perspetiva do *Computador como recuso e facilitador de tarefas – "computador como ferramenta"* este, tal como o nome sugere, pode ser utilizado como ferramenta, ou *tool*, "auxiliar no processo ensino/aprendizagem" (Taylor, 1980, cit. por Afonso, 1993, p. 56). Para Afonso (1993)

> trata-se de uma abordagem cada vez mais popular dado que permite aproximar a utilização que se faz do computador àquela que se pratica fora

> da escola, permitindo, também, por outro lado, superar a falta ou a deficiente qualidade dos "programas educativos" disponíveis, podendo levar à utilização do computador numa perspectiva transcurricular, sugerindo uma apropriação da máquina pelo aluno (p. 57).

Para além do armazenamento e processamento de informação, um computador é capaz de suportar programas passíveis de seres utilizados em sala de aula, sendo que na perspetiva de Ponte e Canavarro (1997)

> as novas tecnologias surgem como instrumentos para serem usados livre e criativamente por professor e alunos, na realização das actividades mais diversas (…). [Podem ainda] ajudar a fazer de outras maneiras (mais rápida, eficiente e rigorosamente) muitas das coisas que já antes se faziam, mas permitem também que se façam coisas novas (p. 30)

Por fim, a perspetiva do *Computador como aluno – "máquina ensinável"* coloca o computador na posição de aluno e, associado à iniciação à programação, o aluno é capaz de exercer a sua influência "sobre o computador, "ensinando-o"" (Afonso, 1993, p. 57)

De acordo com as quatro formas de perspetivar um computador, segundo Afonso (1993), torna-se necessário que o professor tire o melhor partido do computador, adequando as tarefas aos alunos com que trabalha. Saragoça (2009) refere que

> os computadores são ferramentas capazes de promover diferentes níveis de reflexão, de aumentar a motivação, a actuação autónoma e a concentração do educando, permitindo que cada aluno descubra que pode manipular a própria representação do conhecimento e aprenda a fazê-lo. São instrumentos capazes de provocarem mudanças de atitudes diante do 'erro' percebido como parte integrante do processo humano de descobrir, compreender e conhecer (p. 60)

A sala de aula, tal como já foi referido anteriormente, deve encontrar-se equipada com computadores e "converter-se num espaço real de interacção (sobretudo entre os próprios alunos), de troca de resultados, […] de enriquecimento de perspectivas, de discussão das contradições, de adaptação dos dados à realidade dos alunos" (ibidem, p. 66) e, para tal, os professores devem ter a capacidade de integrar a tecnologia nas atividades propostas para a construção do "conhecimento tecnológico e pedagógico do conteúdo de Matemática" (Costa & Prado, 2015, p. 102) dos alunos.

1.3.2. Ambientes de Geometria Dinâmica (AGD)

De acordo com o atual programa de matemática, *Programa e Metas Curriculares: Matemática – Ensino Básico*, o ensino da geometria torna-se mais profícuo com a realização de tarefas que envolvam a utilização de "programas de geometria dinâmica" (Bivar *et al*., 2013, p. 14)

Os programas de geometria dinâmica são comumente conhecidos por Ambientes de Geometria Dinâmica (AGD) e reportam-se para a "geometria activa, investigativa, levada a cabo com a ajuda de programas de computador interactivos" (King & Shattschneider, 2003, p. 7).

King e Shattschneider (2003) expõem oito motivos para a utilização dos ADG em contexto de sala de aula: *rigor nas construções*, *visualização*, *exploração e descoberta*, *demonstração*, *transformações*, *lugares geométricos*, *simulação* e *micromundos*. O *rigor nas construções* remete para uma construção rigorosa que supera "qualquer construção com régua e compasso da geometria euclidiana" (ibidem, p. 10) levando a uma maior confiança das construções obtidas; promove a *visualização* pois um AGD auxilia um aluno "a *ver* o que significa um facto verdadeiro […] [dando a oportunidade aos mesmos de] construir, rever e modificar de forma contínua *sketches* geométricos" (ibidem); a *exploração e descoberta* é ampliada pela exploração de relações geométricas, pelos que os alunos devem ter contacto com tarefas que os façam "levantar questões e a servir de construção no processo da formulação de hipóteses" (ibidem, pp. 10-11); a *demonstração*, apesar de não ser efetuada pelos AGD, pode partir de explorações efetuadas nos mesmos; as *transformações* são aspetos pertinentes na utilização de um AGD, pois os alunos podem presenciar as próprias transformações, como, por exemplo, nas isometrias; um ADG tem a capacidade de traçar *lugares geométricos* pois, para algumas pessoas, a sua compreensão "é virtualmente impossível" (ibidem, p. 12); permite a *simulação* de variadíssimas situações matemáticas; um AGD "cria um ambiente em que a geometria euclidiana pode ser explorada" (ibidem, p. 13) e os *micromundos* surgem "através da utilização de *scripts* que produzem novas *ferramentas* substitutas das euclidianas e permitem assim a exploração de uma nova geometria" (ibidem).

Para Jacinto (2014), "os AGD são especialmente apelativos na resolução de problemas que envolvem noções de geometria pelo facto de possibilitarem que as ideias e os conceitos geométricos ganhem vida através da manipulação" (p. 60). Autores como Cuoco e Goldenberg (2003) afirmam que os AGD podem ajudar os alunos a adquirirem hábitos de pensamento, podendo ser perspetivados "como mais um dos métodos e das ferramentas de desenho destinadas à aprendizagem da geometria euclidiana” (p. 55). A construção de figuras e a sua transformação é mais fácil e precisa recorrendo a um AGD, ao invés da utilização do material de desenho (King e Shattschneider, 2003; Cuoco e Goldenberg, 2003).

Para além do enunciado importa referir que

> Antes do *software* interactivo de geometria dinâmica estar disponível, a possibilidade de visualizar um lugar geométrico animado, (…) dependia das capacidades de imaginação visual de alunos e professores. Agora, com o *software*, os alunos podem explorar, de forma interactiva, a construção de lugares geométricos (Schumann & Green, 2003, p. 87).

Associados a tarefas de carácter exploratório, importa salientar que os AGD “tendem a favorecer a descoberta de propriedades e de relações geométricas, o que beneficia a aquisição de conhecimentos e a produção de provas” (Fernandes & Viseu, 2011, p. 1).

Em relação à geometria, Ribeiro (2005) indica que

> a utilização de ambientes geométricos dinâmicos (AGDs) enquanto suporte visual de representação de entes abstractos e de construção de relações diversas entre estes, pode representar uma estratégia poderosa de investigação em Matemática promovendo-se, desta forma, a aquisição de conhecimentos mais vastos desta disciplina, uma capacidade mais poderosa e flexível de raciocínio e de pensamento geométrico e, ainda, uma maior capacidade de resolução de problemas exigida pela sociedade presente e futura (p. 177).

Para Pimenta (2007), programas como o Cinderella, o Cabri Géomètre, o GeoGebra e o Geometer's Sketchpad têm surgido em contextos de sala sendo ainda possível afirmar que

> têm evoluído constantemente, com novas versões, tornando-se ferramentas fundamentais para o ensino/aprendizagem da geometria nos dias de hoje. (…) estes programas incluem as clássicas construções com “régua e compasso”, bem como as isometrias e os lugares geométricos. As suas características dinâmicas permitem que se obtenham infinitos exemplos com a esma construção, movendo ou animando os elementos iniciais (p. 39).

1.1.3. GeoGebra

O International GeoGebra Institute (2018) refere que o

> GeoGebra é um software de matemática dinâmica para todos os níveis de ensino que reúne geometria, álgebra, folhas de cálculo, gráficos, estatística e cálculo numa aplicação fácil de utilizar. (…) GeoGebra tornou-se líder no fornecimento de software de matemática dinâmica, apoiando a ciência, tecnologia, engenharia e matemática (STEM) educação e inovações no ensino e aprendizagem em todo o mundo (s/p).

Para além do enunciado é possível afirmar que o GeoGebra é de livre acesso, ou seja, a sua utilização é gratuita, e encontra-se disponível para diferentes sistemas operativos (Brunheira & Ponte, 2016).

Estudos efetuados com a utilização do GeoGebra em contexto de sala de aula demonstram que este AGD promove o raciocínio, cada vez mais elaborado, pela observação de regularidades, e a capacidade de argumentação (Fernandes & Viseu, 2011).

Mais recentemente, em 2014, Menina e Guerreiro utilizaram este AGD para o estudo das isometrias numa turma do 8.º ano do 3.º CEB tendo como objetivo o "desenvolvimento da capacidade de aprendizagem autónoma, recorrendo a estratégias que envolvessem o aluno no seu processo de aprendizagem" (p. 25). Os alunos recolheram fotografias de azulejos, analisaram-nas e foi-lhes proposto, a pares, a construção de frisos no GeoGebra.

Pereira (2015) utiliza o GeoGebra para a compreensão das propriedades e relações entre quadriláteros, com alunos do 4.º ano do 1.º CEB. Este AGD

> permitiu: construir facilmente figuras e calcular rapidamente medidas; movimentar os desenhos totalmente ou em partes, contribuindo para a descoberta das propriedades que se mantêm e /ou se alteram; gravar e reproduzir sequências de ações que ajudaram a formar imagens dinâmicas; representar de forma precisa e variada as figuras geométricas o que, associada às características dinâmicas do *software*, fornecendo diferentes representações, facilitou a identificação de propriedades dos quadriláteros, possibilitou estabelecer relações entre eles e contribuiu para a correta representação mental dos conceitos (ibidem, p. 8).

Os ambientes de geometria dinâmica (AGD) tornaram-se populares desde o início da década de 90 e o aparecimento do Geogebra, de acesso livre e disponível para diferentes plataformas, veio reforçar a sua disseminação.

Resumo

Um ensino que preze o trabalho realizado pelo aluno e o incentive a construir o seu próprio conhecimento contrapõem-se a um ensino tradicional e direto onde o professor assumo o papel principal e conduz a aula.

Cabe ao professor escolher as tarefas mais indicadas para que o aluno desenvolva capacidades como a resolução de problemas, o raciocínio matemático, a comunicação, a negociação, etc., mas também os materiais didáticos indicados para a exploração do conceito que pretende.

O uso do computador em sala de aula tem crescido ao longo dos anos, não só porque a escola tenta acompanhar o desenvolvimento tecnológico da sociedade, mas também por compreender as vantagens da sua utilização no desenvolvimento social e pedagógico (e não só) dos alunos.

Por ser passível trabalhar conteúdos ligados aos diferentes domínios, nos diferentes níveis de ensino, por ser gratuito e pelas capacidades que pode desenvolver nos alunos, o GeoGebra e outros AGD, têm sido reconhecidos como ferramentas úteis na aprendizagem destes.

2. Metodologia

Nesta secção encontra-se descrita a metodologia utilizada neste projeto de investigação: o tipo de investigação escolhido, tendo por base os objetivos traçados, a descrição dos participantes, a enunciação das técnicas e instrumentos escolhidos para a recolha de dados e, por fim, a apresentação e explicitação das atividades implementadas.

2.1. Definição do problema

2.1.1. Delimitação do objeto de estudo/enunciado do problema

A Geometria, com especial destaque para as transformações geométricas, tem vindo a ser valorizada nos currículos de matemática mas para sua exploração, à luz do que referem diferentes autores (Abrantes *et al.*, 1999; Rodrigues & Bernardo, 2011; Breda *et al.*, 2011), ainda se recorre a métodos muito tradicionais apesar de, em simultâneo, se recomendarem metodologias e recursos que conduzam à "promoção de aprendizagens activas e significativas por parte dos alunos" (Ribeiro, 2005, p. 115). Breda *et al.* (2011), por exemplo, salientam que a utilização das tecnologias e de ferramentas tecnológicas, como é o caso dos AGD, são fundamentais para uma aprendizagem ativa visto que "permitem o acesso a modelos visuais poderosos" (p.21).

Desta forma, colocou-se a seguinte questão para orientar este trabalho investigativo:

Em que medida o recurso a um AGD, num contexto de análise de situações do quotidiano, contribui para a promoção de aprendizagens significativas de conceitos associados a transformações geométricas em alunos do 2.º Ciclo do Ensino Básico?

2.2. Objetivos

Tendo em consideração o problema definido, definem-se um conjunto de objetivos que auxiliaram na discussão de resultados:

- Perceber a relação que os alunos estabelecem com a geometria, em particular na abordagem de conceitos relacionados com transformações geométricas, quando fazem recurso a um AGD;
- Identificar os contributos que os contextos do quotidiano podem significar para a aprendizagem de conceitos associados a transformações geométricas;

- Perceber como é que a abordagem da geometria, num contexto de utilização de um AGD, interfere no processo de aprendizagem de conceitos associados a transformações geométricas.

2.3. Tipo de investigação

De acordo com os objetos traçados, considera-se apropriado que a investigação aqui delineada tenha um caráter qualitativo onde os alunos, no seu meio natural (o contexto de sala de aula), são observados e orientados para as diferentes tarefas. Este tipo de investigação tem como objetivo

> a busca da globalidade e da compreensão dos fenómenos, ou seja, um enfoque de análise de cariz indutivo, holístico e ideográfico. Por outras palavras, estuda-se a realidade sem a fragmentar e sem a descontextualizar, ao mesmo tempo que se parte sobretudo dos próprios dados, e não de teorias prévias, para compreender ou explicar (método indutivo) e se situa mais nas peculiaridades que na obtenção de leis gerais (Almeida & Freire, 2000, pp. 98-99).

Fortin (2003), sobre este tipo de investigação, destaca que o investigador tem um papel especial onde se encontra

> preocupado com uma compreensão absoluta e ampla do fenómeno e estudo. Ele observa, descreve, interpreta e aprecia o meio e o fenómeno tal como se apresentam, sem procurar controlá-los. O objetivo desta abordagem de investigação utilizada para o desenvolvimento do conhecimento é descrever ou interpretar, mais do que avaliar (p. 22).

Para completar o enunciado, Bisquerra (2000) reforça alguma das ideias já referidas, acrescentado que, numa investigação qualitativa o investigador surge como o instrumento de medida pois "todos os dados são filtrados ao critério do investigador" (p. 257) e os estudos efetuados são de pequena escala.

Como este tipo de investigação prevê a "compreensão e descrição dos fenómenos" (Almeida & Freire, 2000, p. 28) são utilizados, preferencialmente, os dados recolhidos recorrendo-se, preferencialmente, à "observação directa, realização de entrevistas, atenção aos significados e aos contextos" (ibidem, p. 29).

A análise de um contexto e indivíduos específicos, segundo de Merriam (1988, cit. por Bogdan & Biklen, 1994), remete para um estudo de caso. Trata-se de um método não probabilístico de amostragem que visa, "geralmente a observação de fenómenos raros mas ricos ou importantes do ponto de vista de informação contida" (Almeida & Freire, 2000, p. 111).

O estudo de caso exige trabalho de campo (Amado & Freire, 2013), especialmente que haja "contacto prolongado do investigador com os sujeitos participantes na realidade que pretende estudar" (p. 135). Para os mesmos autores, o estudo de caso apresenta um "caráter essencialmente descritivo […] [no qual] o observador tem de procurar modos de avançar na observação e na análise que evitem a sua subjetividade" (p. 140). De modo a evitar a subjetividade em todo o processo, o investigador necessita de "ser imparcial e ético, ou seja, usar a razão em vez da emoção, avaliando os resultados do estudo de forma coesa com os pressupostos teóricos, dentro dos padrões metodológicos e objetivos definidos" (Freitas & Jabbour, 2011, p. 19).

2.4. Técnicas e instrumentos de pesquisa

Para o presente estudo recorreu-se a um conjunto de técnicas e instrumentos pertinentes para a recolha profícua da informação. Desta forma, pode-se referir a observação participante que foi transversal a todo o estudo e que as notas de campo serviram de suporte para as conclusões retiradas, mas também como um pequeno diário sobre a própria evolução dos alunos. Não obstante, foi efetuada uma análise de conteúdo às produções elaboradas pelos alunos de modo a compreender as suas aprendizagens.

A *observação* é, por excelência, a atividade primária para a obtenção do conhecimento (Hoz & Juste, 1984). Tuckman (1988) evidencia a sua importância durante a ocorrência dos fenómenos para uma construção mais efetiva do conhecimento, contudo, deve-se ter em consideração o facto de se tratar de "um processo e não de um mecanismo simples de impressão por reprodução como o da fotocópia" (Ketele & Roegiers, 1993, p. 23)

Nesta linha importa ainda destacar que nesta investigação o observador/investigador foi participante, dada a natureza qualitativa do estudo e por se tratar de um estudo de caso. A observação efetuada teve como objetivo primário a recolha de informação em função dos objetivos delimitados de modo a dar resposta à questão problema formulada.

Este tipo de observação ocorre "quando, de algum modo, o observador participa na vida do grupo por ele estudado" (Estrela, 1994, p. 31) e, neste caso concreto, na dinamização de todas as tarefas propostas.

Relativamente aos outros instrumentos de pesquisa, Bogdan e Biklen (1994), especificam que as *notas de campo* são "ideias, estratégias, reflexões e palpites […] [que acompanham] o relato escrito daquilo que o investigador ouve, vê, experiencia, pensa no decurso da recolha e reflectindo sobre os dados de um estudo qualitativo" (p.

150). Lessard-Hébert (1990) também afirma que as notas de campo (ou notas de terreno, como ele as apelida) incorporam "instrumentos privilegiados para o registo dos dados recolhidos" (p. 103), em que estas podem complementar observações pontuais ou mesmo inquéritos (orais ou escritos).

Relativamente à *análise de conteúdo*, é possível afirmar que "a natureza dos documentos pode ser extremamente variada" (Ketele & Rogiers, 1993, p. 37). Para Pardal e Lopes (2011), as mesmas reportam-se à "análise das comunicações" (p. 93), sejam elas verbais ou escritas. Para além do enunciado

> tem como suporte cognitivo a interpretação – move-se, portanto, num espaço movediço, entre o rigor da objetividade, que se pretende científico, e a leitura subjetiva. Objetividade e subjetividade, que, na análise de conteúdo, não deverão ser antagónicos – aspetos que o analista deverá conjugar sabiamente, quando analisa "episódios socias", ou, mesmo, "estados de alma", no caso de registos visuais (ibidem, p. 94)

Bardin (1977) partilha a mesma opinião dos autores suprarreferidos acrescentando que este conjunto de instrumentos metodológicos requer

> o cálculo de frequências que fornece dados cifrados, até à extracção de estruturas traduzíveis em modelos – é uma hermenêutica controlada, baseada na dedução: a inferência. Enquanto esforço de interpretação, a análise de conteúdo oscila entre os dois pólos do rigor da objectividade e a fecundidade da subjectividade (p. 9).

2.5. Participantes e justificação da sua escolha

O presente projeto de investigação tem como participantes os vinte e dois alunos de uma turma do 6.º ano do 2.º CEB, de uma escola do distrito de Viseu. A escolha dos mesmos prendeu-se com o facto de pertencerem à única turma do 6.º ano da professora cooperante das PES III e IV.

A tabela seguinte indica a distribuição dos mesmos alunos por sexo, feminino ou masculino.

Tabela 1 - Distribuição dos alunos por sexo

Sexo	**Frequência absoluta**
Masculino	11
Feminino	11
Total	22

Ao analisar a tabela 1 é possível observar uma divisão equitativa dos alunos em relação ao sexo, visto que metade da turma é constituída por alunos do sexo masculino e a outra metade por alunos do sexo feminino. Já no que diz respeito às idades, e tendo em consideração a informação contida na tabela 2, verifica-se a presença de quatro alunos repetentes[17] (com mais de 13 anos), facto também enunciado pela professora cooperante.

Tabela 2 - Distribuição dos alunos por idade

Idades	**Frequência absoluta**
11	4
12	13
13	1
14	3
15	1
Total	22

2.5.1. Caracterização dos participantes

No geral, trata-se de uma turma interessada, participativa e com um bom comportamento.

Através da observação da mesma, ao longo do ano letivo, verificou-se que, a nível matemático, a maioria demonstra gosto e apetência para a Matemática, apresentando maiores dificuldades no domínio de Números e Operações, nomeadamente na resolução de problemas.

No que concerne à geometria as dificuldades reportam-se à aplicação das fórmulas matemáticas associadas, à interpretação de problemas, mas, também, à formulação de estratégias adequadas e diversificadas para a resolução dos mesmos.

Analisando as tarefas propostas aos alunos[18], que tinham como principais objetivos determinar o grau de interatividade entre alunos/GeoGebra e os conhecimentos que os alunos tinham de geometria, foi possível determinar que a maioria ainda se se recorda de alguns dos conceitos abordados no ano anterior (5.º ano do 2.º CEB).

As presentes tarefas foram entregues aos alunos fora do horário das aulas de Matemática, sendo que foram resolvidas pelos alunos no horário de Direção de Turma. As mesmas tiveram como o propósito a preparação técnica dos alunos para o

[17] Dos três alunos repetentes, dois apresentam grandes dificuldades na aprendizagem, tendo um reprovado no 2.º ano do 1.º CEB e o outro 4.º no do 1.º CEB. O terceiro aluno, para além de algumas dificuldades apresentadas e enunciadas pela professora cooperante, evidencia falta de interesse e motivação para as diversas disciplinas (excetuando a Educação-Física), tendo reprovado no 2.º ano do 1.º CEB e estando pela segunda vez no 6.º ano do 2.º CEB.

[18] Cf. anexos n.º 1 e 2

GeoGebra[19] e a caracterização dos mesmos ao nível da geometria[20].

A primeira tarefa, denominada de *Vamos (re)descobrir o quadrado?*, tal como o nome sugere, focou-se na análise do quadrado para a revisão de conceitos já abordados.

Nas duas primeiras questões ("*1.4. Qual é a amplitude dos ângulos internos de um quadrado?*" e "*1.4.1. Que amplitude obtiveste?*"), estando a segunda subjacente à primeira, todos os vinte e dois alunos responderam corretamente às mesmas, denotando-se que todos sabiam que a amplitude de um ângulo interno de um quadrado é 90º (tal como o que sugere a figura 9).

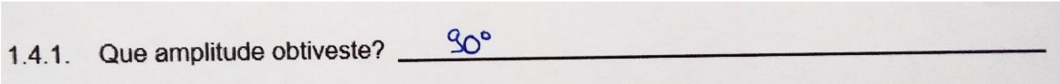
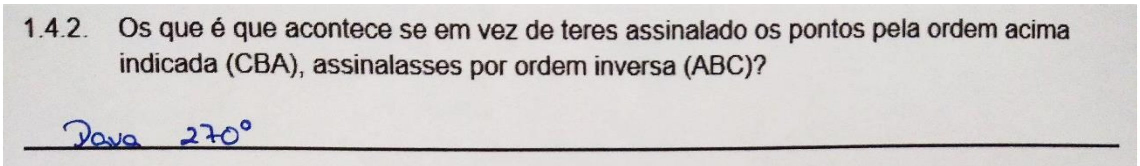

1.4.1. Que amplitude obtiveste? 90°

Figura 9 - Resolução da questão 1.4.1. pela Mariana e Filipa

Com a questão seguinte ("*1.4.2. Os que é que acontece se em vez de teres assinalado os pontos pela ordem acima indicada (CBA), assinalasses por ordem inversa (ABC)?*") pretendia saber-se se os alunos recordavam a existência do sentido positivo (anti-horário) e o sentido negativo (horário) na medição das amplitudes dos ângulos bem como a distinção entre ângulo externo e região externa ao ângulo interno.

A grande maioria, dezoito alunos, indicou que obteve uma amplitude de 270º (como é possível observar na figura 10) e os outros quatro alunos reportaram-se ao ângulo da região externa do quadrado, tal como é possível observar nas figuras 11 e 12.

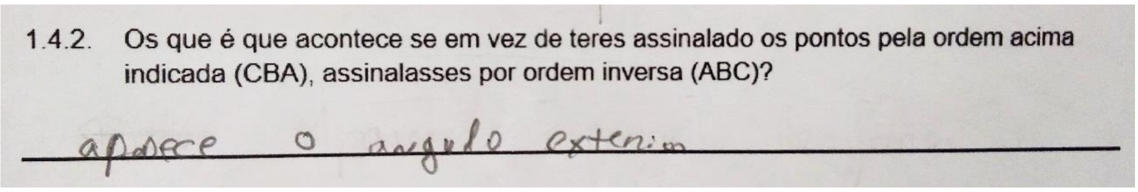

1.4.2. Os que é que acontece se em vez de teres assinalado os pontos pela ordem acima indicada (CBA), assinalasses por ordem inversa (ABC)?

Dava 270°

Figura 10 - Resolução da questão 1.4.2. pela Mariana e Filipa

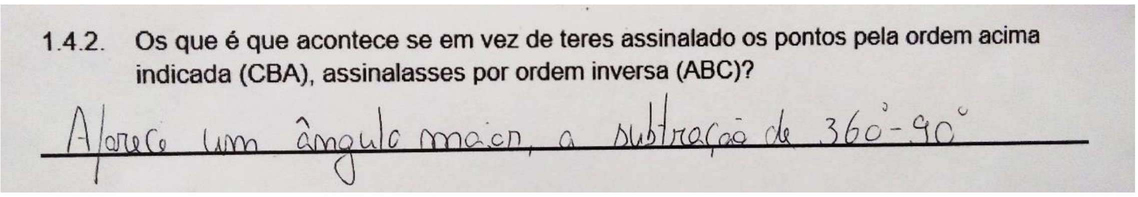
[19] A professora cooperante não disponibilizou nenhuma aula de Matemática para a preparação técnica dos alunos para a manipulação do GeoGebra, referindo que não poderia despender nenhuma aula por já se encontrarem todas planeadas. Como era a diretora de turma da turma em questão disponibilizou duas aulas de 45 minutos, de Direção de Turma, para o efeito.

[20] A observação da turma e o diálogo com a professora cooperante foram uns dos instrumentos recorridos para a caraterização da turma. As duas tarefas propostas também serviram para compreender a relação que os alunos estabelecem com a geometria e o domínio destes em relação a conceitos geométricos já estudados anteriormente.


1.4.2. Os que é que acontece se em vez de teres assinalado os pontos pela ordem acima indicada (CBA), assinalasses por ordem inversa (ABC)?

aparece o angulo exterior

Figura 11 - Resolução da questão 1.4.2. pelo José e Daniel


1.4.2. Os que é que acontece se em vez de teres assinalado os pontos pela ordem acima indicada (CBA), assinalasses por ordem inversa (ABC)?

Aparece um ângulo maior, a subtração de 360°-90°

Figura 12 – Resolução da questão 1.4.2. pelo António e André

Como já foi indicado, dezoito alunos indicaram que, ao se clicar nos pontos pela ordem inversa à indicada, surgia um ângulo com amplitude de 270º, este facto deverá ter ocorrido porque é a amplitude que surge quando são seguidos mesmos passos indicados na tarefa (tal como é possível verificar na figura 10). Já no que concerne à resolução do José e do Daniel (figura 11) os mesmos apenas observaram que surgia um “ângulo exterior”, estando os mesmos a referirem-se ao ângulo da região externa do quadrado, não indicando a sua amplitude.

O António e o André (figuras 12 e 13), para além de se referirem ao ângulo da região externa do quadrado, justificaram o seu valor, o que leva a crer que os mesmos reconhecem a existência de ângulos giros. Quando se referem ao “ângulo maior” comparam a amplitude do ângulo interno do quadrado com a amplitude do ângulo da região externa do quadrado.

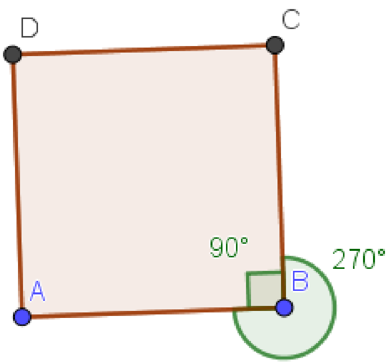
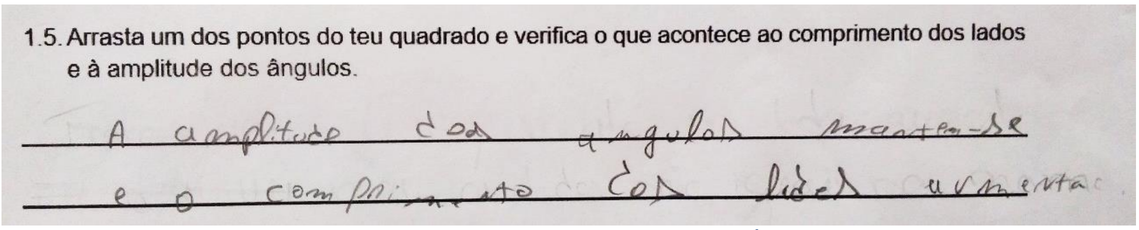


Figura 13 - Resolução da questão 1.4.2. pelo António e pelo André, no GeoGebra

A questão 1.5. (“*1.5. Arrasta um dos pontos do teu quadrado e verifica o que* *acontece ao comprimento dos lados e à amplitude dos ângulos*.") pretendia que os alunos verificassem que a amplitude dos ângulos internos de um quadrado é sempre 90º, independentemente do valor do comprimento do lado, mas também que observassem que, aumentando ou diminuindo o valor do comprimento de um dos lados, os restantes lados sofreriam a mesma alteração, visto que se trata de um quadrado e um quadrado tem todos os lados com o mesmo comprimento.

Uma breve análise à figura 14 retrata a maior parte das respostas dadas, indicando que os alunos conseguiram chegar a essa conclusão o que evidencia que os mesmos conseguem interpretar dados que surgiram no GeoGebra.


1.5. Arrasta um dos pontos do teu quadrado e verifica o que acontece ao comprimento dos lados e à amplitude dos ângulos.

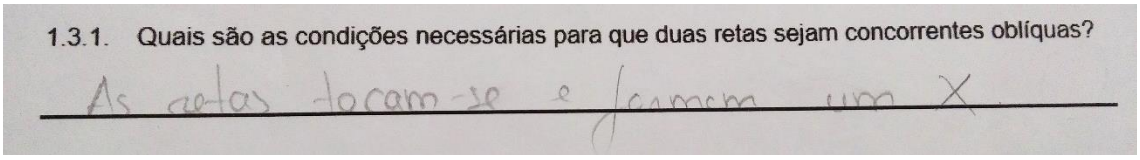
A amplitude dos angulos mantem-se e o comprimento dos lados aumenta

Figura 14 – Resolução da questão 1.5. pelo José e Daniel

Passando para a tarefa seguinte, composta por duas partes, *Retas e as suas posições relativas* e *Uma circunferência sem compasso!*, pressupunha a revisão de temas já conhecidos pelos alunos, tanto no 1.º CEB como no 2.º CEB.

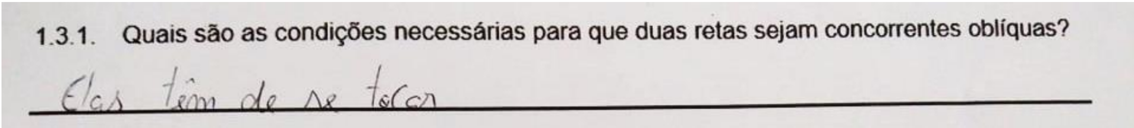
Focando a primeira parte, *Retas e as suas posições relativas*, denotou-se que, em relação às questões 1.3.1. ("*1.3.1. Quais são as condições necessárias para que duas retas sejam concorrentes oblíquas?"*) e 1.4.1. ("*1.4.1. Quais são as condições necessárias para que duas retas sejam concorrentes perpendiculares?*"), seis alunos não responderam às mesmas, enunciando que não sabiam ou que já não se lembravam.

Na questão 1.3.1. a maioria dos alunos indicou que, para duas retas serem concorrentes oblíquas, tinham de se tocar e/ou cruzar entre si, não indicando nada sobre a amplitude dos ângulos formados pelas mesmas. O facto de os alunos indicarem que as duas retas teriam de se tocar ou cruzar entre si (figuras 15 e 16) demonstra que os mesmos compreendem o conceito de retas concorrentes oblíquas, apesar de não terem indicado que apenas se tocam num ponto e que, da sua interseção, se formam dois ângulos agudos e dois ângulos obtusos iguais, dois a dois.


1.3.1. Quais são as condições necessárias para que duas retas sejam concorrentes oblíquas?

As retas tocam-se e formam um X

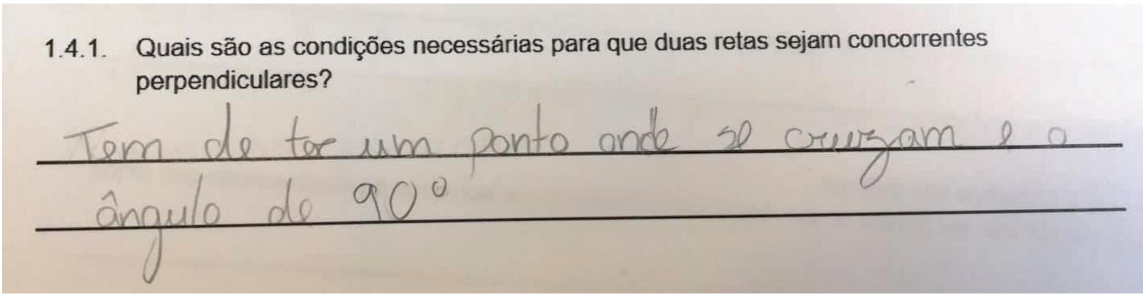
Figura 15 - Resolução da questão 1.3.1. pela Bárbara e Sofia


1.3.1. Quais são as condições necessárias para que duas retas sejam concorrentes oblíquas?

Elas têm de se tocar

Figura 16 – Resolução da questão 1.3.1. pelo António e André

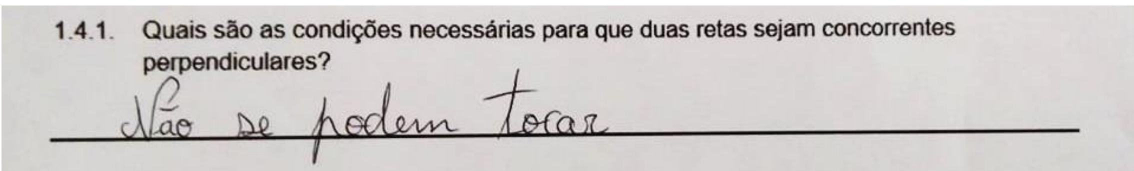
Na questão 1.4.1. observou-se que a maioria indicou que as duas retas teriam de se tocar e, no seu cruzamento, teriam que formar ângulos de retos (90º) (figura 17). Apesar de os alunos não terem indicado que as retas, para serem concorrentes perpendiculares, apenas se tocavam num ponto e que formavam entre si quatro ângulos de 90º, conseguiram referir que, do seu cruzamento, se formava pelo menos um ângulo de 90º.


1.4.1. Quais são as condições necessárias para que duas retas sejam concorrentes perpendiculares?

Tem de ter um ponto onde se cruzam e o ângulo de 90º

Figura 17 – Resolução da questão 1.4.1. pela Núria e Constança

Contudo, foi possível observar que dois alunos confundiram retas concorrentes perpendiculares com retas paralelas, dado que enunciaram que as mesmas não se tocavam (figura 18).


1.4.1. Quais são as condições necessárias para que duas retas sejam concorrentes perpendiculares?

Não se podem tocar

Figura 18 - Resolução da questão 1.4.1. pelo Dinis e Mafalda

Relativamente à questão 1.5. ("*1.5. Indica a posição relativa das retas h e i. Nota: Para afastar ou aproximar a folha gráfica podes utilizar o botão de scroll do rato.*"), os mesmos alunos que não responderam às questões anteriores, também deixaram esta em branco, sendo que os restantes indicaram que as duas retas eram concorrentes oblíquas, tal como se pode observar na figura 19, que retrata a maioria das respostas dadas.

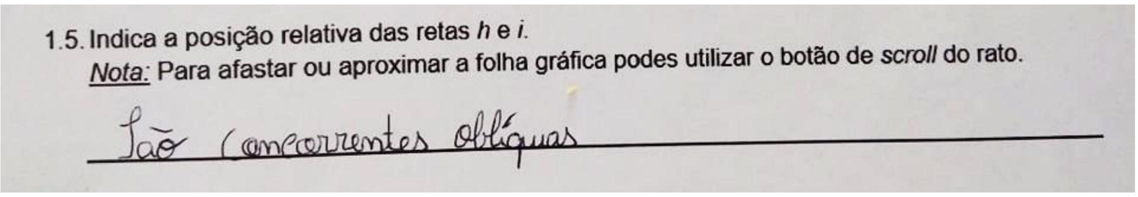

1.5. Indica a posição relativa das retas *h* e *i*.
Nota: Para afastar ou aproximar a folha gráfica podes utilizar o botão de *scroll* do rato.
São concorrentes oblíquas

Figura 19 – Resolução da questão 1.5. pelo Guilherme e Fernando

Na segunda parte da tarefa, *Uma circunferência sem compasso!*, denotou-se que todos os alunos conseguiram responder corretamente à questão 2.1. ("*2.1. Como se designa a região do plano limitada pela circunferência?*"), demonstrando que os alunos ainda se recordavam dos conceitos abordados no 1.º período[21]. Como exemplo do referido surge a resposta do Jorge e do Manuel (figura 20).

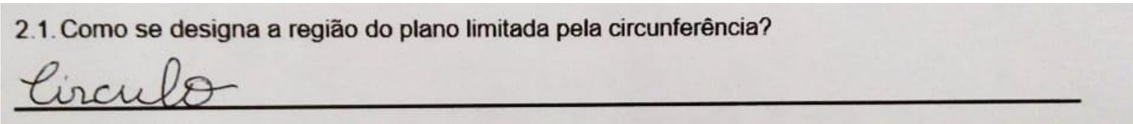

2.1. Como se designa a região do plano limitada pela circunferência?
Círculo

Figura 20 – Resolução da questão 2.1. pelo Jorge e Manuel

As duas últimas questões, 2.2. ("*2.2. Indica o perímetro da tua circunferência*.") e 2.3. ("*2.3. Recorrendo à opção **Área** (no mesmo botão), indica a área do círculo.*"), serviram apenas para os alunos tivessem um maior contacto com o GeoGebra pelo que foi percetível que ninguém apresentou dificuldades na sua resolução (figuras 21 e 22).

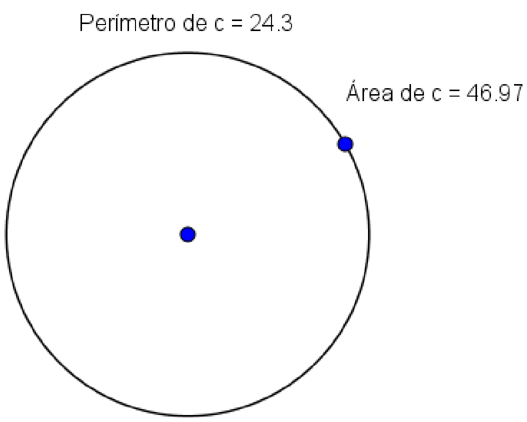


Figura 21 - Resolução das questões 2.2. e 2.3. pelo Rodrigo e pelo Telmo, no GeoGebra

[21] Conteúdos relativos ao descritor "Figuras geométricas planas", no domínio de Geometria e Medida, no 6.º ano.

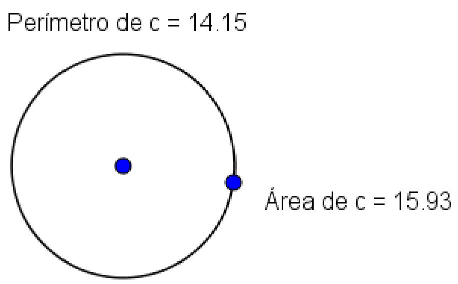


Figura 22 – Resolução das questões 2.2. e 2.3. pela Núria e pela Constança, no GeoGebra

Tal como já foi referido, a maior parte dos alunos ainda se recordava dos conceitos abordados em anos anteriores, tendo dificuldades em definir conceitos, tais como *retas concorrentes oblíquas* e *retas concorrentes perpendiculares*.

Pela observação dos alunos e das resoluções dos mesmos no GeoGebra foi possível verificar que os mesmos conseguiram compreender o que era solicitado e demonstraram entusiasmo na resolução das tarefas propostas, por terem considerado a experiência interessante, divertida e desafiante.

2.6. Procedimento

Numa primeira fase, em duas sessões (uma em cada semana), os alunos foram encaminhados para a sala de computadores da escola (figura 23) com acesso ao ambiente de geometria dinâmica escolhido – GeoGebra. As mesmas sessões contaram com a presença de todos os alunos e decorreram em horário de direção de turma, pelo facto de a docente cooperante ser a diretora de turma da turma onde decorreu esta investigação e por esta não querer dispensar de aulas Matemática para as sessões de preparação, assim, foram entregues ao pais autorizações para que os mesmos estivessem a par do que estava a decorrer no horário de direção de turma[22].

[22] Cf. anexo n.º 3

Figura 23 - Sala de computadores

Durante as mesmas sessões os discentes tiveram a oportunidade de manipular o AGD referido (figuras 24 e 25), compreendendo o seu modo de operação e potencialidades, através de explicações (por parte da professora estagiária) e de tarefas para determinar o grau de interatividade entre alunos/GeoGebra e os conhecimentos que os alunos tinham de geometria.

Nas semanas seguintes, em três aulas não consecutivas, os alunos puderam trabalhar as transformações geométricas com recurso ao GeoGebra. Na primeira aula os alunos trabalharam a reflexão axial com uma tarefa introdutória ao tema[23], denominada de *Polígonos espelhados*. Na segunda aula foram trabalhados dois conceitos, a reflexão central (num momento de consolidação) e a rotação (como um momento de iniciação a este conceito) com recurso a duas tarefas[24], *A reflexão central na rua Alexandre Herculano* e *Vamos rodar uma imagem!*. Por fim, na terceira aula, também num momento de consolidação, trabalharam-se as simetrias através de duas tarefas[25], *Elementos decorativos na rua 25 de abril* e *Mãos à obra!*.

[23] Cf. anexo n.º 4

[24] Cf. anexo n.º 5

[25] Cf. anexo n.º 6

Figura 24 - Alunos trabalhando na sala de computadores, no GeoGebra

Figura 25 - Alunos trabalhando na sala de computadores, no GeoGebra

Importa referir o trabalho realizado pelos alunos, tanto nas sessões de preparação, como nas sessões dedicadas às transformações geométricas, foi feito em duplas por não haver computadores suficientes na sala dos computadores. Considera-se, no entanto, que este método de trabalho, a pares, uma mais valia por permitir o desenvolvimento de competências como a partilha e a negociação entre os alunos, tal como o previsto no *Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória* (2017)[26].

É de salientar que a manipulação do GeoGebra, por parte dos alunos, não foi transversal a todas as aulas lecionadas no âmbito das transformações geométricas, na medida em que a professora cooperante apenas disponibilizou três aulas para a utilização do mesmo. Como justificação para a sua opção reportou-se para a avaliação dos alunos, dado que estes resolvem testes que são aplicados ao nível de agrupamento e, para tal, os mesmos teriam de ser preparados para, essencialmente, resolver exercícios em papel.

Outro facto relevante debruça-se na articulação feita entre Matemática e Ciências Naturais na tarefa *A reflexão central na rua Alexandre Herculano,* e a utilização de elementos da cidade onde se situa a escola para abordagem das transformações geométricas. A interdisciplinaridade constitui um fator importante, tornando o ensino "mais integrado e transversal" (Segurado, 2017, p. 22).

Na última semana os alunos tiveram a oportunidade de ver as suas composições elaboradas no GeoGebra, recolhidas a partir da tarefa *Mãos à obra!*, na sala de convívio dos alunos da escola.

[26] Nas seguintes áreas de competência: pensamento crítico e relacionamento interpessoal.

3. Apresentação e análise dos dados

Nesta secção apresentam-se os dados obtidos através das resoluções dos alunos às tarefas propostas e a análise dos mesmos.

Para uma análise da pertinência e utilidade das tarefas propostas bem como uma avaliação do trabalho desenvolvido pelos alunos (as respostas às questões presentes nas tarefas, as construções obtidas em função do que lhes era solicitado nos enunciados das tarefas e, ainda, o seu comportamento e o interesse manifestado durante a resolução das tarefas), apresentam-se relatos acompanhados das reflexões que os episódios sugeriram.

3.1. Tarefas

3.1.1. Tarefa 1: Polígonos espelhados

A tarefa "Polígonos espelhados"[27], proposta e resolvida pelos alunos no dia 7 de março, surgiu como um momento de introdução às transformações geométricas, focando a reflexão axial.

Para esta tarefa foi pedido aos alunos, com uma semana de antecedência, que fotografassem um sítio ou monumento no meio envolvente, onde fosse possível observar a reflexão axial[28]. Para tal, foram exibidas algumas imagens para ilustrar o pedido, contudo apenas uma aluna cumpriu com o solicitado ao que os restantes se justificaram pela falta de tempo ou esquecimento. Assim, de modo a evitar outros entraves, optou-se por os alunos não ficarem a cargo dos registos fotográficos, de modo a não comprometer as restantes tarefas propostas.

Aos alunos já tinha sido referido, na aula anterior, que a aula iria decorrer na sala C11 (sala utilizada durante a preparação dos alunos para o GeoGebra) pelo que, à hora do toque de entrada, os alunos já se encontravam à porta da sala para entrarem, o que não era habitual, já que muitos deles, por vezes, chegavam atrasados. Tal pontualidade fez acreditar que a razão pudesse ser o facto de a aula decorrer num espaço diferente e/ou utilização de computadores para a exploração de conceitos matemáticos.

De modo a dar início à aula, a professora estagiária registou o número das lições (123ª e 124ª aulas) e a data (7/3/2017) para que os alunos fizessem o mesmo registo nos seus cadernos de registos. Depois do registo efetuado, a mesma relembrou, com o

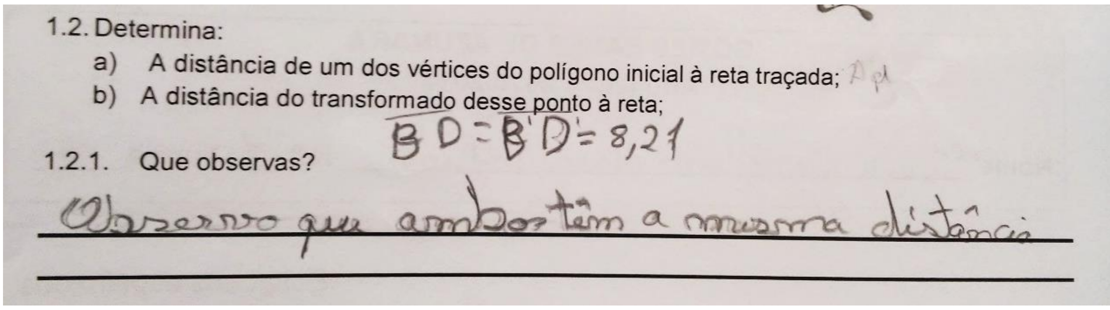
[27] Cf. Anexo n.º 7

[28] Os alunos foram alertados para o facto do registo fotográfico de encontrar o mais centrado possível. Como todos afirmaram a possibilidade de enviar a fotografia por e-mail e, por isso, esse foi o método escolhido para a recolha o material fotográfico. Aos alunos também foi dada a oportunidade de trazerem a fotografia numa Pen USB, nas aulas que antecederam à implementação da primeira tarefa.

auxílio das intervenções dos alunos, as regras de utilização do espaço e do material da sala de informática e procedeu à explicitação da tarefa referindo aos alunos que, para a sua resolução, iriam recorrer ao GeoGebra e que deveriam ler os enunciados com muita atenção. Durante a apresentação da tarefa a professora estagiária reforçou o que era solicitado nas questões 1 (indicando aos alunos que estes poderiam construir outros polígonos, para além de triângulos) e 1.5.1. (referindo que os alunos iriam mover um dos vértices do polígono construído).

Durante a resolução da tarefa verificou-se que os alunos se mostraram interessados na sua resolução dado que se mantiveram concentrados e não abriram outros separadores do computador (nomeadamente o da Internet para jogar ou ver vídeos no Youtube). Esta observação é feita pelo interesse mostrado pelos alunos, em conversas de recreio, ou ainda por questões colocadas pelos mesmos, “A professora joga Minecraft?”, “A professora vê o Wuant ou o Windoh, no Youtube?”, etc. Para além disso, foram percetíveis os sorrisos dos alunos e a discussão que era mantida entre os pares, tornando-se, ainda, pertinente salientar que os alunos, para além do bom comportamento demonstrado (pela resolução de todas as tarefas, respeito para com as regras de utilização do espaço e material da sala e respeito para com os pares) a maioria teve dificuldade em manter um volume de voz aceitável de modo a que não perturbasse os demais colegas; este facto pode ter decorrido pois os alunos tiveram que trabalhar a pares e a manipulação do GeoGebra (com recurso ao rato do computador) tinha de ser negociada entre as duplas, o que resultou, inicialmente, em desentendimentos.

Uma análise cuidada aos registos dos alunos permitiu-nos concluir que na questão 1.2.1. (“*1.2.1. Que observas*?”), que pressupunha uma comparação dos valores obtidos nas alíneas *a)* e *b)* da questão 1.2., todos os alunos constataram que as distâncias entre um dos vértices do polígono à reta de reflexão e do transformado desse vértice à mesma reta eram iguais, tal como se ilustra com as figuras 26 e 27.


1.2. Determina:

a) A distância de um dos vértices do polígono inicial à reta traçada;

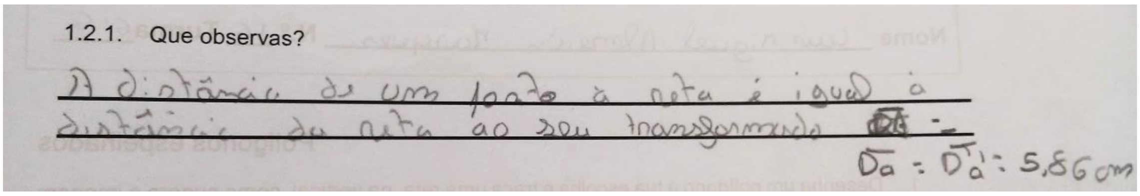
b) A distância do transformado desse ponto à reta;

BD = B'D' = 8,21

1.2.1. Que observas?

Observo que ambos têm a mesma distância

Figura 26 - Resolução da questão 1.2.1. pela da Rute e Marlene



1.2.1. Que observas?

A distância de um ponto à reta é igual à distância da reta ao seu transformado ~~Da~~ =

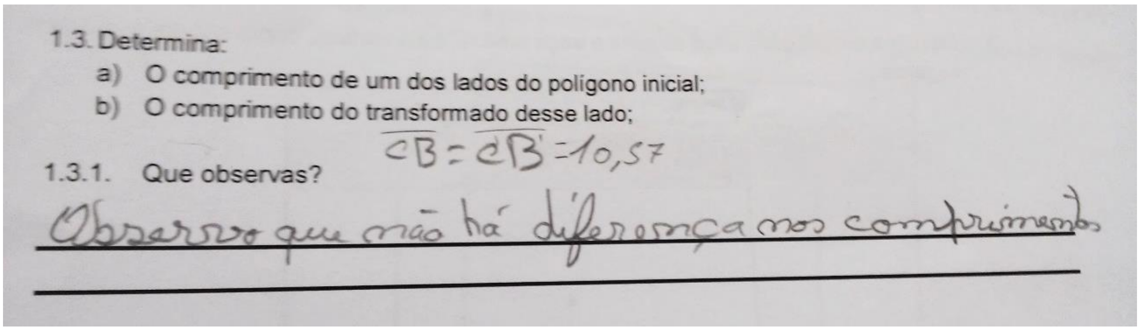
$\overline{Da} = \overline{D'a'} = 5,86$ cm

Figura 27 - Resolução da questão 1.2.1. pelo Rodrigo e Telmo

Com esta questão pretendia-se que os alunos concluíssem que, numa reflexão axial, um ponto e o seu transformado se encontram à mesma distância da reta de reflexão. Verificou-se que todos chegaram a essa conclusão, o que demonstra uma boa capacidade de observação, mas também que utilizaram a linguagem matemática corretamente, ao identificarem o comprimento de um segmento bem como a sua notação.

Na questão seguinte, a questão 1.3.1 ("*1.3.1. Que observas?*"), que pretendia uma comparação dos valores obtidos nas alíneas a) e b) da questão 1.3., os alunos conseguiram verificar que o comprimento de um dos lados de um polígono e o comprimento do seu transformado eram iguais.

As duas resoluções a seguir (figuras 28 e 29) ilustram e alicerçam a convicção de que, apesar dos alunos se expressarem de maneira diferente, conseguem chegar à mesma conclusão, apoiando-se nos resultados obtidos no GeoGebra.



1.3. Determina:

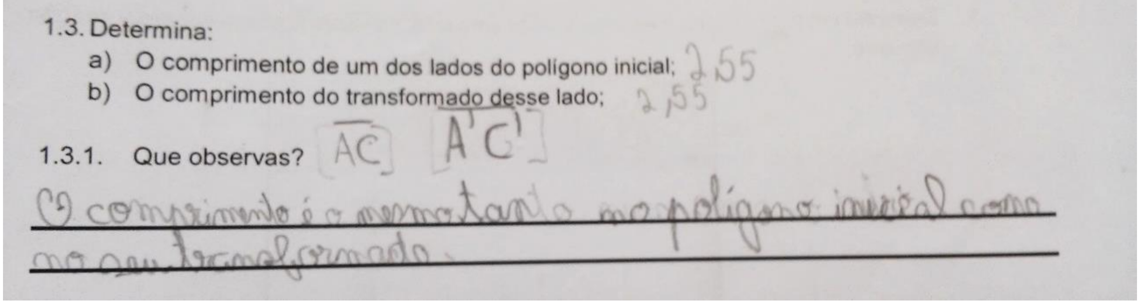
a) O comprimento de um dos lados do polígono inicial;

b) O comprimento do transformado desse lado;

1.3.1. Que observas? $\overline{CB} = \overline{C'B'} = 10,57$

Observo que não há diferença nos comprimentos

Figura 28 – Resolução da questão 1.3.1. pela Rute e Marlene



1.3. Determina:

a) O comprimento de um dos lados do polígono inicial; 2,55

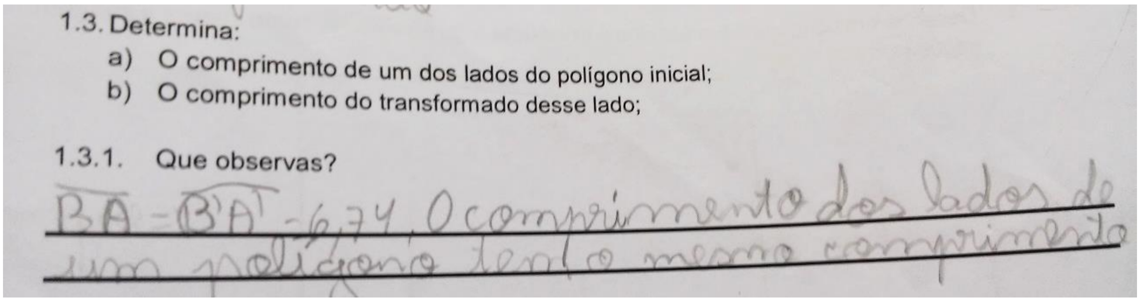
b) O comprimento do transformado desse lado; 2,55

1.3.1. Que observas? $\overline{AC}$ $\overline{A'C'}$

O comprimento é o mesmo tanto no polígono inicial como no seu transformado.

Figura 29 - Resolução da questão 1.3.1. pelo Guilherme e Fernando

Na resolução do Dinis e da Mafalda (figura 30) verifica-se que estes conseguiram determinar a medida do comprimento dos lados, registando-as usando a terminologia correta, no entanto não se conseguem expressar corretamente, indicado que os lados iguais correspondem ao mesmo polígono.



1.3. Determina:

a) O comprimento de um dos lados do polígono inicial;

b) O comprimento do transformado desse lado;

1.3.1. Que observas?

$\overline{BA} = \overline{B'A'} = 6,74$. O comprimento dos lados de um polígono tem o mesmo comprimento

Figura 30 - Resolução da questão 1.3.1. pelo Dinis e Mafalda

A pertinência desta questão prende-se com o facto de os alunos compreenderem que, pela reflexão axial, o transformado de um segmento de reta mantém o comprimento do segmento original.

Passando para a questão seguinte, a questão 1.4.1 ("*1.4.1. Que observas?*") que previa uma comparação dos valores obtidos nas alíneas *a)* e *b)* da questão 1.4., a globalidade dos alunos conseguiu constatar que a amplitude de um ângulo e a amplitude da sua imagem são as mesmas. Para a resolução do que era solicitado, os alunos teriam que ter em consideração o sentido dos ângulos (sentido positivo/sentido anti-horário e sentido negativo/sentido horário) dado que esse problema surgiu aquando da resolução desta alínea pois, algumas duplas, obtiveram a amplitude de um dos ângulos internos do polígono inicial, no entanto, no transformado do polígono, para determinarem a amplitude do mesmo ângulo clicaram sobre os pontos na mesma ordem, ou seja, no mesmo sentido, obtendo, assim, a região externa do ângulo interno.

Segue uma pequena discussão entre a professora estagiária e duas alunas que ilustra este episódio.

Professora estagiária	Então meninas, já vi que conseguiram obter um ângulo na figura inicial. Como é que fizeram?
Mariana	Clicámos no botão ângulo e depois nos pontos.
Professora estagiária	Que pontos?
Mariana	Nos pontos do triângulo…
Filipa	Sim, nos vértices do triângulo!
Professora estagiária	Ok, e para obterem esse ângulo em específico clicaram nos vértices aleatoriamente?
Filipa	Primeiro clicámos no ponto B, depois no A e depois no C.

Professora estagiária	Obtiveram, portanto, o ângulo BÂC. Observando a figura utilizaram o sentido horário ou anti-horário?
Filipa	O horário.

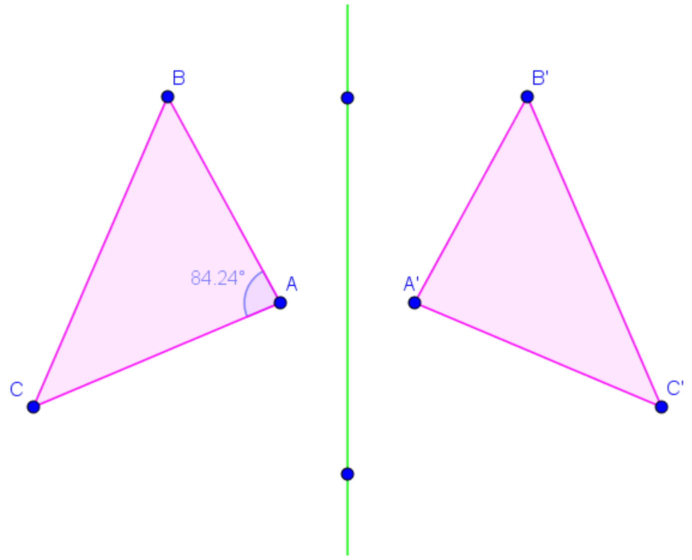


Figura 31 - Resolução da Mariana e da Filipa: obtenção da amplitude do ângulo BAC

Professora estagiária	Muito bem, o que se segue?
Mariana *(lendo)*	Determina a amplitude do transformado desse ângulo.
Filipa *(apontando para A')*	Tem que ser este!
Professora estagiária	Expliquem-me como vão obter esse ângulo.
Mariana *(explicando e executando no GeoGebra ao mesmo tempo)*	Temos que clicar em B' …A'… e C'.

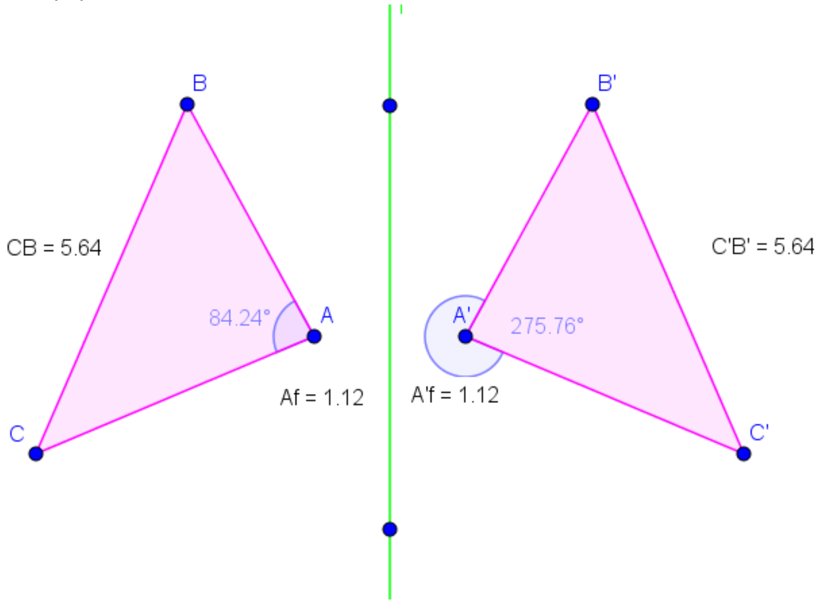


Figura 32 - Resolução da Mariana e da Filipa: obtenção da amplitude do ângulo B'A'C'

Mariana Ah…. Dá o ângulo de fora, o ângulo externo.

Professora estagiária *(apontando para o ecrã)*	Sim, é verdade, surge a região externa ao ângulo interno. Ao clicarem sobre os pontos nessa ordem, B', A' e C', estão a recorrer a que sentido do ângulo?
Filipa	Estou a ficar confusa, não é o sentido horário?
Mariana *(apontando para o ecrã)*	Ah, já percebi. Neste triângulo utilizamos sentido horário, no outro temos de utilizar o sentido anti-horário porque ele está ao contrário
Professora estagiária	Ao contrário?
Mariana	É como se ele se tivesse a ver a um espelho.
Professora estagiária	Exato, está refletido. Sendo assim, já podem acabar de resolver esta alínea e tirar alguma conclusão daqui, certo?
Mariana e Filipa *(em coro)*	Sim!
Mariana	No objeto temos de usar o sentido horário e na imagem temos de utilizar o sentido anti-horário.

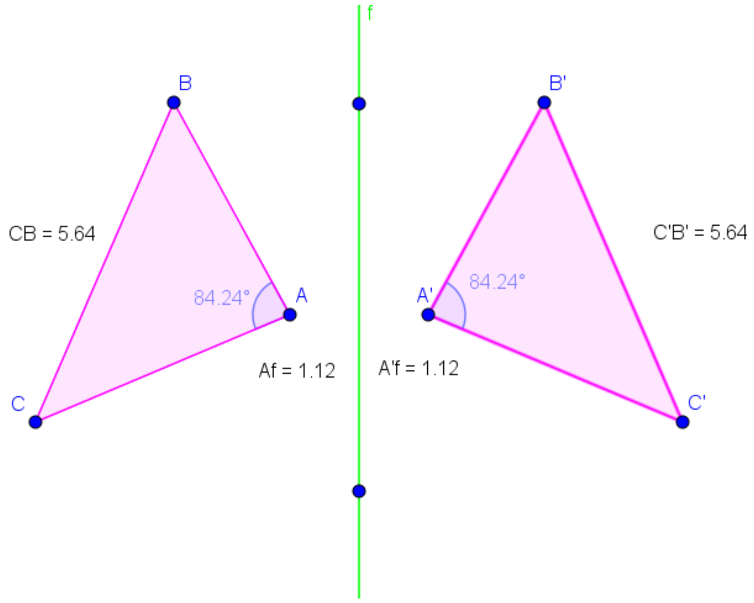


Figura 33 - Resolução da Mariana e da Filipa: obtenção da amplitude do ângulo C'A'B'

Para além deste excerto apresentam-se algumas respostas dadas pelos alunos. A figura 34 ilustra a maioria das respostas dadas pelos alunos, sendo que neste registo, em particular, os alunos compreenderam o sentido do ângulo.

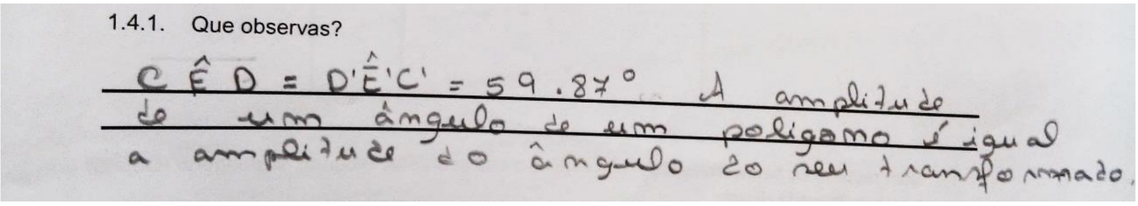


Figura 34 - Resolução da questão 1.4.1. pela Rute e Marlene

O seguinte registo (figura 35) ilustra que os alunos compreenderam a utilização do sentido horário e anti-horário para a medição de amplitudes no objeto e correspondente imagem, no entanto verifica-se uma imprecisão nos registos, na medida em que não transcreveram corretamente nem a imagem do ângulo nem as notações correspondentes às amplitudes dos ângulos.

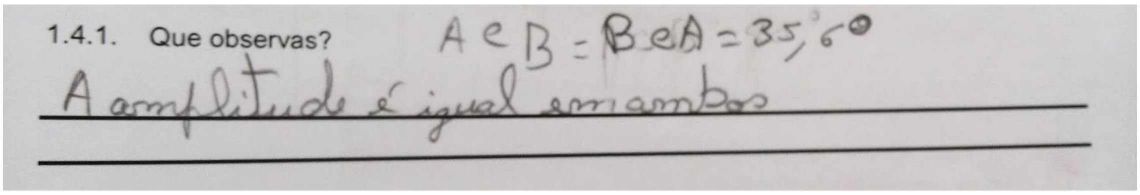


Figura 35 - Resolução da questão 1.4.1. pelo Dinis e Mafalda

Esta tarefa contribuiu para que os alunos compreendessem que, numa reflexão axial, há correspondência entre as amplitudes de dois ângulos, mais concretamente, o inicial e o seu transformado.

A última questão, a questão 1.5.1. ("*1.5.1. O que concluis?*"), em que era solicitado aos alunos que se pronunciassem sobre o que conseguiam observar através da movimentação de um ponto/vértice qualquer do polígono inicial (nomeadamente as alterações no polígono – em termos do comprimento dos lados e das amplitudes dos ângulos – e a distância à reta de reflexão) mas, também, sobre as alterações que decorriam no transformado desse mesmo polígono. Esperava-se que os alunos verificassem que, ao moverem um ponto/vértice, o comprimento dos lados adjacentes a esse ponto/vértice se alterassem, bem como a amplitude dos ângulos internos (de todos os ângulos internos, caso tivessem construído um triângulo, ou de apenas três ângulos, se tivessem construído um polígono com mais de três lados). Contudo, mais de metade dos alunos (12 alunos) não respondeu a esta questão onde se solicitava uma conclusão da tarefa resolvida. Tal poderá ser justificado pelo facto de estes alunos não estarem habituados a responder a questões deste tipo, ou seja, questões que apelem a conclusões apoiadas em experiências.

Focando a atenção nos registos dos alunos que responderam à última questão, denota-se que a maioria conseguiu compreender que, ao mover um vértice do objeto inicial, os valores obtidos nas medições efetuadas (comprimento dos lados, distância dos pontos à reta de reflexão e a amplitude dos ângulos) sofriam alterações e, consequentemente, essas alterações poderiam ser observadas na sua imagem (figura 36).

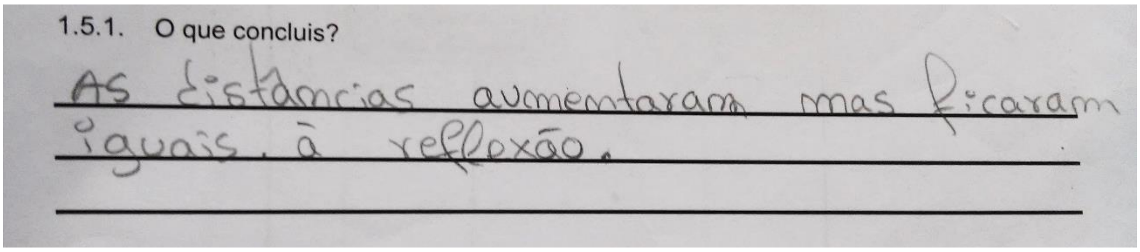


Figura 36 - Resolução da questão 1.5.1. pela Mariana e Filipa

Quando referem "que as medidas dos 2 polígonos não mudam", o Dinis e a Mafalda (figura 37) parecem querer dar a entender que há uma correspondência entre as medidas encontradas no objeto inicial e na imagem desse mesmo objeto.

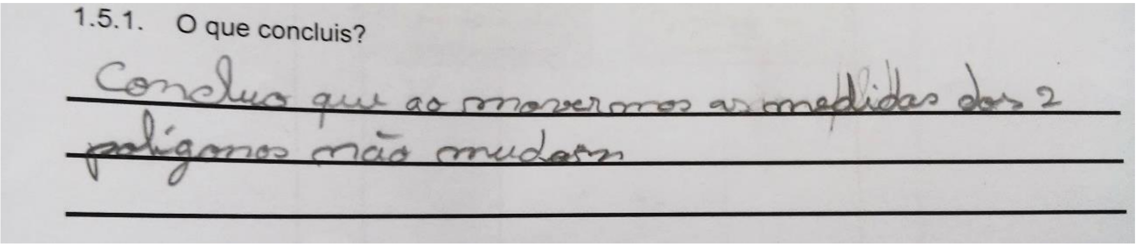


Figura 37 – Resolução da questão 1.5.1. pelo Dinis e Mafalda

O Guilherme e o Fernando (figura 38) salientam o facto de a imagem acompanhar as alterações efetuadas no objeto inicial pelo facto de utilizarem a expressão "o transformado também se move" e "mantendo-se iguais".

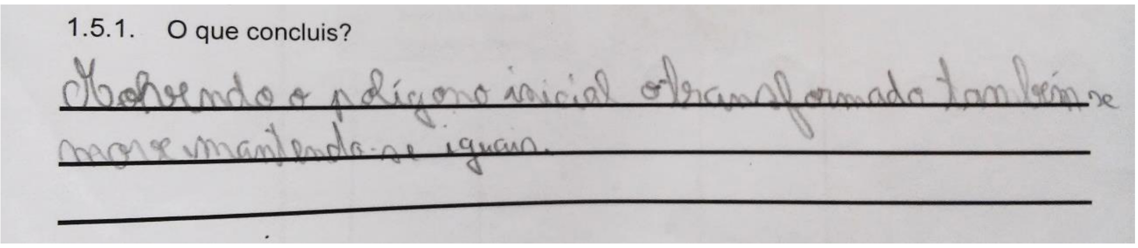


Figura 38 – Resolução da questão 1.5.1. pelo Guilherme e Fernando

A tarefa foi complementada pela utilização do GeoGebra, verificando-se que todas as duplas conseguiram obter a construção pedida, embora com valores diferentes nos lados dos polígonos, na amplitude dos ângulos internos e na distância dos vértices à reta. As imagens seguintes são algumas das construções obtidas por algumas das duplas desta turma (figuras 39 e 40).

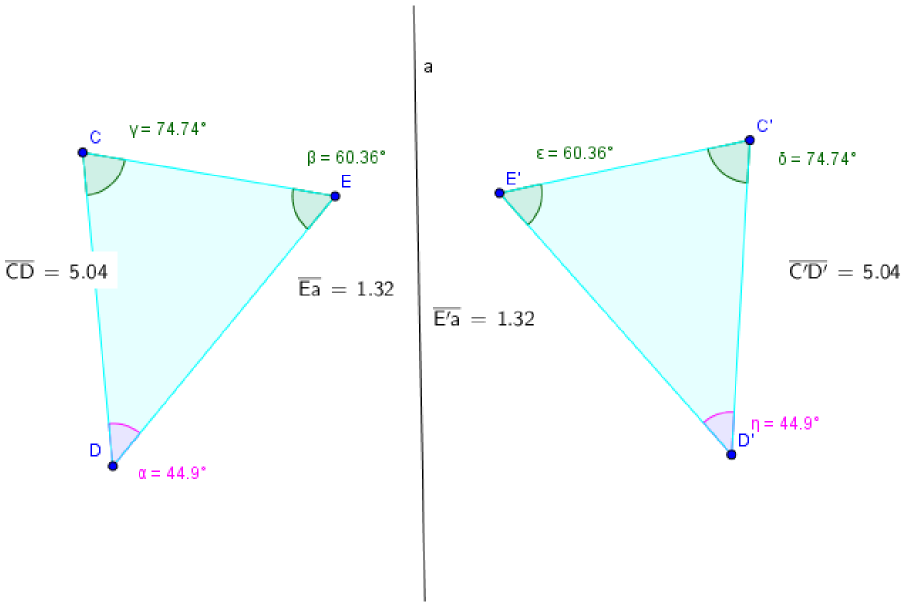


Figura 39 - Resolução da tarefa por parte da Núria e da Constança, no GeoGebra

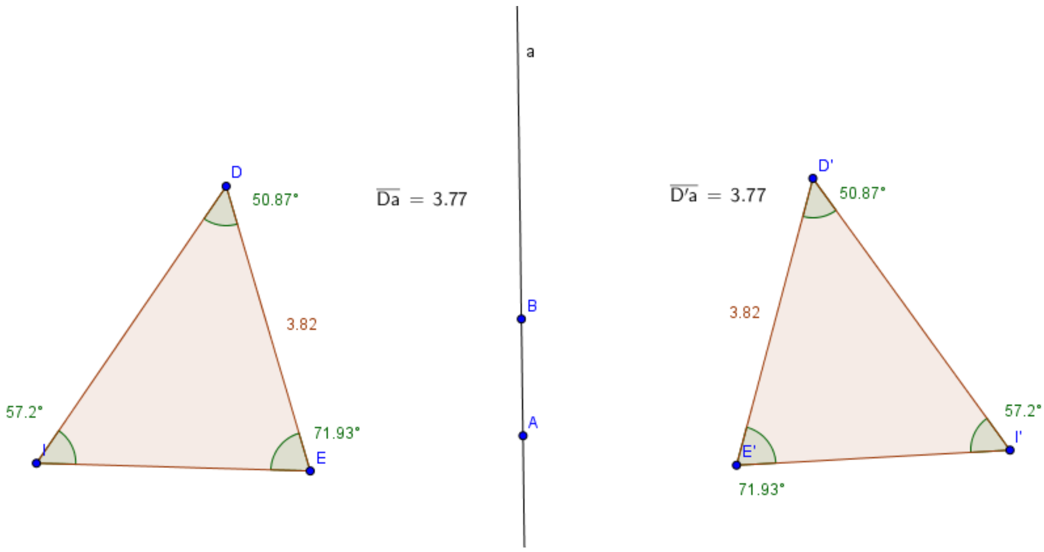


Figura 40 - Resolução da tarefa por parte do Rodrigo e do Telmo, no GeoGebra

Com esta tarefa os alunos foram capazes de verificar que, na reflexão axial: 1) a distância de um vértice do objeto inicial à reta de reflexão é a mesma do seu transformado à reta de reflexão; 2) a distância entre dois pontos, no objeto inicial, é a mesma que os pontos transformado na imagem; 3) a amplitude de um angulo, no objeto inicial é a mesma que o seu transformado.

No que concerne às principais dificuldades dos alunos, pela observação e pelo diálogo mantido com os alunos durante a resolução da tarefa, constatou-se que as mesmas se prenderam pelo tipo de questões colocadas (uma conclusão) e pela falta de atenção ao que era solicitado nos enunciados.

No que concerne aos enunciados, os alunos não os liam com a devida atenção, o que dificultava a execução de qualquer tarefa pois pediam o auxílio da professora estagiária por não compreenderem o que era pedido nas questões; realça-se que a maioria das questões efetuadas eram do tipo "O que é para fazer aqui?" e "Clico onde?", desta forma, o apoio foi sempre dado aos alunos, na medida em que eram lidos os enunciados pausadamente e individualmente, sendo que estes eram posteriormente questionados sobre o que tinham acabado de ler.

Aquando do momento de resolução da tarefa verificou-se que algumas duplas terminaram antes do tempo previsto para a sua resolução (50 minutos). Assim foram desafiadas a verificar qual era a relação estabelecida entre um segmento, que unia um objeto à sua imagem, e a reta de reflexão. A dupla formada pelo Guilherme e pelo Fernando conseguiu identificar que a reta de reflexão e o segmento de reta que liga um ponto qualquer à sua imagem formam um ângulo de 90º e que a situação de perpendicularidade se mantém caso seja movido um dos pontos da reta. As figuras seguintes procuram ilustrar um desses momentos do seu trabalho (figuras 41 a 43).

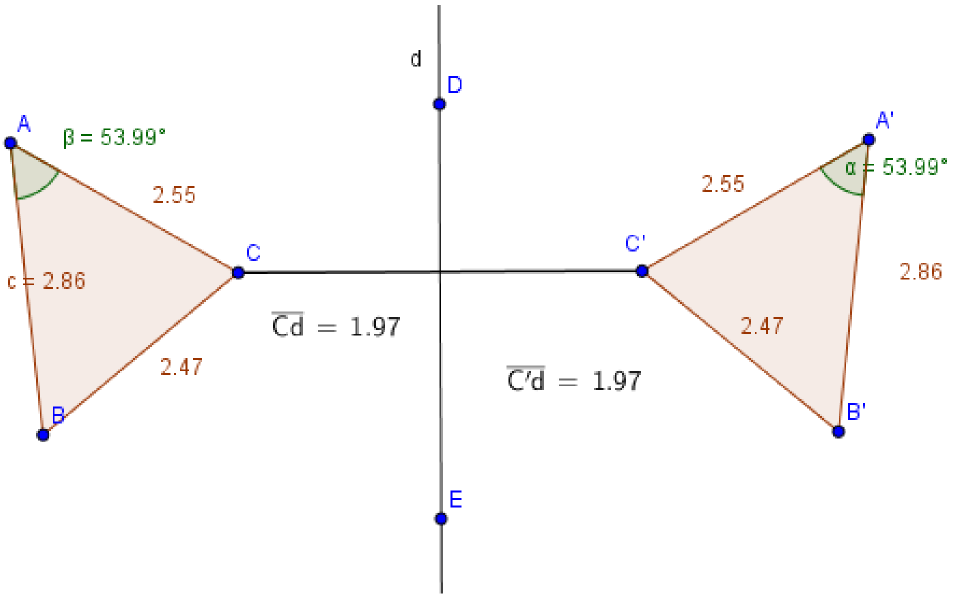


Figura 41 - Resolução do Guilherme e Fernando

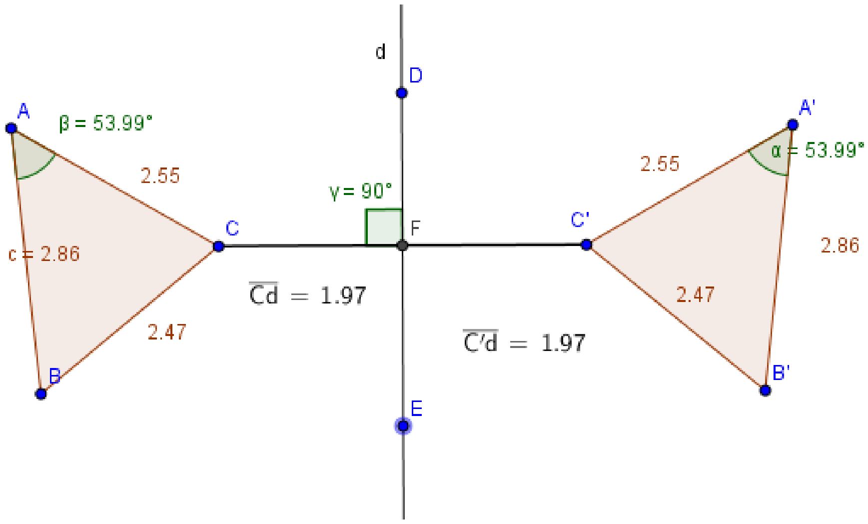


Figura 42 - Resolução do Guilherme e Fernando: posicionamento do ponto de interseção entre o segmento de reta [CC'] e a reta d e identificação do ângulo D$\hat{F}$C

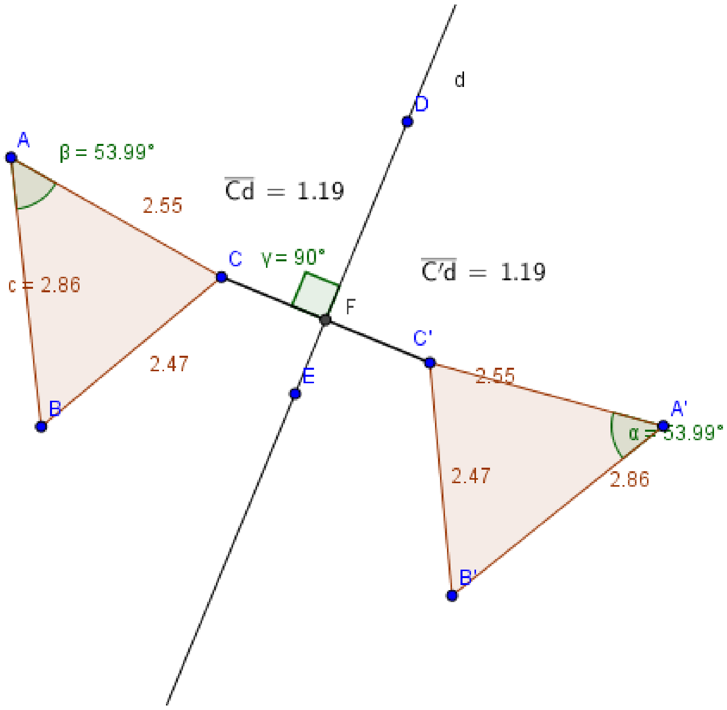


Figura 43 - Resolução do Guilherme e Fernando: movimentação do ponto E

No momento de discussão, orientado pela professora estagiária, os alunos foram convidados a expressarem as suas conclusões e respostas às demais questões. Para além do já enunciado sobre o sentido horário e anti-horário dos ângulos, também foi salientada a leitura do comprimento dos lados do polígono, surgindo no seguinte momento:

Constança *(escrevendo no quadro e explicando-se, de seguida)*	Um dos lados do meu triângulo deu 3.51, ou seja $\overline{\mathrm{AB}}$ = 3.51. No outro também deu o mesmo, $\overline{\mathrm{B'A'}}$ = 3.51.
Daniel	Isso não pode ser assim, tem de ser AB como no primeiro.
Guilherme	Não tem nada a ver! A distância é igual de um ao outro. A distância de eu a ti é a mesma de tu a mim.
Professora estagiária	Exatamente, ao contrário do que acontece na leitura dos ângulos, em que temos de ter em conta o sentido do mesmo, nos segmentos de reta não temos de ter essa preocupação. Experimentem no vosso polígono, verifiquem o comprimento de um dos lados, começando num dos vértices e depois comecem no outro vértice.

Minutos depois da tarefa proposta os alunos alegaram que os valores eram os mesmos.

3.1.2. Tarefa 2

3.1.2.1. A reflexão central na rua Alexandre Herculano

Na semana seguinte, no dia 14 de março, decorreu a segunda sessão no GeoGebra que teve como propósito rever os conceitos associados à reflexão central e introduzir a rotação.

É de salientar que, nas aulas que decorreram em contexto de sala de aula, os alunos, continuamente, solicitavam utilização do GeoGebra para resolução dos demais exercícios que eram propostos. Este facto demonstra que os alunos gostaram de trabalhar com este AGD, salientando vantagens na sua utilização, como é possível compreender através das seguintes intervenções: "Podíamos usar o GeoGebra para fazer este exercício", "Com o GeoGebra era muito mais rápido", "Quando é que voltamos para a sala de computadores?".

No início da aula a professora estagiária já se encontrava na sala e, depois dos alunos de se terem acomodado nos seus lugares, indicaram o número das lições (129ª e 130ª aulas) e a data (14/3/2017), depois de a mesma ter solicitado essas informações.

De modo a iniciar a aula a professora questionou os alunos sobre o que já tinha sido abordado em relação às transformações geométricas, ao que os alunos responderam "reflexão axial" e "reflexão central".

A professora estagiária começou por referir aos alunos que iria entregar duas tarefas[29] que serviam de consolidação da reflexão central, abordada nas aulas

[29] Cf. anexo n.º 8

passadas, mas também que servia de introdução para um novo conceito, alertando ainda que a janela do GeoGebra já se encontrava aberta com uma imagem que iria ser necessária em diversas partes da tarefa.

Ao entregar as mesmas indicou as regras de utilização do espaço e do material da sala de informática e alertou os alunos para a leitura calma e atenta dos enunciados. Não obstante, importa salientar que solicitou aos alunos que encontrassem as questões 5.2., alínea a) e b), 5.3, alínea b) e 5.3.2. pois estas continham alguns lapsos[30], ao que os alunos, no imediato, corrigiram e deram início à resolução da tarefa.

Ao circular pela sala, a professora estagiária verificou que a maioria dos alunos teve dificuldade em responder à primeira questão ("*1. Reconheces esta imagem? Indica o nome das rochas utilizadas para a sua construção.*"), que era composta por duas partes.

A primeira parte da questão, *Reconheces esta imagem?,* pretendia averiguar a atenção que os alunos prestam ao elementos do seu meio envolvente da escola que frequentam. Verificou-se, no entanto, que apenas dez alunos afirmaram reconhecer a imagem, o que poderá indicar que os restantes alunos não costumam passar pela rua Alexandre Herculano ou porque nunca repararam no adorno presente na calçada (figura 44).

Figura 44 - Calçada da rua Alexandre Herculano

No que concerne à segunda parte da questão, *Indica o nome das rochas*

[30] Na 5.2., alínea a) em vez de se ler "*O comprimento de [DE]*", dever-se-ia ler "*O comprimento de [DC]*", na alínea b) em vez de se ler "*O comprimento do transformado desse lado ([D'E'])*", dever-se-ia ler "*O comprimento do transformado desse lado ([D'C)]).*" Na 5.3., alínea b) em vez de se ler "*A amplitude do ângulo C'E'D'*", dever-se-ia ler "*A amplitude do ângulo D'E'C'*". Por fim, em vez de 5.3.2. dever-se-ia ler 5.4. pois a conclusão solicitada refere-se ao exercício todo, e não apenas ao executado em 5.3..

utilizadas para a sua construção, que pressupunha que os alunos se recordassem os conceitos abordados no ano anterior em Ciências Naturais[31], nomeadamente na identificação de rochas e sua aplicação em contextos do quotidiano[32], denotou-se que houve dispersão nas respostas dadas, o que poderá indicar que alguns alunos já não se recordavam dos mesmos conceitos.

Já na segunda questão, que previa que os alunos se lembrassem da rua onde vivem, verificou-se que dezoito não reconheceu a existência de padrões na sua rua, apesar de estarem familiarizados com o conceito[33]. Depois de questionados, alguns dos alunos referiram que, na rua onde viviam, o chão se encontrava pavimentado com alcatrão, daí não encontrarem a presença de chão calcetado e decorado com motivos geométricos.

A questão 3. ("*3. Que relação existe entre a imagem inicial e a que te é apresentada no GeoGebra?*") pretendia que os alunos relacionassem a figura 44 com a figura 45, de forma a indicarem que a imagem inicial é obtida através de uma reflexão central da imagem apresentada no GeoGebra.

Figura 45 - Imagem apresentada no GeoGebra

Verificou-se uma grande diversidade nas respostas dadas. A maioria das duplas assumiu que havia algum tipo de relação entre a primeira imagem, no entanto, apenas

---

[31] No 5.º ano do 2.º CEB

[32] De acordo com as metas de Ciências Naturais, para o 5.º ano, os alunos devem ser capazes de "distinguir diferentes grupos de rochas (…) [e] referir aplicações das rochas e dos minerais em diversas atividades humanas (Bonito *et al.*, 2013, p. 3).

[33] O conceito "padrão" é um conceito explorado tanto na Educação Pré-Escolar como no 1.º CEB, durante o período de iniciação às transformações geométricas este mesmo conceito foi discutido em contexto de sala de aula.

duas duplas conseguiram chegar a conclusão pretendida como é possível observar nas figuras 46 e 47. A dupla Dinis e Mafalda (figura 46), ao indicar que “A imagem inicial é refletida por um ponto”, constata que a figura tem reflexão central, ao que a dupla Rodrigo e Telmo é mais direta (figura 47), ao referirem que “A [figura] inicial tem reflexão central e a [presente no] GeoGebra não”.

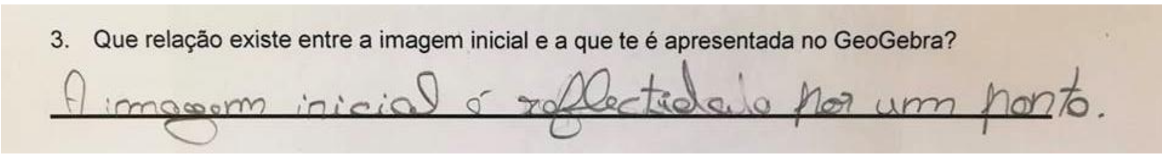


Figura 46 – Resolução da questão 3 pelo Dinis e Mafalda

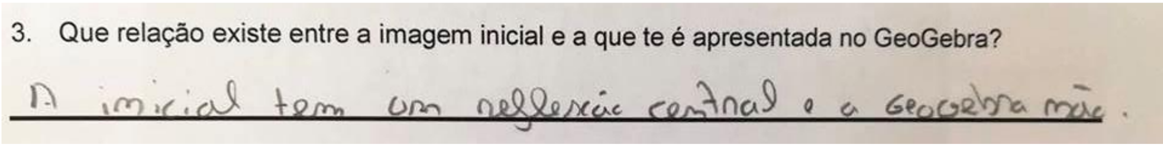


Figura 47 - Resolução da questão 2. pelo Rodrigo e Telmo

As figuras 48 e 49 representam a maioria das respostas dadas pelas duplas. Ao indicarem que a imagem apresentada no GeoGebra é “metade” da imagem original, ou que a original é o “dobro” da imagem apresentada no GeoGebra, não utilizam conceitos relativos às transforações geométricas.

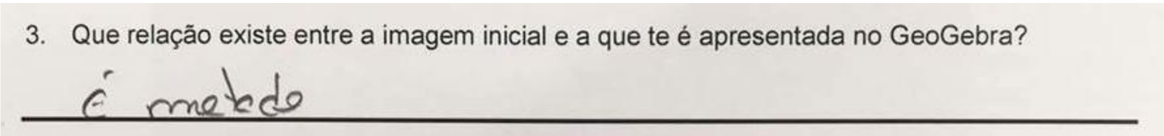


Figura 48 - Resolução da questão 3 pela da Alice e Carlota

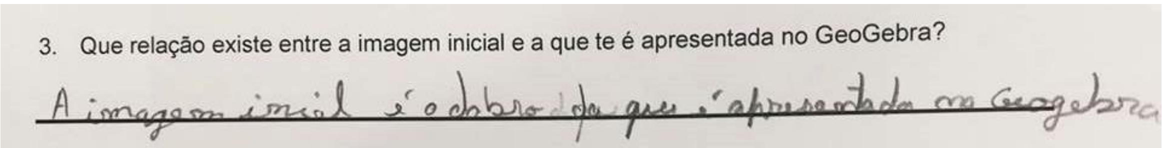
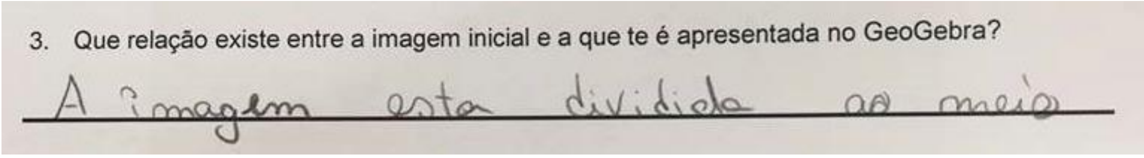


Figura 49 - Resolução da questão 3. pela da Rute e Marlene

Outros alunos, tal como demostra a figura 50, afirmaram que a imagem inicial tinha sido divida ao meio e, a partir dessa divisão, se obtinha a imagem apresentada do GeoGebra. Através desta resolução, e depois de um diálogo com os alunos, verificou-se que os alunos recorreram às transformações geométricas, nomeadamente à reflexão, para justificar o seu raciocínio e a resposta dada, apesar de não se encontrar correto.


3. Que relação existe entre a imagem inicial e a que te é apresentada no GeoGebra?

A imagem esta dividida ao meio

Figura 50 - Resolução da questão 3. pelo Dinis e Mafalda

Professora estagiária *(depois de ler o que a dupla escreveu na questão 3.)*	Então meninos, vocês dizem que a imagem está divida ao meio. Mas o que querem dizer com isso?
Dinis *(utilizando o dedo indicador para indicar uma linha vertical)*	Nós imaginámos uma linha que separava a imagem assim…
Professora estagiária	Na vertical, certo?
Dinis e Mafalda *(em coro)*	Sim!
Professora estagiária	Na semana passada falámos de uma reta que era utilizada reflexão axial, que nos ajudavam a conseguíamos obter imagens a partir dos objetos iniciais, não é verdade? Que nome dávamos a essa reta?
Mafalda	Eixo de reflexão?...
Professora estagiária	Certo! Agora vejamos… Numa reflexão axial todos os pontos da imagem se encontram à mesma distância do eixo de reflexão dos pontos do objeto inicial, como se o eixo de reflexão se tratasse de um espelho, certo?
Dinis e Mafalda *(em coro)*	Sim!
Professora estagiária *(recorrendo à imagem inicial presente na ficha de trabalho)*	Se eu colocasse um espelho no local onde vocês indicaram, eu iria obter o que fica do lado direito?
Dinis *(apontando para a imagem inicial presente na ficha de trabalho)*	Ah, não. Tinha que haver um triângulo banco aqui em cima do lado direto, colado ao do lado esquerdo.
Professora estagiária	Exato. Então se calhar não se trata de uma reflexão axial.
Dinis	Pois não, é uma reflexão central.
Professora estagiária	Exato. Vejamos então, numa reflexão axial necessitamos de um eixo de reflexão e de um objeto inicial, e numa reflexão central?
Mafalda	De um objeto inicial e de um…
Dinis	Ponto!
Professora estagiária	De um ponto! Muito bem.

A questão seguinte pretendia que os alunos obtivessem a imagem inicial através de uma reflexão central, sendo que aos mesmos não era referido que tipo de transformação usar ("*4. Obtém o transformado da imagem apresentada no GeoGebra, de modo a obteres a imagem inicial, recorrendo a uma reflexão.*"). Pela observação constatou-se que alguns alunos, inicialmente, recorreram à reflexão axial como é possível observar na figura 51, para verificarem que não se tratava de uma reflexão axial.

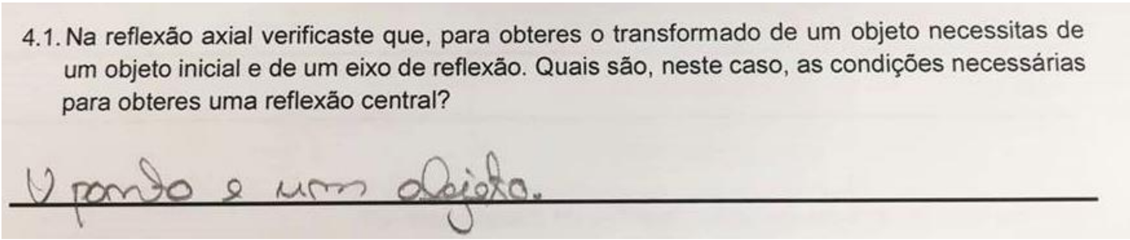
Figura 51 - Resolução do Guilherme e do Fernando, no GeoGebra

Todos os alunos da conseguiram obter a imagem inicial o que demonstra que conseguiram aplicar os conceitos abordados na aula anterior (09/03/2017), sendo que alguns necessitaram do auxílio da professora estagiária para posicionar o centro da reflexão central. A figura 52 retrata a maioria das resoluções apresentadas pelos alunos.

Figura 52 - Resolução da Mariana e da Filipa, no GeoGebra

Seguindo para a questão 4.1. ("*4.1. Na reflexão axial verificaste que, para obteres o transformado de um objeto necessitas de um objeto inicial e de um eixo de reflexão. Quais são, neste caso, as condições necessárias para obteres uma reflexão central?*"), a maioria indicou que necessitariam de um objeto inicial e de um ponto (o ponto de reflexão), os restantes reportaram-se aos passos executados no GeoGebra até obter a imagem do objeto inicial.

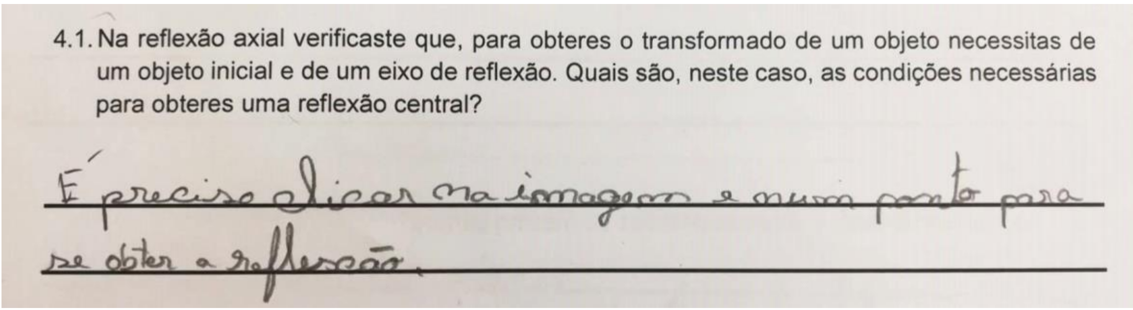
Importa referir que, com esta questão pretendia-se que os alunos reconhecessem os elementos necessários para obter uma reflexão central: um objeto e um centro de reflexão. O que facto de os alunos conseguirem identificar as condições necessárias para obter uma reflexão central mostra que os mesmos conseguiram explicitar e compreender os passos efetuados no GeoGebra, apesar de se exprimirem de formas diferentes (figuras 53 e 54).



4.1. Na reflexão axial verificaste que, para obteres o transformado de um objeto necessitas de um objeto inicial e de um eixo de reflexão. Quais são, neste caso, as condições necessárias para obteres uma reflexão central?

O ponto e um objeto.

Figura 53 - Resolução da questão 4.1. pelo Dinis e Mafalda



4.1. Na reflexão axial verificaste que, para obteres o transformado de um objeto necessitas de um objeto inicial e de um eixo de reflexão. Quais são, neste caso, as condições necessárias para obteres uma reflexão central?

É preciso clicar na imagem e num ponto para se obter a reflexão.

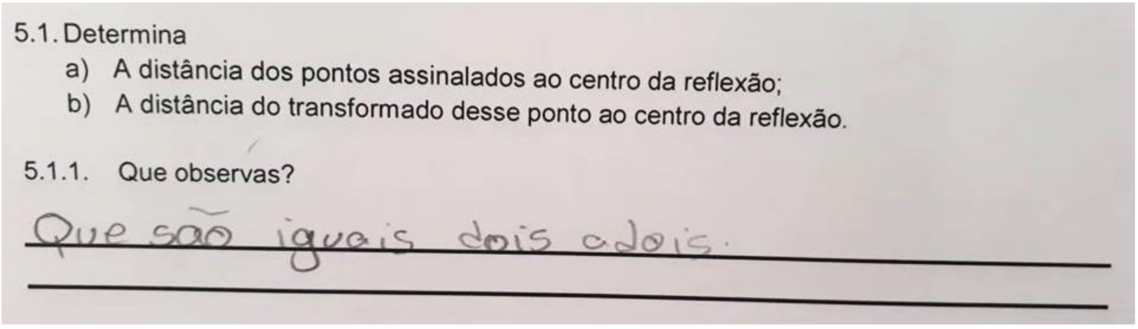
Figura 54 - Resolução da questão 4.1. pela Rute e Marlene

A questão 5. (*"5. Assinala três pontos como sugere a seguinte figura."*) não suscitou nenhuma dificuldade nas duplas, pelo que as mesmas apenas que tiveram que clicar em **Novo Ponto** e, de seguida, em **Renomear**, para as letras coincidissem com as da figura do exercício 5.

As questões seguintes, 5.1., 5.2. e 5.3. requeriam, por parte dos alunos, medições de comprimentos e ângulos, de modo a que observassem que comprimentos e os ângulos permanecem com iguais, entre o objeto inicial e o seu transformado, numa reflexão central.

Em relação à 5.1. ("*5.1. Determina. a) A distância dos pontos assinalados ao centro de reflexão; b) A distância do transformado desse ponto ao centro de reflexão.*") verificou-se que todos os alunos conseguiram concretizar o solicitado na alínea a), contudo, na alínea b) os mesmos teriam que encontrar o transformado dos pontos através da reflexão central dos mesmos, como algumas duplas colocaram os pontos através da opção **Novo Ponto**, o comprimento das distâncias não coincidia, entre o objeto inicial e a sua imagem. Depois das duplas terem sido alertadas para a pertinência da utilização da reflexão central, conseguiram obter o comprimento da distância da imagem ao centro da reflexão.

A resolução a seguir (figura 55) ilustra a maioria das respostas dadas pelos alunos, ao afirmarem que os comprimentos do segmento de reta que une os pontos ao centro de reflexão são iguais aos dos transformados ao centro de reflexão.

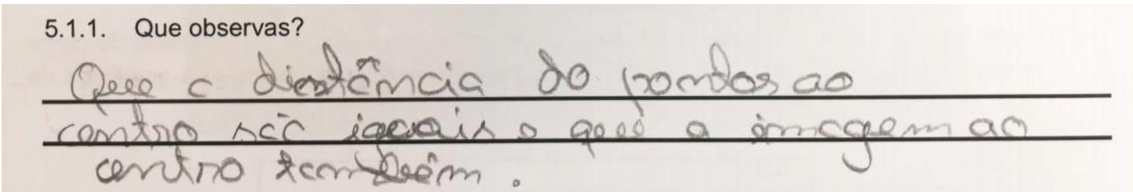

5.1. Determina
a) A distância dos pontos assinalados ao centro da reflexão;
b) A distância do transformado desse ponto ao centro da reflexão.

5.1.1. Que observas?

Que são iguais dois a dois.

Figura 55 – Resolução da questão 5.1. pela Mariana e Filipa

Na resolução do Rodrigo e do Telmo (figuras 56 e 57) verifica-se que os mesmos conseguiram verificar que existia uma relação entre os comprimentos dos objetos iniciais ao centro de reflexão e os comprimentos dos seus transformados ao centro de reflexão, seguido da resolução da dupla no GeoGebra.


5.1.1. Que observas?

Que a distância do pontos ao centro são iguais a que a imagem ao centro também.

Figura 56 - Resolução da questão 5.1.1. pelo Rodrigo e Telmo

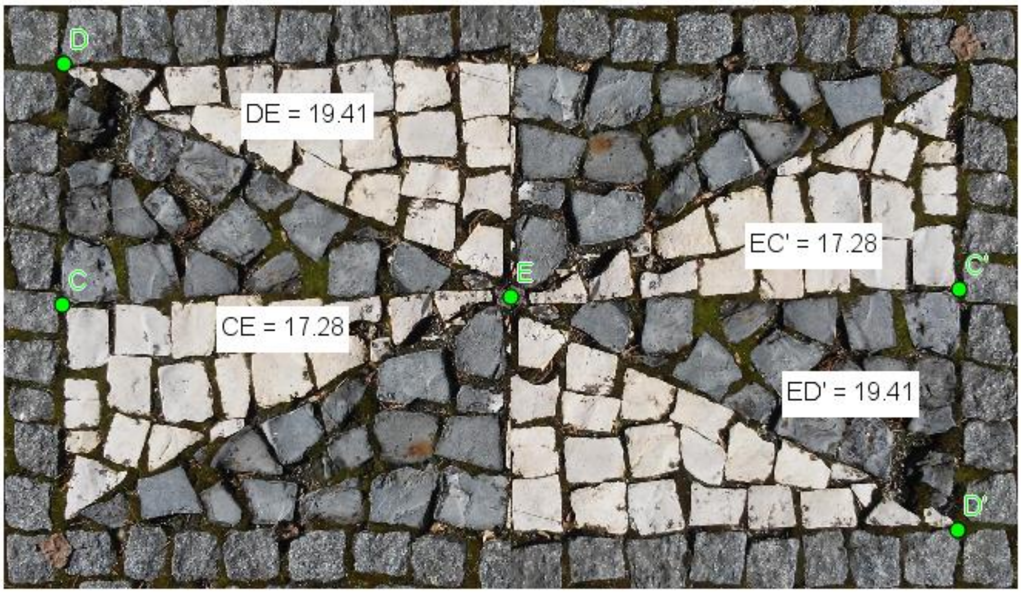
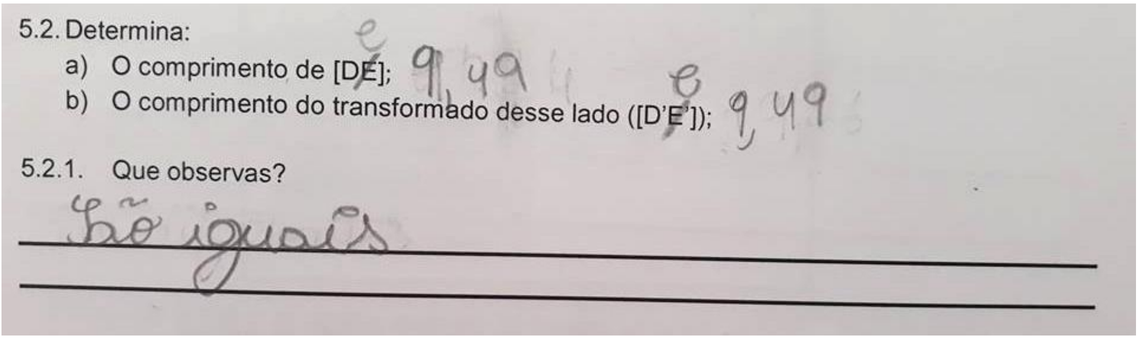


Figura 57 - Resolução do Rodrigo e do Telmo, no GeoGebra

Passado para a 5.2. ("*5.1. Determina. a) O comprimento de [DC]; b) O comprimento do transformado desse lado ([D'C']).*"), depois das duplas terem efetuado o solicitado na 5.1. não tiveram grandes dificuldades na 5.2., visto que também pedia a medição de duas distâncias. A resolução da Rute e da Marlene (figuras 58 e 59), tanto na tarefa, como no GeoGebra, retratam o que foi efetuado pela maioria dos alunos. Ao referirem que "São iguais" indicam que [DC] e [D'C'] têm o mesmo comprimento.



5.2. Determina:

a) O comprimento de [DE]; 9,49

b) O comprimento do transformado desse lado ([D'E']); 9,49

5.2.1. Que observas?

São iguais

Figura 58 - Resolução da questão 5.2.1. pela Rute e Marlene

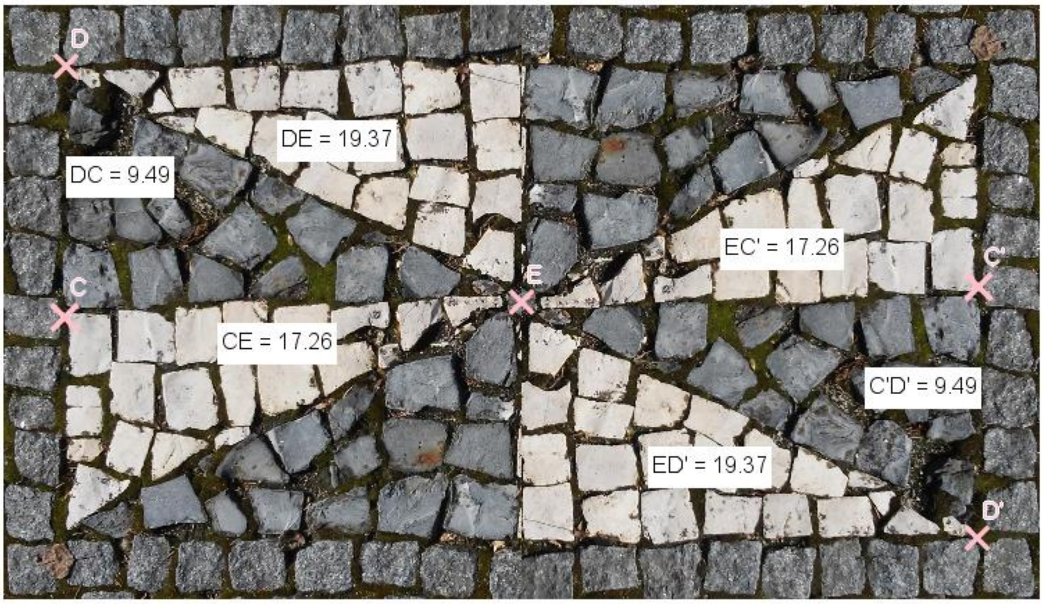
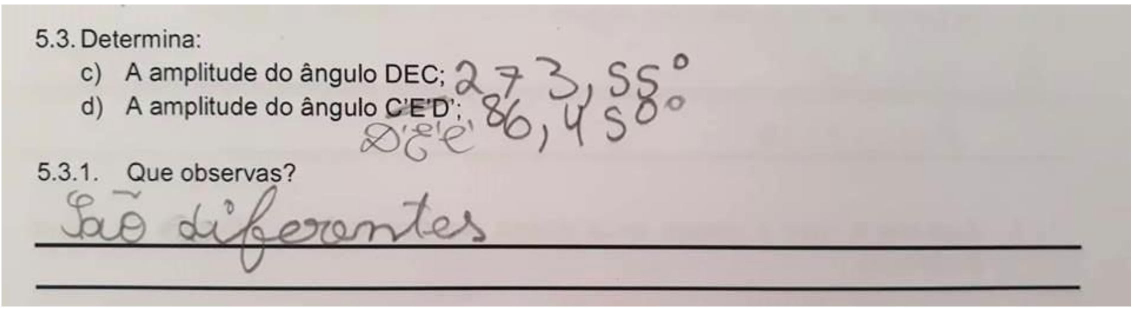


Figura 59 - Resolução da Rute e da Marlene, no GeoGebra

Na 5.3. ("*5.3. Determina. a) A amplitude do ângulo DEC; b) A amplitude do ângulo D'E'C'.*"), os alunos teriam que recorrer à **Ângulo** para conseguir determinar as amplitudes solicitadas. Verificou-se que algumas duplas não respeitaram o sentido dos ângulos e, por isso, consideraram que os ângulos tinham amplitudes diferentes, tal como demostra a resolução da Rute e da Marlene ($D\hat{E}C$=273,55º e $D'\widehat{E'}C'$=86,45º) (figura 60).



5.3. Determina:

c) A amplitude do ângulo DEC; 273,55°

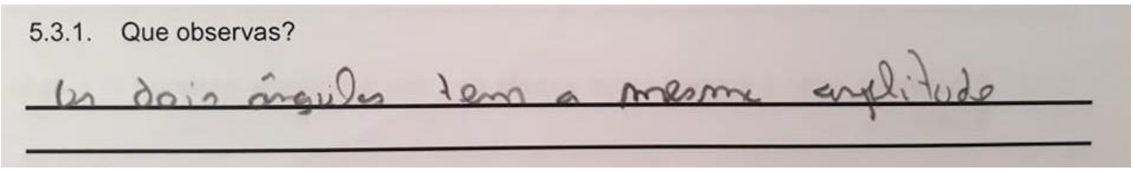
d) A amplitude do ângulo ~~C'E'D'~~; D'E'C' 86,45°

5.3.1. Que observas?

São diferentes

Figura 60 – Resolução da questão 5.3.1. pela Rute e Marlene

A resolução a seguir (figura 61) demonstra a conclusão a que maior parte dos alunos chegou, de que os alunos tinham a mesma amplitude, seguindo-se da resolução das mesmas no GeoGebra (figura 62).


5.3.1. Que observas?

Os dois ângulos tem a mesma amplitude

Figura 61 - Resolução da questão 5.3.1. pela Alice e Carlota

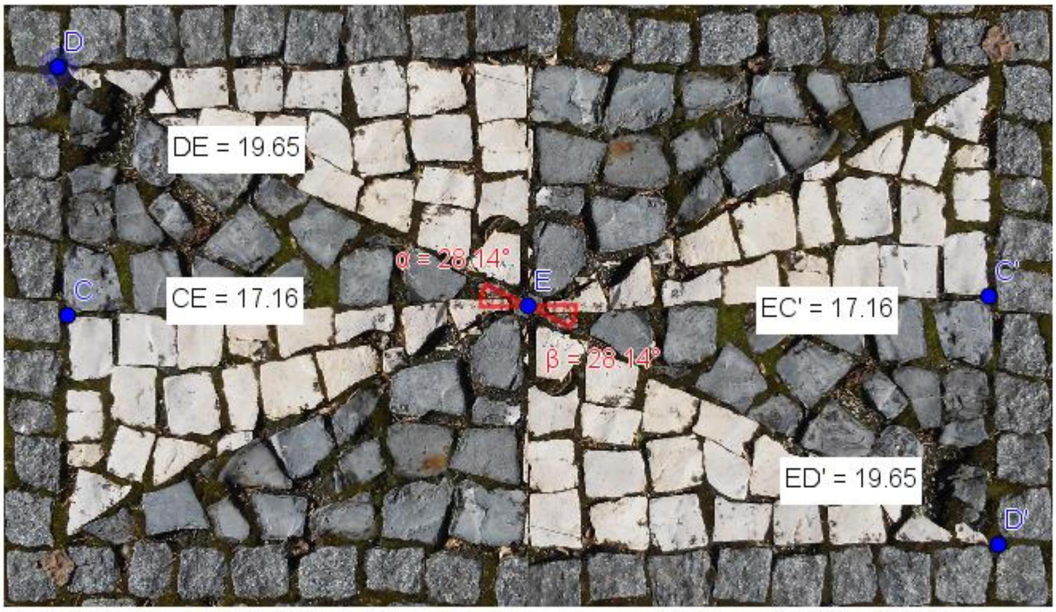


Figura 62 - Resolução da Alice e da Carlota, no GeoGebra

As questões 5.1., 5.2. e 5.3. demonstraram que os alunos conseguiram executar o solicitado no GeoGebra e que foram capazes de formular pequenas conclusões sobre o observado. Os alunos conseguiram verificar que numa reflexão central: 1) os comprimentos de segmento de reta que une os pontos ao centro de reflexão são iguais aos dos transformados ao centro de reflexão; 2) a distância entre dois quaisquer pontos, no objeto inicial é igual à distância entre o transformado desses mesmos pontos; 3) um ângulo, no objeto inicial, e o seu transformado, têm a mesma amplitude.

Para finalizar a questão 5. as duplas teriam que responder à questão 5.4. ("*5.4. O que concluis?*") pelo que se verificou que alguns alunos, num total de 6, deixaram o espaço da resposta em branco. Este facto demonstra que alguns alunos ainda não se sentem confiantes para formular uma conclusão depois de terem reunido um conjunto de dados, no entanto, denota-se uma diminuição do número de respostas em branco.

Os restantes conseguiram observar que as distâncias medidas no objeto inicial correspondiam às distâncias medidas na sua imagem, bem como a amplitude do ângulo medido no objeto inicial e na imagem do mesmo. Uns redigiram conclusões mais curtas, como é possível observar na resolução do Dinis e da Mafalda (figura 63) e outros, como a Alice e a Carlota (figura 64), construíram uma conclusão mais elaborada, onde é possível ler “Na reflexão axial os ângulos e os lados são iguais e todos os pontos estão à mesma distância do centro”.

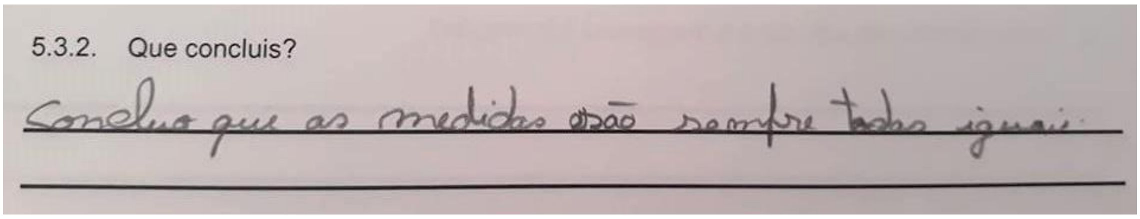


Figura 63 - Resolução da questão 5.3.2. pelo Dinis e Mafalda

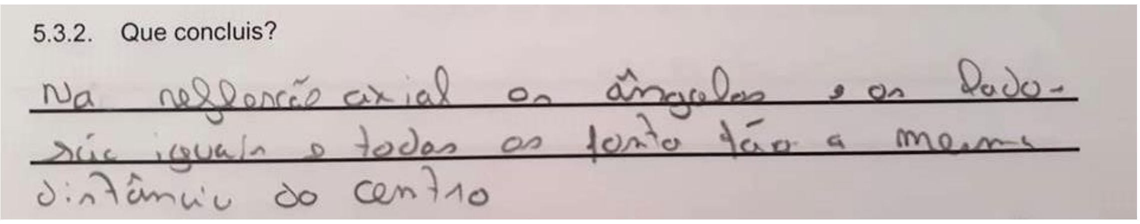


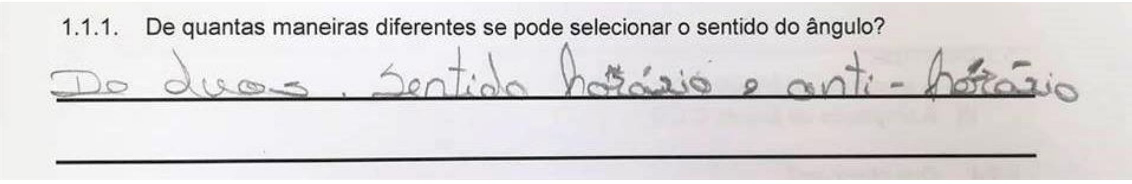
Figura 64 - Resolução da questão 5.3.2. pela Alice e Carlota

Em relação a esta primeira parte da tarefa denotou-se que as maiores dificuldades se reportaram às questões 3 e 5.4., pois continuam a ter alguns entraves na transposição do seu raciocínio por palavras. Para além das conclusões suprarreferidas é possível constatar que os alunos também verificaram a aplicabilidade da reflexão central em contextos do quotidiano, graças à utilização do GeoGebra.

3.1.2.2. Vamos rodar uma imagem!

A segunda tarefa, “Vamos rodar uma imagem!”, de introdução à rotação, ocupou os 30 minutos finais da aula de 90 minutos. Como se tratava de um conceito novo os alunos realizaram o solicitado na ficha de trabalho à medida que eram dadas indicações pela professora estagiária.

Os exercícios 1 (“*1. Tal como na tarefa anterior, determina um ponto que será o centro de rotação, como sugere a imagem seguinte.*”) e 1.1. (“*1.1. Recorrendo à opção indicada na imagem, obtém o transformado da figura utilizando como centro de rotação o ponto que assinalaste anteriormente (Centro), com uma amplitude de 180º (Amplitude).*”) não suscitaram dúvidas nos alunos, pelo que, todos conseguiram identificar, na questão 1.1.1. (“*1.1.1. De quantas maneiras diferentes se pode selecionar o sentido do ângulo?*”), que existem dois sentidos quando nos referimos aos ângulos (o horário e o anti-horário) (figura 65).

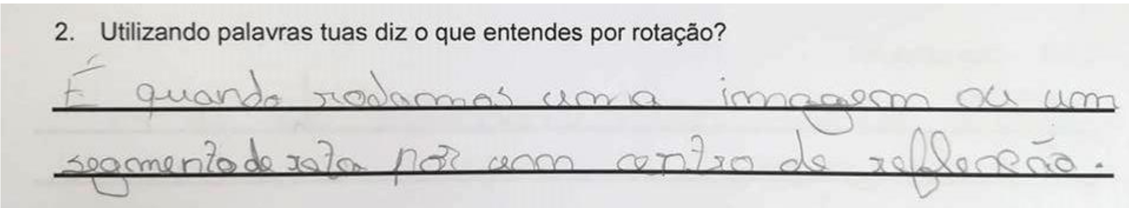

1.1.1. De quantas maneiras diferentes se pode selecionar o sentido do ângulo?

Do duas. Sentido horário e anti-horário

Figura 65 - Resolução da questão 1.1.1. pela Núria e Constança

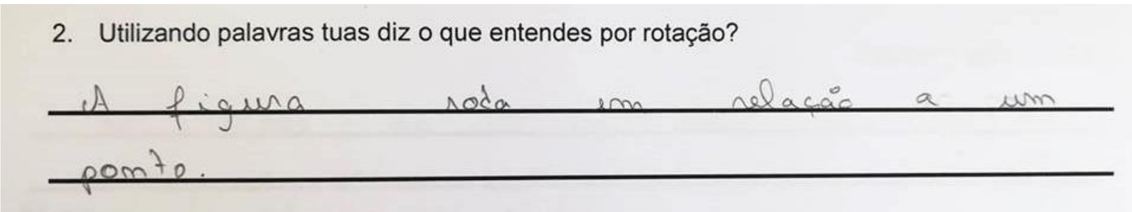
Passando para a última questão (“*2. Utilizando palavras tuas diz o que entendes por rotação?*”), as duplas tiveram a oportunidade de discutir entre si sobre o conceito “rotação”, verificou-se, contudo, que cinco duplas não conseguiram dar resposta à questão e as restantes tiveram dificuldades em completar o solicitado por não conseguirem traduzir o seu raciocínio por palavras ou por se encontrarem pouco à vontade com o novo conceito.

Esta questão tinha como objetivo aferir a capacidade dos alunos em construir um conceito com base no trabalho efetuado. Apesar das dificuldades, por se tratar de um conceito novo, denotou-se que Dinis e Mafalda (figura 66) e Rodrigo e Telmo (figura 67) compreenderam o conceito, no entanto os alunos Dinis e Mafalda em vez de centro de rotação colocaram centro de reflexão.


2. Utilizando palavras tuas diz o que entendes por rotação?

É quando rodamos uma imagem ou um segmento de reta por um centro de reflexão.

Figura 66 - Resolução da questão 2. pelo Dinis e Mafalda


2. Utilizando palavras tuas diz o que entendes por rotação?

A figura roda em relação a um ponto.

Figura 67 - Resolução da questão 2. pelo Rodrigo e Telmo

Nesta segunda parte da tarefa as dificuldades concentraram na questão 2. por esta solicitar a explicitação de um conceito novo para os alunos. Apesar dos entraves, os alunos verificaram que: 1) um ângulo pode apresentar dois sentidos, o sentido horário e o sentido anti-horário; 2) a rotação de um objeto é feita através de um ponto, o centro de rotação.

3.1.3. Tarefa 3

3.1.3.1. Elementos decorativos na rua 25 de Abril

Quinze dias a seguir, no dia 29 de março, nas 143ª e 144ª aulas, foi implementada a última tarefa[34]. A mesma[35] era composta por duas partes "Elementos decorativos na rua 25 de Abril" e "Mãos à obra!", a qual serviu consolidação dos conceitos associados à simetria de rotação e à reflexão axial

A professora estagiária começou por dizer aos alunos de que se tratava da última sessão planeada no GeoGebra, aos que os alunos, no imediato, demonstraram o seu descontentamento referindo, entre as demais expressões que "As aulas no computador são mais fixe", "Não! Eu gosto do GeoGebra…", "Podíamos ter aulas sempre aqui!", etc. Tal descontentamento e expressões verbalizadas sugerem que os alunos preferem participar em aulas em que tenham acesso a um computador, onde se enfatiza o GeoGebra.

Ao entregar a ficha de trabalho a professora estagiária começou por indicar que se tratava de uma ficha de consolidação sobre a simetria de rotação e a reflexão axial, pedindo aos alunos que lessem com atenção o enunciado.

Em relação à primeira questão ("*1. Reconheces esta imagem?*"), que pretendia determinar a atenção que os alunos prestam aos elementos presentes numa das ruas principais no município onde pertence a escola, denotou-se que oito alunos afirmaram reconhecer a mesma, em relação aos 14 alunos a resposta negativa poderá indicar que os restantes alunos não costumam passar pela rua 25 de Abril ou porque nunca repararam no elemento decorativo ilustrado na figura 68.

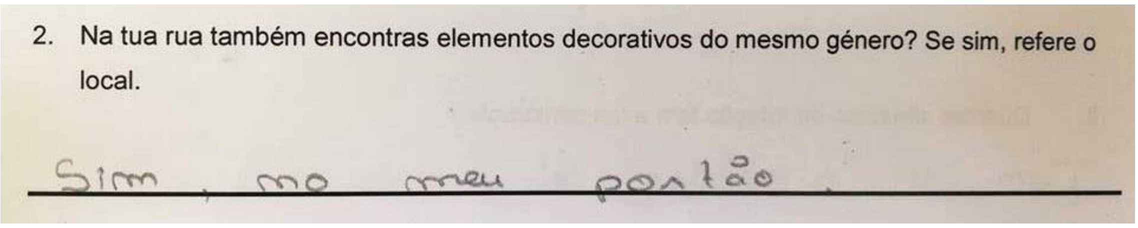
---

[34] Entre a segunda e a terceira tarefa os alunos foram preparados para o teste de avaliação (aplicado no dia 28 de março) que foi igual para todos os alunos do agrupamento, pelo que a professora titular considerou adequado que os alunos trabalhassem apenas os conceitos que foram avaliados no teste de avaliação, através de exercícios escritos.

[35] Cf. anexo n.º 9

Figura 68 - Elemento decorativo na rua 25 de Abril

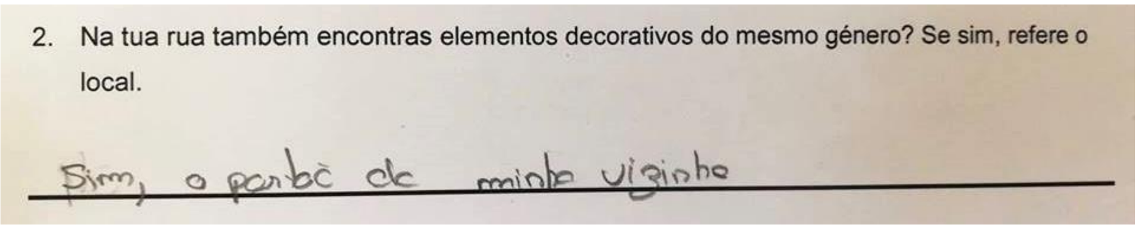
Passando para a questão 2. ("*2. Na tua rua também encontras elementos decorativos do mesmo género? Se sim, refere o local.*"), denota-se que a maioria reconhece a presença de elementos decorativos na sua rua, ou mesmo na sua casa, como é possível verificar nas resoluções individuais da Alice (figura 69) e do Telmo (figura 70).



2. Na tua rua também encontras elementos decorativos do mesmo género? Se sim, refere o local.

Sim, no meu portão.

Figura 69 - Resolução da questão 2. pela Alice



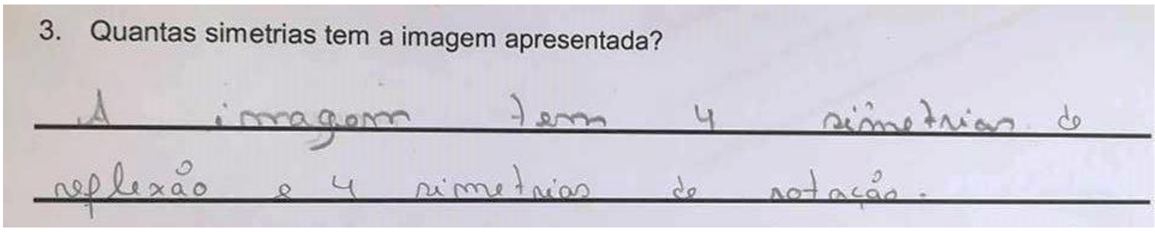
2. Na tua rua também encontras elementos decorativos do mesmo género? Se sim, refere o local.

Sim, o portão da minha vizinha

Figura 70 - Resolução da questão 2. pelo Telmo

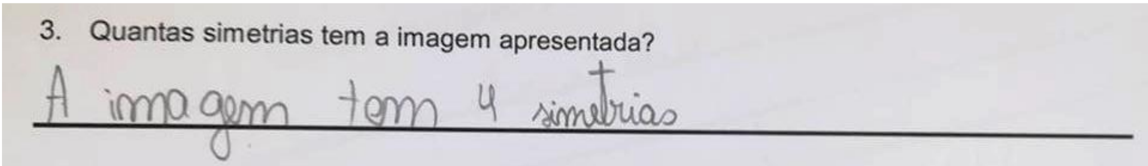
Depois de observadas as respostas dadas pelos alunos a professora estagiária questionou os alunos sobre a existência de elementos decorativos do mesmo género noutros locais, para além da rua onde os mesmos habitam. Verificou-se que os alunos ficaram entusiasmados com a questão querendo participar de forma desordenada, pelo que tiveram de ser relembrados das regras da sala de aula; de uma forma ordeira foram dando as seguintes respostas: “nas grades da escola”, “na igreja maior”, “nos bancos do parque”, etc..

Na última questão da primeira parte (“*3. Quantas simetrias tem a imagem apresentada?*”), pretendia que os alunos afirmassem que a figura tinha quatro simetria de reflexão e quatro simetrias de rotação, assim, denotou-se que a maioria afirmou que a imagem tinha 4 simetrias e referiram quais (figura 71), sendo que alguns não identificaram o tipo de simetria presente, como é possível verificar na figura 72.


3. Quantas simetrias tem a imagem apresentada?

A imagem tem 4 simetrias de reflexão e 4 simetrias de rotação.

Figura 71 - Resolução da questão 3. pelo Rodrigo e Telmo


3. Quantas simetrias tem a imagem apresentada?

A imagem tem 4 simetrias

Figura 72 - Resposta da questão 3. pelo Jorge e Manuel

Esta resolução desta questão demonstra que a maioria dos alunos sabe identificar o tipo de simetria existente, pelo que alguns apenas consideraram a simetria de reflexão como demonstra o seguinte diálogo.

Professora estagiária	Meninos, referem a imagem tem quatro simetrias. Podem explicar um pouco melhor?
Manuel (*traçando com o indicador, eixos na figura*)	Assim…
Professora estagiária	Muito bem, e que nome se dá a esse tipo de simetria?
Manuel	Simetria de reflexão.
Professora estagiária	Isso mesmo, têm de indicar na folha. E não conseguem observar outro tipo de simetria?
Jorge	Só se for com a rotação, a outra que demos…
Manuel	Ah sim, dá!
Professora estagiária	Assim sendo, quantas simetrias de rotação conseguem observar
Manuel (*apontando, no sentido anti-horário*)	Esta parte vai para aqui, para aqui, aqui e volta aqui. São quatro!
Professora estagiária	São quatro, de facto. Podem registar nas vossas folhas.

Através do diálogo efetuado com os alunos estes indicaram que uma figura pode conter mais do que um tipo de simetria, como é o caso da figura 67, assim, através da primeira tarefa os alunos: 1) denotaram que uma figura pode apresentar mais do que um tipo de simetria (simetria axial ou simetria de rotação); 2) indicaram o número de simetrias que pode conter uma dada imagem; 3) reconheceram as simetrias estudadas em elementos do quotidiano; 4) identificaram sítios/edifícios do seu quotidiano onde é possível reconhecer a simetria axial e/ou a simetria de rotação.

3.1.2.2. Vamos rodar uma imagem!

A última parte da tarefa pretendia que os alunos construíssem uma figura tivesse simetria de rotação e, posteriormente, que explicassem o modo como a obtiveram.

Através desta tarefa verificou-se grande adesão e entusiasmo, por parte dos alunos, à tarefa proposta, por permanecerem focados na mesma e pelo diálogo mantido entre as duplas para a construção de uma figura que cumprisse com os requisitos.

Pela observação denotou-se a elaboração, por parte dos alunos, de algumas construções complexas[36] no GeoGebra, o que demonstra o envolvimento dos alunos na tarefa proposta e a aplicação correta dos conhecimentos matemáticos pois compreenderam o solicitado.

Para facilitar a formulação de uma resposta na questão 1. (*1. Explica como obtiveste a tua construção*) a professora estagiária indicou aos mesmos para irem apontando os passos dados, de modo a enriquecerem a resposta. Assim, é possível observar duas resoluções dos alunos à tarefa; a dupla António e André realizaram a construção mais simples (figura 73), comparando com outras duplas, no entanto completaram com o solicitado e conseguiram descrever o modo de construção da mesma, identificando, corretamente o número de simetrias de rotação (figura 74).

[36] Cf. anexo n.º 9

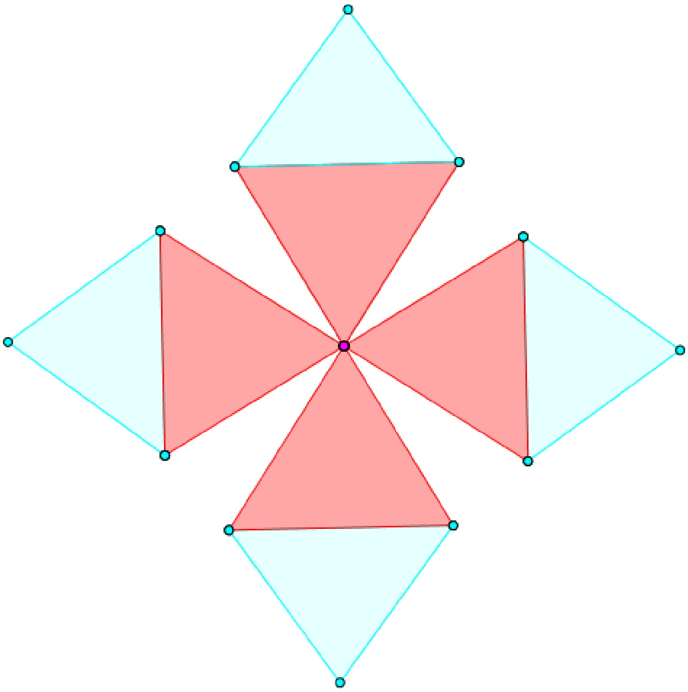
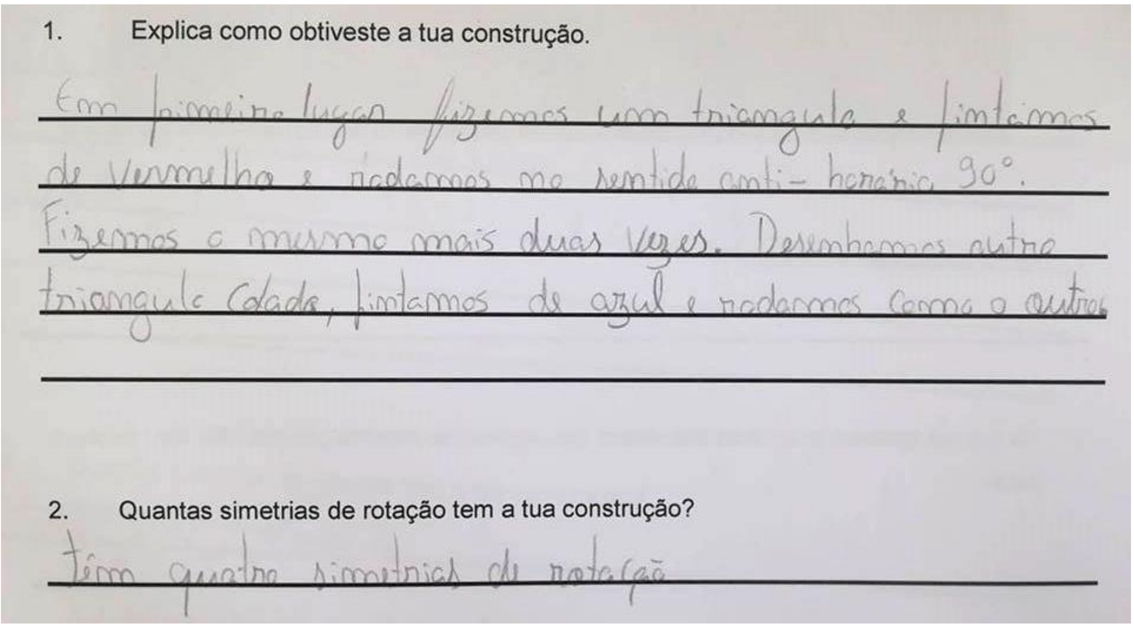


Figura 73 - Resolução de António e André, no GeoGebra



1. Explica como obtiveste a tua construção.

Em primeiro lugar fizemos um triangulo e pintamos de vermelho e rodamos no sentido anti-horario 90°. Fizemos o mesmo mais duas vezes. Desenhamos outro triangulo colado, pintamos de azul e rodamos como o outros

2. Quantas simetrias de rotação tem a tua construção?

têm quatro simetrias de rotação

Figura 74 – Resolução das questões 1. e 2. pelo António e André

A dupla Mariana e Filipa obtiveram uma construção um pouco mais complexa (figura 75) e, da mesma forma, também conseguiram completara com o solicitado, descrever o modo de construção e identificar o número de simetrias de rotação (figura

76).

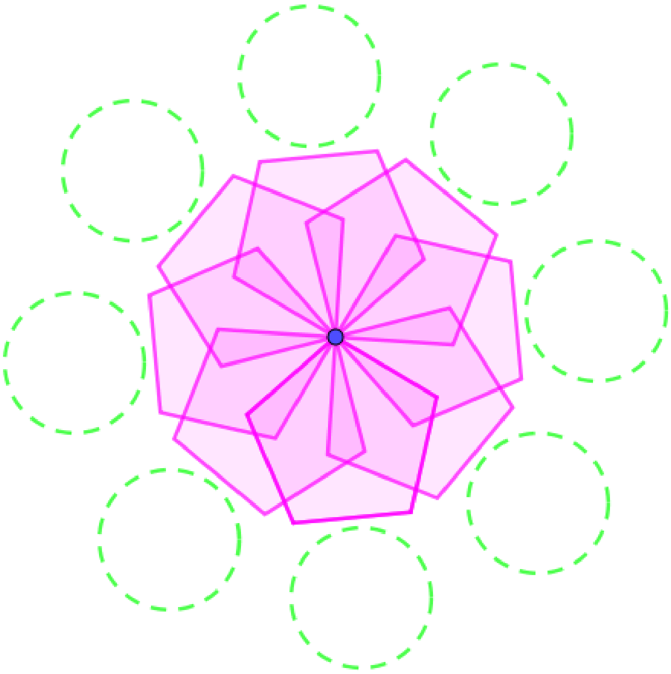
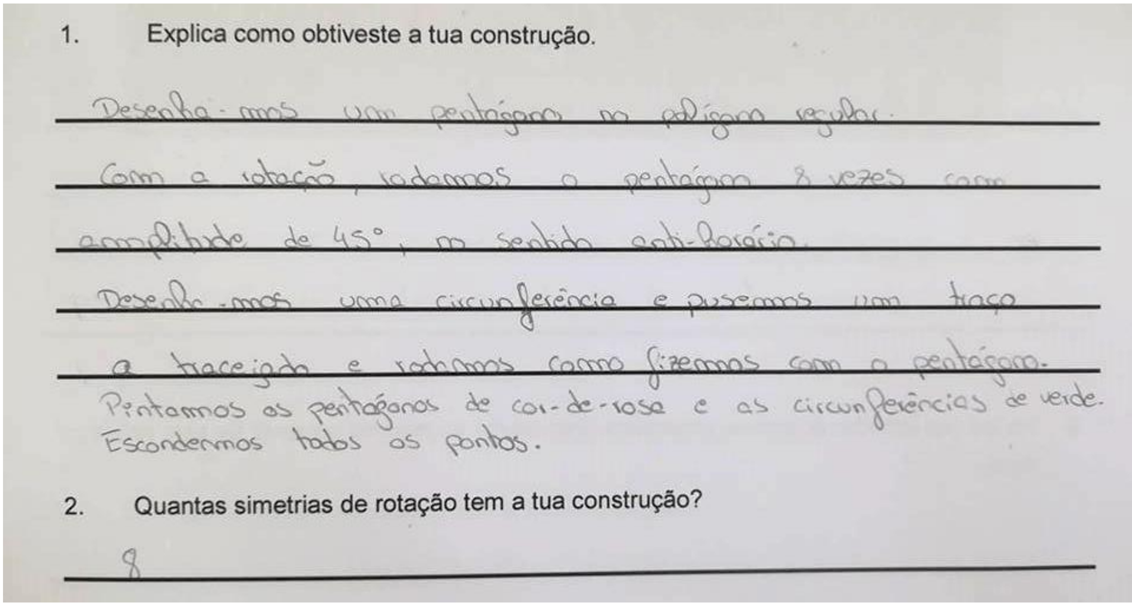


Figura 75 - Resolução de Mariana e Filipa, no GeoGebra



1. Explica como obtiveste a tua construção.

Desenha-mos um pentágono no polígono regular.
Com a rotação, rodamos o pentágono 8 vezes com
amplitude de 45°, no sentido anti-horário.
Desenha-mos uma circunferência e pusemos um traço
a tracejado e rodamos como fizemos com o pentágono.
Pintamos os pentágonos de cor-de-rosa e as circunferências de verde.
Escondemos todos os pontos.

2. Quantas simetrias de rotação tem a tua construção?

8

Figura 76 - Resolução das questões 1. e 2. pela Mariana e Filipa

Os alunos demonstraram grande entusiasmo na resolução desta tarefa, não apresentando dificuldades. As duplas que terminaram mais cedo foram desafiadas a elaborar construções mais complexas.

Com a segunda tarefa os alunos: 1) construíram figuras com simetria de rotação e algumas com simetria de axial; 2) descreveram o número de simetrias que pode conter uma dada figura.

Na semana seguinte, de 3 a 7 de abril decorreu, na sala de convívio dos alunos, a exposição das composições elaboradas no GeoGebra pelas duplas, referentes à tarefa *Vamos rodar uma imagem!* (figuras 77-79).

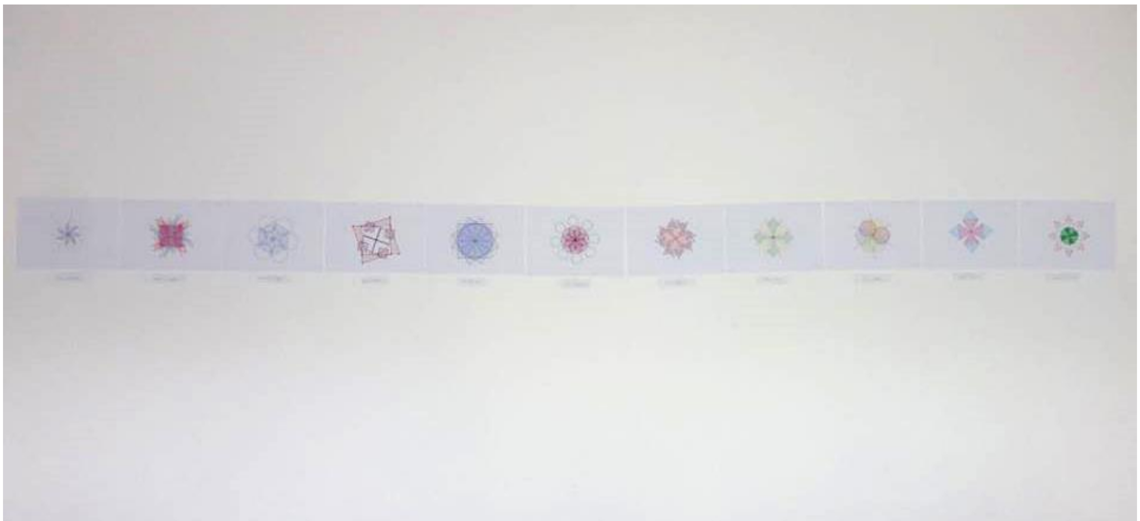


Figura 77 - Trabalhos dos alunos afixados numa das paredes da sala de convívio

Figura 78 - Observação, por parte de alunos do 2.º CEB, da exposição

Figura 79 - Observação, por parte de alunos do 1.º CEB, da exposição

Os trabalhos elaborados demonstraram que os alunos conseguiram cumprir com o proposto, manipulando o GeoGebra, mas também o seu interesse em relação ao AGD ao criarem construções complexas, mudando a cor dos elementos e o tipo de traço.

Os alunos, nas aulas onde não se recorreu ao GeoGebra, foram desafiados a desenhar uma figura que contivesse simetrias, de reflexão ou de rotação, ou mesmo ambas. Para tal, foi fornecido a cada aluno um quadrado de cartolina colorido, de 10 cm por 10 cm para que realizassem o mesmo em casa com o prazo de duas semanas. Assim, nessa mesma semana, houve também a exposição desses trabalhos manuais, sendo que o painel foi construído, em conjunto com os alunos nas 145ª e 146ª aulas. O trabalho realizado pelos alunos demonstrou o interesse dos alunos pelas transformações geométricas, pelo que alguns alunos pediram para realizar mais do que uma construção.

A escolha dos locais para a exposição ficou a cargo da diretora da escola que considerou que a exposição referente ao GeoGebra ocupava mais espaço e, devido a esse fator, não poderia ficar no átrio da escola[37], sendo assim, a mesma foi exposta na sala de convívio dos alunos[38]. A exposição dos trabalhos manuais, dado o tamanho que ocupava, ficou no pequeno átrio da escola, anexada a um armário (figura 80).

[37] Pelas pequenas dimensões do átrio e por se encontrar já com trabalhos de outras turmas.

[38] A sala de convívio também se encontrava com trabalhos de outras turmas, no entanto tinha uma parede livre que foi utilizada para a exposição.

Figura 80 - Exposição dos trabalhos manuais dos alunos

4. Discussão dos dados

Findada a apresentação análise dos dados torna-se relevante realizar uma análise mais exaustiva à luz da revisão da literatura efetuada, de modo formular conclusões sobre os mesmos.

Nas três sessões dedicadas à utilização do GeoGebra não se recorreu, para o estudo das transformações geométricas, ao ensino direto que utiliza a "transmissão de conhecimentos" (Ponte, 2005) no processo de ensino. Ao invés, apostou-se no ensino exploratório que privilegiou a aplicação de tarefas que prendessem a atenção dos alunos, os desafiasse e que estes pudessem desenvolver capacidades matemáticas, como a resolução de problemas, o raciocínio, a comunicação, a visualização e a construção e manipulação de objetos, tal como o sugerido por Canavarro (2011).

Através da observação e das diversas intervenções dos alunos evidencia-se o entusiasmo na utilização do GeoGebra na resolução das tarefas propostas. Tal como o referido por Jacinto (2014), o AGD foi apelativo na resolução de tarefas que envolviam conceitos geométricos. Outro aspeto relevante reporta-se à contínua solicitação, por parte dos alunos, para a utilização do GeoGebra na resolução de problemas presentes no manual de Matemática adotado[39] pela escola. Com este facto verifica-se que os alunos estabeleceram uma boa relação com o GeoGebra, gostaram de o manipular e o consideraram como uma ferramenta útil na resolução de problemas.

Denotou-se também que, tal como o enunciado por Duarte (2010) e outros autores, que o computador, mais concretamente o AGD escolhido, tornou-se um elemento motivador e facilitador na aprendizagem dos alunos, visto que, ao contrário do uso dos materiais de desenhos mais convencionais[40], o GeoGebra permitiu a construção imediata e rigorosa de figuras e o estudo das mesmas, como a medição de ângulos e comprimentos para a aprendizagem de conceitos associados às transformações geométricas.

O tipo de questões colocadas nas tarefas propostas permitiu que os alunos pensassem sobre os conceitos e, através da manipulação do GeoGebra, os alunos conseguiram construir o seu próprio conhecimento, facto verificado pelo questionamento aos mesmos e pelas suas conclusões redigidas. Denotou-se um aprimoramento nas respostas e uma continua evolução dos alunos ao longo das tarefas propostas. A fácil manipulação deste AGD permitiu não só a construção de conclusões sobre o observado, mas também o teste de conjeturas, o trabalho a pares e o estímulo

[39] Nas aulas em que não se utilizou o GeoGebra.
[40] Lápis, borracha, régua, compasso e esquadro.

da criatividade, factos também enunciados pelo NCTM (2008), Silva *et al.* (2009) e Espadeiro (2016).

Denotou-se ainda que que os alunos facilmente faziam a transposição dos conceitos associados às transformações geométricas em contextos do quotidiano, dando exemplos, tal como o referido pelo Bivar *et al*. (2013), entre outros, que indicam que a matemática se deve encontrar interligada com os contextos do quotidiano.

Consequentemente, com este trabalho de investigação procurou-se compreender como é que o recurso a um AGD, num contexto de análise de situações do quotidiano, contribui para a promoção de aprendizagens significativas de conceitos associados a transformações geométricas em alunos do 2.º CEB. Depois de uma análise dos dados recolhidos é possível dar resposta aos objetivos traçados e enunciar algumas conclusões.

O recurso a um AGD, nomeadamente o GeoGebra, tornou a aprendizagem das transformações geométricas mais dinâmica e motivadora, facilitando a compreensão dos conceitos, fazendo com que os alunos criassem, ao mesmo tempo, uma relação de empatia para com a geometria.

Os contextos do quotidiano permitiram que os alunos compreendessem uma das aplicações que os conceitos associados às transformações geométricas podem ter[41], tornando as aprendizagens mais significativas. Não obstante, também fez com que os alunos começassem a olhar de maneira diferente para os contextos que os rodeiam, escolar e extraescolar, e quisessem discutir o observado em contexto de sala de aula.

Capacidades como a resolução de problemas, o raciocínio, a comunicação, a visualização e a construção e manipulação de objetos foram trabalhadas graças às tarefas propostas no GeoGebra.

[41] Decoração de edifícios.

Conclusão geral

O presente projeto final de estágio é culminar num percurso desafiante desde a licenciatura em Educação Básica ao mestrado em Ensino do 1.º CEB e de Matemática e Ciências Naturais no 2.º CEB. Através das experiências vivenciadas ao longo dos diferentes contextos de estágio verificou-se que o computador, em contexto de sala de aula, sempre foi usado como suporte à projeção de imagens. Cresceu, assim, o interesse em investigar a utilização do computador, por parte dos alunos, para o trabalho de conceitos matemáticos.

Focando a caracterização dos contextos, a análise das práticas concretizadas e das competências desenvolvidas nas unidades curriculares de PES, procurou-se pensar sobre os quatro momentos de observação e intervenção que contribuíram para a formação individual, não só pessoal como profissional. Refletiu-se sobre as opções escolhidas e projetos dinamizados, focando o que correu bem e o que correu menos bem de modo a aprimorar as práticas escolhidas, tendo sempre em vista os objetivos traçados e os alunos.

A interação com os diferentes contextos contribuiu para formação profissional e pessoal, pela constante reflexão sobre as práticas escolhidas e por todos os momentos que correram bem ou menos bem.

Também é possível afirmar que ao longo de todo o percurso no ensino superior o gosto pela geometria foi crescendo e o facto de a mesma, nalguns momentos, ter sido aliada a AGD tornou-se um propulsor da presente investigação.

Passando para revisão da literatura, um dos pilares da investigação escolhida, procurou-se perceber a sua crescente associação da geometria a materiais didáticos onde de destaca o computador, pelas potencialidades que os AGD, nomeadamente o GeoGebra, podem acarretar para a aprendizagem de conceitos geométricos. Como a aprendizagem dos alunos não se deve desligar do quotidiano, segundo o atual currículo de Matemática e autores de referência, os contextos do quotidiano consideram-se pertinentes para uma aprendizagem integral que prepare os alunos para o futuro e para que estes consigam interpretar o que os rodeia, a sociedade e os seus problemas.

Atentando a parte prática deste relatório denota-se que o GeoGebra é uma ferramenta útil na aprendizagem de conceitos geométricos relacionados com as transformações geométricas e, por isso, deve ser enquadrado nas atividades dinamizadas pelos professores em contexto de sala de aula.

Através desta investigação também se compreendeu a importância da utilização de um AGD em contexto de sala de aula e a pertinência da construção de tarefas apelativas para os alunos para que estes possam ter aprendizagens ativas e significativas. O computador, mais concretamente, o GeoGebra, tornou-se numa ferramenta apelativa e num impulsionador de aprendizagens visto que os alunos o utilizaram para construir o seu próprio conhecimento à medida que o manipulavam.

Os contextos do quotidiano, aliados às tarefas propostas, permitiram uma contextualização dos conceitos associados às transformações geométricas, assim, os alunos conseguiram compreender a sua aplicabilidade, analisar imagens do quotidiano e dar exemplos sobre a aplicabilidade dos mesmos conceitos no seu quotidiano.

Por fim, refere-se que foi dada especial importância aos erros cometidos para o aprimoramento das práticas e à reflexão constante, tanto sobre as práticas escolhidas, materiais concebidos (planificações, roteiros, testes de avaliação, tarefas, projetos, etc.) e a evolução das aprendizagens dos alunos.

Limitações e recomendações

Ao se tratar de um projeto de investigação que preza pela utilização de um AGD, o GeoGebra, em contexto de sala de aula, foi notório a limitação do número de aulas disponibilizadas pela professora cooperante. Os dados recolhidos poderiam ter sido mais consistentes e numa quantidade mais significativa se não tivessem havido limites temporais.

Esperava-se que os alunos tivessem uma participação ainda mais ativa no processo de aprendizagem, nomeadamente através da recolha fotográfica de elementos onde fosse possível observar reflexão axial e a simetria de rotação, no entanto, pelo que já foi indicado anteriormente, os mesmos não cumpriram com o solicitado.

A falta de experiência, por parte da professora estagiária, também criou alguns entraves na recolha dos dados. Apesar da metodologia se encontrar previamente pensada o ambiente incerto, muitas vezes sentido pelas demais intervenções dos alunos, levou a um questionamento menos frequente.

Como recomendações sugere-se a utilização mais aprofundada do GeoGebra noutras tarefas, especialmente com a utilização de registos fotográficos dos alunos.

Referências bibliográficas

Abrantes, P., Serrazina, L., & Oliveira, I. (1999). *A Matemática na Educação Básica*. Obtido de http://www.ipb.pt/~mjt/documdisciplinas/matematicacompetencias.pdf.

Afonso, C. (1993). *Professores e Computadores*. Rio Tinto: Edições Asa.

Almeida, L. S. & Freire, T. (2000). *Metodologia da Investigação em Psicologia e Educação* (2.ª ed.). Braga: Psiquilíbrios.

Alsina, C. (2009). *Geometría y realidade*. Obtido de http://www.jorge-fernandez.es/charlas/unirioja/varios/geometria_realidad.pdf.

Amado, J. & Freire, I. (2013). Estudo de caso na investigação em educação. In J. Amado (Coord.), *Manual de Investigação Qualitativa em Educação* (pp. 121-143). Coimbra: Imprensa da Universidade de Coimbra.

Anguera, M. (1992). *Metodologia de la Obervacion en las Ciências Humanas*. Madrid: Ediciones Cátedra.

Bardin, L. (1977). *Análise de conteúdo.* Lisboa: Edições 70.

Bastos, R. (2007). Transformações Geométricas. *Educação e Matemática*, (94), 23-27.

Bisquerra, R. (2000). *Metodos de Investigacion Educativa: guia practica.* Barcelona: Grupo Editorial Ceac.

Bivar, A., Grosso, C., Oliveira, F., & Timóteo, M. C. (2013). *Programa e Metas Curriculares: Matemática – Ensino Básico*. Obtido de http://www.dge.mec.pt/sites/default/files/Basico/Metas/Matematica/programa_matematica_basico.pdf.

Boavida, A. M. R., Paiva, A. L., Cebola, G., Vale, I. & Pimentel, T. (2008). *A Experiência Matemática no Ensino Básico: Programa de Formação Contínua em Matemática para Professores dos 1.º e 2.º Ciclos do Ensino Básico*. Obtido de https://comum.rcaap.pt/bitstream/10400.26/5566/1/A_experiencia_matematica_no_ens_basico.pdf.

Bogdan, R. & Biklen, S. (1994). *Investigação Qualitativa em Educação: uma introdução à teoria e aos métodos.* Porto: Porto Editora.

Bonito, J., Morgado, M., Silva, M., Figueira, D., Serrano, M., Mesquita, J., & Rebelo, H. (2013). *Metas Curriculares do Ensino Básico: Ciências Naturais – 5.º, 6.º, 7.º e 8.º anos.* Obtido de https://www.dge.mec.pt/sites/default/files/ficheiros/eb_cn_metas_curriculares_5_6_7_8_ano_0.pdf.

Breda, A., Serrazina, L., Menezes, L., Sousa, H., & Oliveira, P. (2011). *Geometria e Medida no Ensino Básico.* Obtido de http://www.esev.ipv.pt/mat1ciclo/temas%20matematicos/070_Brochura_Geometria.pdf. ´

Brunheira, L. & Ponte, J. P. (2016). Realizar construções geométricas com o GeoGebra: o contributo do AGD para a estruturação geométrica. In A. P. Canavarro, A. Borralho, J. Brocardo & L. Santos (Eds.), *Recursos na Educação Matemática: Encontro em Investigação em Educação Matemática* (pp. 341-353). Obtido de http://spiem.pt/DOCS/ATAS_ENCONTROS/2016/atas_EIEM_2016.pdf.

Canavarro, A. P. (2003). *Práticas de ensino da Matemática: Duas professoras, dois currículos* (Tese de Doutoramento em Educação). Obtido de http://hdl.handle.net/10451/3110.

Canavarro, A. P. (2011). Ensino exploratório da Matemática: Práticas e desafios. *Educação e Matemática,* (115), 11-17. Obtido de https://dspace.uevora.pt/rdpc/bitstream/10174/4265/1/APCanavarro%202011%20EM115%20pp11-17%20Ensino%20Explorat%C3%B3rio.pdf.

Carreira, S. (2010). Conexões no ensino da Matemática - Não basta vê-las, é preciso fazê-las!. *Educação e Matemática*, (110), 1.

Casanova, I., Gonçalves, R. M., Rocha, L., Marquilhas, R., Reis, J. C., Ávila, H., Marcelo, M. L., Vidigal, J., Queirós, R., Fernandes, C., Fernandes, F., Marques, F., Guerreiro, I., Anjos, L., Pimenta, R. & Pacheco, R. (1998). *Sabatina: Guia de Formação Escolar – de acordo com a Lei de Bases do Sistema Educativo*. (Vol. 10). Setúbal: Marina Editores.

Costa, N. M. L. & Prado, M. E. B. B. (2015). A Integração das Tecnologias Digitais ao Ensino de Matemática: desafio constante no cotidiano escolar do professor. *Perspectivas da Educação Matemática*, *8* (16), 99-120. Obtido de http://seer.ufms.br/index.php/pedmat/article/view/1392/918.

Coxeter, H. S. M. (1969). *Introduction to Geometry* (2.ª ed.). Nova Jérsia: John Wiley & Sons

Cuoco, A. A. & Goldenberg, p. (2003). Geometria dinâmica: uma ponte entre a geometria euclidiana e a análise. In J. R. King & D. Schattschneider (Eds.), *Geometria dinâmica: Seleção de textos do livro Geometry Turned on!* (pp. 55-68). Lisboa: Associação de Professores de Matemática.

D'Ambrosio, U. (2008). Globalização, educação multicultural e o programa etnomatemática. In P. Palhares (Coord.), *Etnomatemática: Um Olhar sobre a Diversidade Cultural e a Aprendizagem Matemática* (pp. 23-48). Vila Nova de Famalicão: Edições Húmus.

Damas, M. J., & Ketele, J. (1985). *Observar para Avaliar*. Coimbra: Livraria Almedina.

Davis, P. J. & Hersh, R. (1995). *A Experiência Matemática*. Lisboa: Gradiva.

Decreto-Lei n.º 139/2012, de 5 de julho.

Decreto-Lei n.º 176/2014, de 12 de dezembro – primeira alteração ao Decreto-Lei n.º 27/2006, de 10 de fevereiro, à segunda alteração ao Decreto-Lei n.º 139/2012, de 5 de julho, e à primeira alteração ao Decreto-Lei n.º 79/2014, de 14 de maio.

Decreto-Lei n.º 241/2001, de 30 de agosto.

Decreto-Lei n.º 3/2008, de 7 de janeiro.

Departamento da Educação Básica (1998a). *Organização Curricular e Programas: Ensino Básico – 1.º Ciclo* (2.ª ed.). Mem Martins: Editorial do Ministério da Educação.

Departamento da Educação Básica (1998b). *Programa de Matemática: Plano de Organização do Ensino-Aprendizagem* (3.ª ed.). Lisboa: Ministério da Educação.

Despacho n.º 124/ME/91, de 31 de julho.

Despacho n.º 139/ME/90, de 16 de agosto.

Duarte, J. (2007). As TIC e a Geometria na aula de Matemática: quatro testemunhos. *Educação e Matemática*, (95), 70-74.

Duarte, J. (2010). Conexões matemáticas e tecnologias. *Educação e Matemática*, (110), 64-66.

Espadeiro, R. G. (2016). A tecnologia como potencial catalisador da inovação. *Educação e Matemática*, (136), 42-43.

Estrela, A. (1994). *Teoria e Prática de Observação e Classes: Uma Estratégia de Formação de Professores* (4.ª ed.). Porto: Porto Editora.

Fernandes, A. C. P. & Viseu, F. A. V. (2011). *Os ambientes de geometria dinâmica no desenvolvimento da capacidade de argumentação de alunos de 9.º ano na aprendizagem da geometria*. Obtido de http://repositorium.sdum.uminho.pt/bitstream/1822/15960/1/Os%20ambientes%20de%20geometria%20din%C3%A2mica%20no%20desenvolvimento%20da%20capacidade%20de%20argumenta%C3%A7%C3%A3o%20de%20alunos%20de%209.%C2%BA%20ano%20na%20aprendizagem%20da%20geometria.pdf.

Fonseca, L. M. D. (2004). Geometria no plano. In. P. Palhares (Coord.), *Elementos de Matemática para Professores do Ensino Básico* (pp. 251-302). Lisboa: Lidel.

Fortin, M. (2003). *O processo de investigação: da concepção à realização* (3.ª ed.). Loures: LUSOCIÊNCIA – Edições Técnicas e Científicas.

Freitas, W. R. S. & Jabbour, C. J. C. (2011). Utilizando estudo de caso(s) como estratégia de pesquisa qualitativa: boas práticas e sugestões. *ESTUDO & DEBATE, 18* (2), 7-22. Obtido de https://www3.ufpe.br/moinhojuridico/images/ppgd/8.12a%20estudo%20de%20caso.pdf.

Giménez, J. (2011). A Matemática nos contextos à nossa volta. In. P. Palhares, A. Gomes & E. Amaral (Coord.), *Complementos de Matemática para Professores do Ensino Básico* (pp. 239-260). Lisboa: Lidel.

Gomes, A. (2012). *Transformações geométricas: conhecimentos e dificuldades de futuros professores*. Obtido de https://repositorium.sdum.uminho.pt/bitstream/1822/20835/1/Gomes_%20SIEM%20Actas_2012.pdf.

Hoz, V. G. & Juste, R. P. (1984). *La investigación del profesor en el aula.* Madrid: Editorial Escuela Española.

International GeoGebra Institute (2018). *Colocando o líder Mundial de software de matemática dinâmica do mundo e materiais nas mãos de alunos e professores em todos os lugares*. Obtido de https://www.geogebra.org/about#_=_.

Jacinto, H. (2014). O GeoGebra na Resolução de Problemas: diferentes abordagens e suas potencialidades. *Educação e Matemática*, (130), 60-63.

Ketele, J. & Roegiers, X. (1993). *Metodologia da recolha de dados*. Lisboa: Instituto Piaget.

Keyton, M. (2003). Alunos descobrem a geometria usando software de geometria dinâmica. In J. R. King & D. Schattschneider (Eds.), *Geometria dinâmica: Seleção de textos do livro Geometry Turned on!* (pp.79-86). Lisboa: Associação de Professores de Matemática.

King, J. R., & Schattschneider, D. (2003). Tornar a geometria dinâmica. In J. R. King & D. Schattschneider (Eds.), *Geometria dinâmica: Seleção de textos do livro Geometry Turned on!* (pp. 7-13). Lisboa: Associação de Professores de Matemática.

Lessard-Hébert, M. (1990). *Pesquisa em educação*. Lisboa: Horizontes Pedagógicos.

Loureiro, C. (2007). A Geometria na proposta de ajustamento – algumas questões. *Educação e Matemática*, (95), 25-26.

Maia, C. M. F. (2014). *As Isometrias na Inovação Curricular e a Formação de Professores de Matemática do Ensino Básico* (Tese de doutoramento em Educação). Obtido de http://repositorio.uportu.pt:8080/bitstream/11328/941/1/TDE%2023.pdf.

Marcelino, C. I. M. (2008). *Métodos de iniciação à leitura - concepções e práticas de professores* (Dissertação de mestrado). Obtido de http://repositorium.sdum.uminho.pt/handle/1822/8905.

Martins, G. O., Gomes, C. A. S., Brocardo, J. M. L., Pedroso, J. V., Carrillo, J. L. A., Silva, L. M. U., Encarnação, M. M. G. A., Horta, M. J. V. C., Calçada, M. T. C. S., Nery, R. F. V., & Rodrigues, S. M. C. V. (2018). *Aprendizagens Essenciais: articulação com o perfil dos alunos*. Obtido de http://www.dge.mec.pt/sites/default/files/Curriculo/Aprendizagens_Essenciais/2_ciclo/6_matematica_18julho_rev.pdf.

Martins, G. O., Gomes, C. A. S., Brocardo, J. M. L., Pedroso, J. V., Carrillo, J. L. A., Silva, L. M. U., Encarnação, M. M. G. A., Horta, M. J. V. C., Calçada, M. T. C. S., Nery, R. F. V., & Rodrigues, S. M. C. V. (2017). *Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória.* http://www.dge.mec.pt/sites/default/files/Curriculo/Projeto_Autonomia_e_Flexibilidade/perfil_dos_alunos.pdf.

Matos, J. M. & Serrazina, M. L. (1996). *Didáctica da Matemática.* Lisboa: Universidade Aberta.

Menina, F. & Guerreiro, S. (2014). Frisos no GeoGebra*. Educação e Matemática*, (128), 25-26.

Morais, C. (2011). A Matemática na vida quotidiana. In. P. Palhares, A. Gomes & E. Amaral (Coord.), *Complementos de Matemática para Professores do Ensino Básico* (pp. 281-300). Lisboa: Lidel.

Moreira, D. (2008). Educação matemática para a sociedade multicultural. In P. Palhares (Coord.), *Etnomatemática: Um Olhar sobre a Diversidade Cultural e a Aprendizagem Matemática* (pp. 47-66). Vila Nova de Famalicão: Edições Húmus.

National Council of Teachers of Mathematics (2008). *Princípios e Normas para a Matemática Escolar* (2ª ed.). Lisboa: Associação de Professores de Matemática.

Oliveira, A. J. F. (1995). *Geometria Euclidiana.* Lisboa: Universidade Aberta.

Oliveira, I. & Serrazina, L. (2002). *A reflexão e o professor como investigador.* Obtido de http://apm.pt/files/127552_gti2002_art_pp29-42_49c770d5d8245.pdf.

Palhares, P. (2004). Transformações Geométricas. In P. Palhares (Coor.), *Elementos de Matemática para Professores do Ensino Básico* (pp. 333-374). Lisboa: Lidel.

Pardal, L. & Lopes, E. S. (2011). *Métodos e Técnicas de Investigação Social.* Porto: Areal Editores.

Pereira, M. G. B. (2015). Contributos do GeoGebra para a compreensão das propriedades e relações entre quadriláteros. *Educação e Matemática*, (134), 3-8.

Pimenta, P. (2007). A geometria dinâmica no ensino básico e secundário. *Educação e Matemática*, (95), 37-40.

Ponte, J. P. & Canavarro, A. P. (1997). *Matemática e Novas Tecnologias.* Lisboa: Universidade Aberta.

Ponte, J. P. & Serrazina, L. (2009). O Novo Programa de Matemática: Uma oportunidade de mudança. *Educação e Matemática,* (105), 2-6.

Ponte, J. P. (1991). *O Computador na Educação Matemática*. Lisboa: Associação de Professores de Matemática.

Ponte, J. P. (2003). *O ensino da matemática em Portugal: Uma prioridade educativa?*. Obtido de http://educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/docs-pt/02-Ponte(cne).pdf.

Ponte, J. P. (2005). *Gestão curricular em Matemática.* Obtido de: http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/fdm/textos/Ponte%2005_GTI-tarefas-gestao2.pdf.

Ponte, J. P. (2010). Conexões no Programa de Matemática do Ensino Básico. *Educação e Matemática*, (110), 3-6.

Ponte, J. P. (2014). Tarefas no ensino e na aprendizagem da Matemática. In J. P. Ponte (Orgs.), *Práticas Profissionais dos Professores de Matemática* (pp. 13-27). Obtido de http://repositorio.ul.pt/bitstream/10451/15310/1/P3M.pdf.

Ponte, J. P., Oliveira, H. & Varandas, J. M. (2001). *O contributo das tecnologias de informação e comunicação para o desenvolvimento do conhecimento e da identidade profissional*. Obtido de http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/DOCS-PT/01%20Ponte-Oli-Var(TIC-Brasil).doc.

Ponte, J. P., Serrazina, L., Guimarães, H. M., Breda, A., Guimarães, F., Sousa, H., Menezes, L., Martins, M. E. G., & Oliveira, P. A. (2007). *Programa de Matemática do Ensino Básico.* Obtido de http://www.esev.ipv.pt/mat1ciclo/ProgramaMatematica.pdf.

Ribeiro, A. A. G. (2005). *O Cabri-Géomètre e a construção de uma nova cultura matemática* (Tese de doutoramento em Didática da Matemática). Obtido de http://ria.ua.pt/bitstream/10773/1474/1/2009000712.pdf.

Rodrigues, M., & Bernardo, M. (2011). *Ensino e aprendizagem da geometria.* Obtido de http://repositorio.ipl.pt/bitstream/10400.21/3062/1/Ensino%20e%20aprendizagem%20da%20Geometria.pdf.

Saragoça, J. M. L. (2009). *Tecnologias de Informação e Comunicação, Educação e Desenvolvimento dos Territórios*. Évora: Fundação Alentejo.

Schumann, H. & Green, D. (2003). Construção e utilização de lugares geométricos com *software* de geometria dinâmica. In J. R. King & D. Schattschneider (Eds.), *Geometria dinâmica: Seleção de textos do livro Geometry Turned on!* (pp.87-95). Lisboa: Associação de Professores de Matemática.

Segurado, I. (2017). Articulação curricular, uma aposta necessária. *Educação e Matemática,* (143), 22-23. Obtido de http://www.apm.pt/files/_Seccoes_22_articulacao_curricular_59f205e5ac39b.pdf.

Silva, A., Veloso, E., Porfírio, J. & Abrantes, P. (2009). *O Currículo de Matemática e as Actividades de Investigação.* Obtido de http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/fdm/textos/silva-etc%2099.pdf.

Sim-Sim, I. (2007). *O Ensino da Leitura: a compreensão de textos.* Obtido de: http://area.dge.mec.pt/gramatica/ensino_leitura_compreensao_textos.pdf.

Sprinthall, N. A. & Sprinthall, R. C. (1993). *Psicologia Educacional: uma abordagem desenvolvimentista*. Lisboa: McGraw-Hill

Tuckman, B. W. (1988). *Conducting Educational Research* (3.ª ed.). Florida: Harcourt Brace Jovanovich.

Vale, I., & Pimentel, T. (2004). Resolução de problemas. In. P. Palhares (Coord.), *Elementos de Matemática para Professores do Ensino Básico* (pp. 7-52). Lisboa: Lidel.

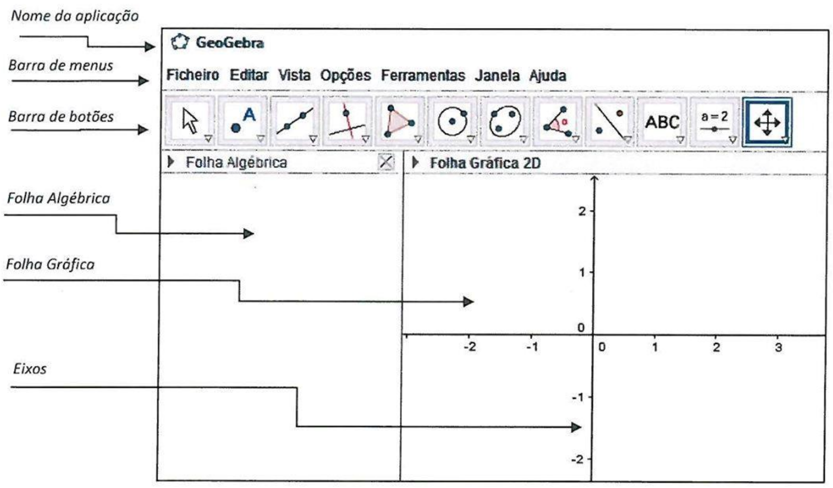
Anexos

Anexo n.º 1 – Primeira tarefa de preparação “Vamos (re)descobrir o quadrado?”

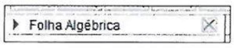
[redacted]

GeoGebra e a Geometria dinâmica!

Para começar, abre o GeoGebra e repara na janela que surge. Obterás uma janela semelhante a esta:



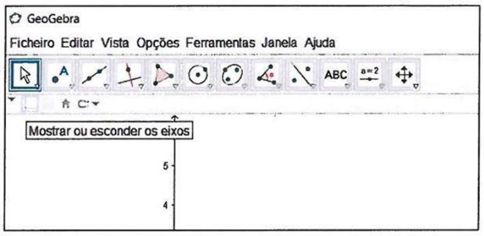
Começa por ocultar a “*Folha Algébrica*”, pois não será necessária e, para isso, pressiona o botão esquerdo do rato na cruz (X):



GeoGebra

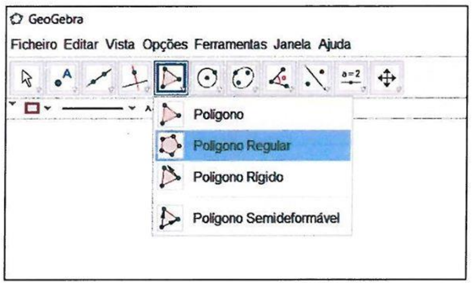
[redacted]

Os eixos também não serão necessários. Pressiona o botão esquerdo do rato sobre o botão dos eixos para que fiquem escondidos:

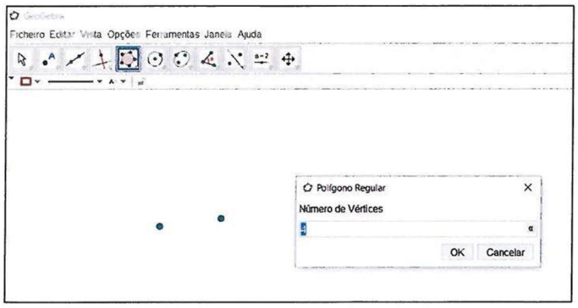


Vamos (re)descobrir o quadrado?

1. Constrói um quadrado recorrendo ao botão ***Polígono Regular***.

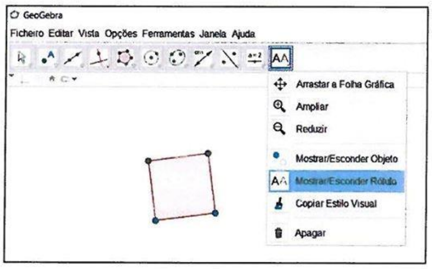


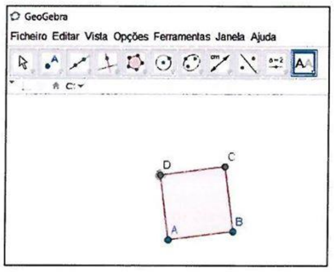
1.1. Na folha gráfica marca dois pontos. Quando te aparecer a caixa de diálogo define o número de vértices pretendidos, 4, para a construção do quadrado.



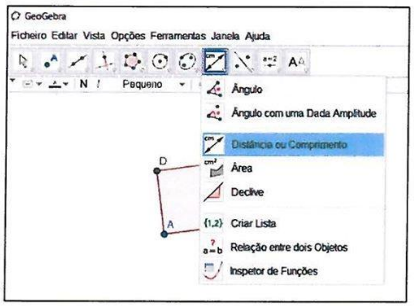
[redacted]

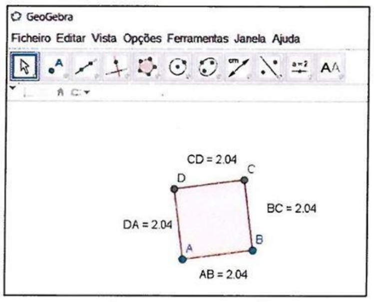
1.2. De seguida, nomeia cada um dos vértices do teu quadrado, com recurso ao botão ***Mostrar/Esconder Rótulo***, clicando em cada um dos vértices.



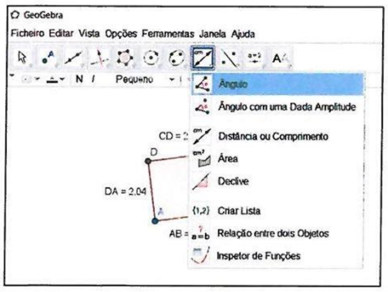


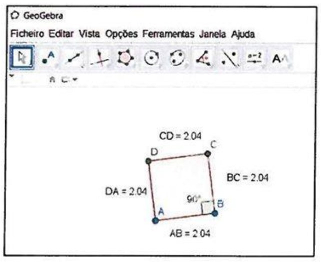
1.3. Recorrendo ao botão ***Distância ou Comprimento*** determina a medida do comprimento do lado do teu quadrado.
Para tal, seleciona o ponto A e, depois, o ponto B. Que observas? Calcula a medida do comprimento dos restantes segmentos de reta que formam os outros lados do quadrado.





1.4. Qual é a amplitude dos ângulos internos de um quadrado? ______________________
Para confirmares, clica no botão ***Ângulo.*** Pressiona, depois, num ponto qualquer de um dos lados (C), depois no vértice do ângulo (B) e, finalmente, num ponto do outro lado (A).





GeoGebra

[redacted]

1.4.1. Que amplitude obtiveste? ____________________________

1.4.2. Os que é que acontece se em vez de teres assinalado os pontos pela ordem acima indicada (CBA), assinalasses por ordem inversa (ABC)?

____

____

1.5. Arrasta um dos pontos do teu quadrado e verifica o que acontece ao comprimento dos lados e à amplitude dos ângulos.

____

____

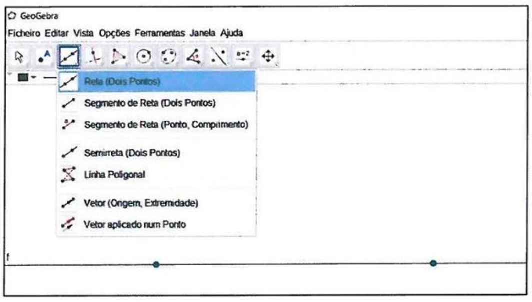
Anexo n.º 2 – Segunda tarefa de preparação “Retas e as suas posições relativas” e “Uma circunferência sem compasso!”

[redacted]

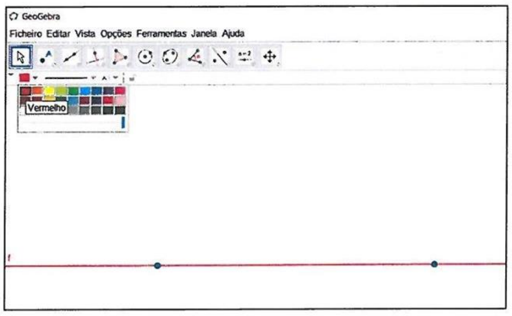
Retas e as suas posições relativas

1. Traça uma Reta.

1.1. Tal como indica o botão ***Reta (Dois pontos)***, posiciona dois pontos na folha gráfica e nomeia a reta criada (por exemplo, *f*).



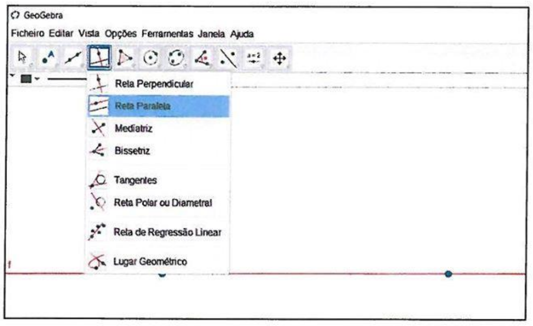
1.1.1. Podes mudar a cor da tua reta através da segunda opção que surge do lado esquerdo, como é indicado na imagem a seguir.

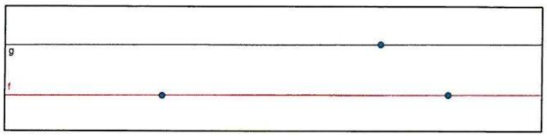


GeoGebra

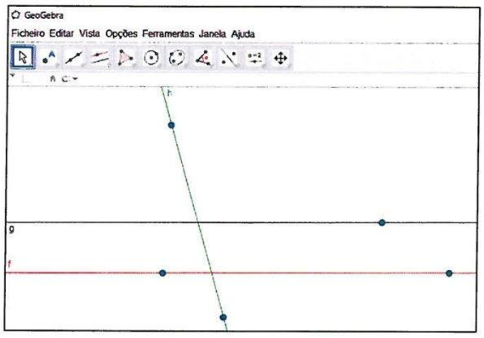
[redacted]

1.2. Obtém uma reta paralela à reta que acabaste de construir recorrendo à opção ***Reta Paralela***, clicando na reta *f* e, de seguida, na zona gráfica. Não te esqueças de nomear a nova reta!





1.3. Traça uma outra reta, mas que seja concorrente oblíqua com as retas *f* e *g*, nomeando a mesma.



1.3.1. Quais são as condições necessárias para que duas retas sejam concorrentes oblíquas?

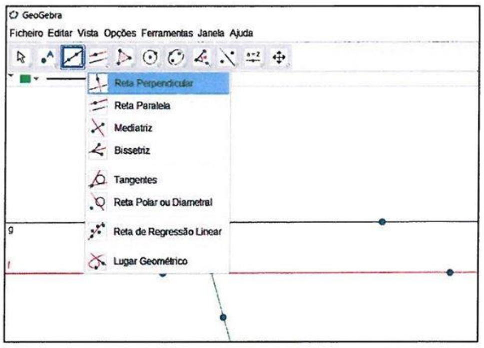
____

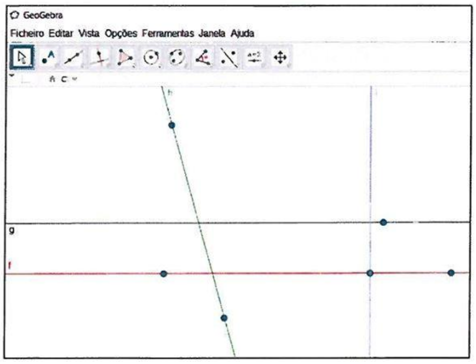
____

1.3.2. Confirma se as condições que enunciaste se verificam.

[redacted]

1.4. Traça uma outra reta, mas que seja concorrente perpendicular com as retas *f* e *g*. Para tal, recorrendo à opção ***Reta Perpendicular***, clica na folha gráfica (de modo a determinar um ponto onde a reta vai passar) e numa das retas (*f* ou *g*).





1.4.1. Quais são as condições necessárias para que duas retas sejam concorrentes perpendiculares?

1.4.2. Confirma se as condições que enunciaste se verificam.

1.5. Indica a posição relativa das retas *h* e *i*.
<u>*Nota:*</u> Para afastar ou aproximar a folha gráfica podes utilizar o botão de *scroll* do rato.

[redacted]

Uma circunferência sem compasso!

2. Traça uma circunferência dado um centro e um ponto (podes recorrer a uma das opções do sexto botão a contar da esquerda).

2.1. Como se designa a região do plano limitada pela circunferência?

____

2.2. Indica o perímetro da tua circunferência. ______________________

2.3. Recorrendo à opção ***Área*** (no mesmo botão), indica a área do círculo. __________

Anexo n.º 3 – Autorização, entregue aos pais, para a participação dos alunos nas sessões de preparação para a utilização do GeoGebra

Exmo. Sr. Encarregado de Educação

No âmbito projeto de investigação "A tecnologia na aprendizagem das transformações geométricas em contextos quotidiano", que tem como objetivo principal contribuir para que a geometria em geral e, em particular, as transformações geométricas sejam trabalhadas de uma forma mais significativa pelos alunos, gostaria que o seu educando participasse em duas sessões de preparação para a utilização de um *software* específico da matemática, o **Geogebra.**

Estas sessões serão úteis para, posteriormente, abordar as transformações geométricas em contexto de sala de aula, durante o horário letivo.

Mais informo que as referidas sessões irão decorrer nos próximos dias 7 e 14 de fevereiro entre as 15:30 horas e as 17:00 horas na sala C11 da escola Gomes Eanes de Azurara.

Escola [redacted], 31 de janeiro de 2016

A professora estagiária

____

(Beatriz Matos)

………
……………………………………………………………

(cortar pelo picotado e devolver à Directora de Turma)

Eu, ____, encarregado de educação do(a) aluno(a) ____, autorizo/não autorizo **(riscar o que não interessa)** o meu educando a participar nas sessões de preparação do Geogebra.

Anexo n.º 4 – Planificação das aulas nº 123 e 124

Matemática – Aulas n.º 123 e 124 **Data: 7/03/2017**

Domínios e Subdomínios	**Metas Curriculares**	**Atividades de Ensino-Aprendizagem**	**Avaliação**	**Recursos/ Materiais**	**Tempo**
<u>Geometria</u> - Isometrias do plano	8. Identificar, dada uma reta *r* e um ponto *M* não pertencente a *r*, a «imagem de *M* pela reflexão axial de eixo *r*» como o ponto *M'* tal que *r* é mediatriz do segmento [*MM'*] e identificar a imagem de um ponto de *r* pela reflexão axial de eixo *r* como o próprio ponto. 9. Designar, quando esta simplificação de linguagem não for ambígua, «reflexão axial» por «reflexão». 10. Saber, dada uma reta *r*, dois pontos *A* e *B* e as respetivas imagens *A'* e *B'* pela reflexão de eixo *r*, que são iguais os comprimentos dos segmentos [*AB*] e [*A'B'*] e designar, neste contexto, a reflexão como uma «isometria». 11. Reconhecer, dada uma reta *r*, três pontos *A*, *O* e *B* e as respetivas imagens *A'*, *O'* e *B'* pela reflexão de eixo *r*, que são iguais os ângulos *AOB* e *A'O'B'*.	- Escrita, por parte da professora estagiária, no quadro branco, da lição. - Cópia, por parte dos alunos, da lição no caderno de registos. - Explicitação, por parte da professora estagiária, da tarefa seguinte[1]. - Entrega, por parte da professora estagiária, da tarefa "Polígonos espelhados". - Resolução, por parte dos alunos, a pares, da ficha entregue. - Discussão aluno/alunos/professora estagiária sobre o solicitado na tarefa. - Resolução, por parte dos alunos, da questão 2 da página 53 do manual. - Correção, com auxílio das intervenções dos alunos, da mesma questão. - Escrita, por parte da professora estagiária, no quadro branco, do sumário[5], com auxílio das intervenções dos alunos. - Cópia, por parte dos alunos, do sumário no caderno de registos. - Indicação, por parte da professora estagiária, do trabalho de casa[6].	- Observação dos registos dos alunos e da sua capacidade de manipulação do GeoGebra - Análise das intervenções dos alunos - Observação dos registos dos alunos	- Quadro branco - Caderno de registos - Computadores - GeoGebra - Ficha de trabalho[3]	10:20 10:30 10:50 11:20 11:30 11:40 11:48 11:50

Observações/reflexões:

1) Cf. Anexo 2 – Tarefa "Polígonos espelhados"
2) Cf. Anexo 3 – Reflexão axial numa das paredes da escola Gomes Eanes Azurara.
3) **Sumário:**

Resolução de uma tarefa sobre a reflexão axial no GeoGebra. A reflexão axial (p. 53, 54 e 55). Resolução de exercícios. (p. 53). **4)** Página 56, exercícios 1, 2 e 3.

Anexo n.º 5 – Planificação das aulas nº 129 e 130

Matemática – Aulas n.º 129 e 130 **Data: 14/03/2017**

Domínios e Subdomínios	**Metas Curriculares**	**Atividades de Ensino-Aprendizagem**	**Avaliação**	**Recursos/ Materiais**	**Tempo**
<u>Geometria</u> - Isometrias do plano	*10. Resolver problemas* 2. Resolver problemas envolvendo figuras com reflexão central. *9. Construir e reconhecer propriedades de isometrias do plano* 15. Reconhecer, dados dois pontos *O* e *M* e um ângulo α (não nulo, não raso e não giro), que existem exatamente duas imagens do ponto *M* por rotações de centro *O* e ângulo α e distingui-las experimentalmente por referência ao sentido do movimento dos ponteiros do relógio, designando uma das rotações por «rotação de sentido positivo» (ou «contrário ao dos ponteiros do relógio») e a outra por «rotação de sentido negativo» (ou «no sentido dos ponteiros do relógio»). 16. Reconhecer, dados dois pontos *O* e *M*, que existe uma única imagem do ponto por rotação de centro *O* e ângulo raso, que coincide com a imagem de *M* pela reflexão central de centro *O* e designá-la por imagem de *M* por «meia volta em torno de *O*». 18. Saber, dado um ponto *O*, um ângulo *a* e as imagens *A'* e *B'* de dois pontos *A* e *B* por uma rotação de centro *O* e ângulo *a* de determinado sentido, que são iguais os comprimentos dos segmentos [*AB*] e [*A'B'*] e designar, neste contexto, a rotação como uma «isometria». 19. Reconhecer, dado um ponto *O*, um ângulo *a* e as imagens *A*, *B* e *C* de três pontos *A*, *B* e *C* por uma rotação de centro *O* e ângulo *a* de determinado sentido, que são iguais os ângulos *ABC* e *A'B'C'.*	- Escrita, por parte da professora estagiária, no quadro branco, da lição.		- Quadro branco - Caderno de registos	10:20
		- Cópia, por parte dos alunos, da lição no caderno de registos.			10:25
		- Explicitação, por parte da professora estagiária, da tarefa seguinte[1].			10:30
		- Resolução, por parte dos alunos, da tarefa "A reflexão central na rua Alexandre Herculano"	- Observação da capacidade de manipulação do GeoGebra, por parte dos alunos - Análise dos registos dos alunos	- Computadores -GeoGebra - Tarefas	10:40
		- Diálogo, professora estagiária/aluno/alunos sobre as respostas dadas na tarefa "A reflexão central na rua Alexandre Herculano".	- Análise das intervenções dos alunos		11:10
		- Resolução, por parte dos alunos, da tarefa "Vamos rodar uma imagem!".	- Observação da resolução dos alunos		11:20
		- Diálogo, professora estagiária/aluno/alunos sobre as respostas dadas na tarefa "Vamos rodar uma imagem!".	- Análise das intervenções dos alunos		11:35
		- Escrita, por parte da professora estagiária, no quadro branco, do sumário[3], com auxílio das intervenções dos alunos. - Cópia, por parte dos alunos, do sumário no caderno de registos.			11:40
					11:50

Observações/reflexões:

1) Resolução, por parte dos alunos, de duas tarefas com recurso ao GeoGebra.
2) **Sumário:**

Resolução de uma tarefa no GeoGebra sobre a reflexão central e a rotação.

Anexo n.º 6 – Planificação das aulas nº 143 e 144

Matemática – Aulas n.º 143 e 144 **Data: 29/03/2017**

Domínios e Subdomínios	Metas Curriculares	Atividades de Ensino-Aprendizagem	Avaliação	Recursos/ Materiais	Tempo
<u>Geometria e Medida</u> - Isometrias do plano	*9. Construir e reconhecer propriedades de isometrias do plano* 24. Identificar simetrias de rotação e de reflexão em figuras dadas.	- Diálogo professora estagiária/aluno/alunos, sobre o que foi realizado na aula anterior. - Escrita, por parte da professora estagiária, no quadro branco, do sumário da aula anterior[1]. - Escrita, por parte da professora estagiária, no quadro branco, da lição. - Cópia, por parte dos alunos, da lição no caderno de registos.	- Verificação dos registos dos alunos	- Quadro branco	8:30
	10. Resolver problemas 2. Resolver problemas envolvendo figuras com simetrias de rotação e de reflexão axial.	- Explicitação, por parte da professora estagiária, da tarefa seguinte[2]. - Entrega, por parte da professora estagiária, das tarefas. - Resolução, por parte dos alunos, a pares, da tarefa "Elementos decorativos na rua 25 de Abril".	- Observação dos registos dos alunos.	- Tarefas	8:40
		- Diálogo, professora estagiária/aluno/alunos sobre as respostas dadas na tarefa "Elementos decorativos na rua 25 de Abril".	- Análise das intervenções dos alunos		9:10
		- Resolução, por parte dos alunos, a pares, da tarefa "Mãos à obra"	- Observação dos registos dos alunos.		9:20
		- Diálogo, professora estagiária/aluno/alunos sobre as respostas dadas na tarefa "Mãos à obra".	- Análise das intervenções dos alunos		9:45
		- Escrita, por parte da professora estagiária, no quadro branco, do sumário[3], com auxílio das intervenções dos alunos. - Cópia, por parte dos alunos, do sumário no caderno de registos			9:50 10:00

Observações/reflexões:

1) **Sumário:**

Resolução do teste de avaliação.

2) Resolução, por parte dos alunos, das tarefas "Elementos decorativos na rua 25 de Abril" e "Mãos à obra".

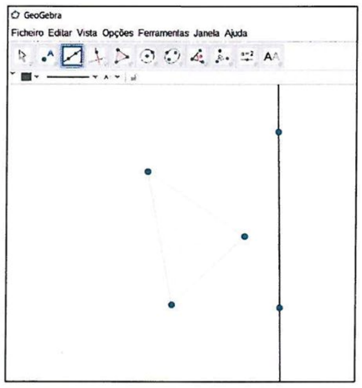
3) **Sumário:** Resolução de tarefas sobre simetrias no GeoGebra.

Anexo n.º 7 – Tarefa “Polígonos espelhados”

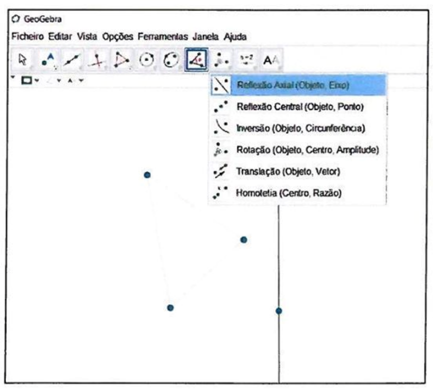
[redacted]

Polígonos espelhados

1. Desenha um polígono à tua escolha e traça uma reta, na vertical, como sugere a imagem seguinte.



1.1. Com recurso ao botão ***Reflexão Axial*** verifica o que acontece, clicando no polígono (Objeto) e na reta traçada (Eixo).



<u>Nota:</u> Se na reflexão do polígono que obtiveste pela reflexão não aparecerem assinalados os pontos correspondentes aos vértices, obtém os transformados dos pontos do polígono inicial.

GeoGebra

[redacted]

1.2. Determina:

a) A distância de um dos vértices do polígono inicial à reta traçada;

b) A distância do transformado desse ponto à reta;

1.2.1. Que observas?

____

____

1.3. Determina:

a) O comprimento de um dos lados do polígono inicial;

b) O comprimento do transformado desse lado;

1.3.1. Que observas?

____

____

1.4. Determina:

a) A amplitude de um dos ângulos internos do polígono inicial;

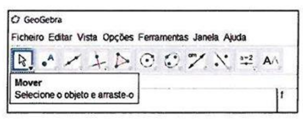
b) A amplitude do transformado desse ângulo;

1.4.1. Que observas?

____

____

1.5. Move um dos pontos do polígono, recorrendo à opção ***Mover***, e verifica o que acontece no seu transformado (no polígono e nas distâncias à reta de reflexão).



1.5.1. O que concluis?

____

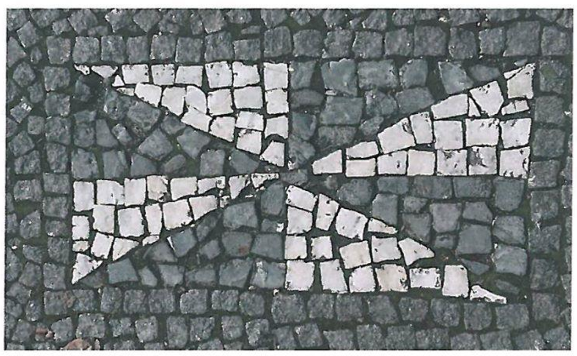
____

____

Anexo n.º 8 – Tarefas “A reflexão central na rua Alexandre Herculano” e “Vamos rodar uma imagem!”

[redacted]

A reflexão central na rua Alexandre Herculano



1. Reconheces esta imagem? Indica o nome das rochas utilizadas para a sua construção.

____

____

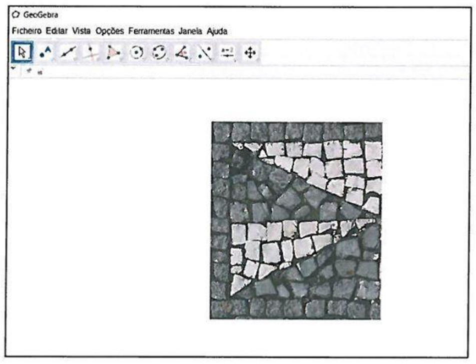
2. Na tua rua também encontras padrões do mesmo género?

____

GeoGebra

[redacted]

Ao ligares o ecrã do teu computador irás obter uma janela semelhante a esta:



3. Que relação existe entre a imagem inicial e a que te é apresentada no GeoGebra?

____

4. Obtém o transformado da imagem apresentada no GeoGebra, de modo a obteres a imagem inicial, recorrendo a uma reflexão.

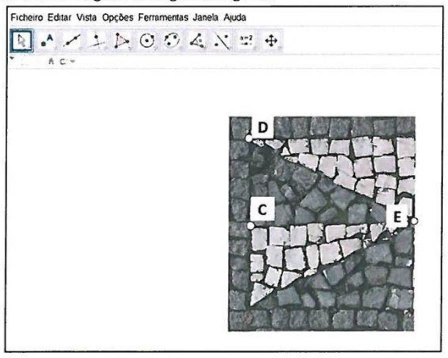
4.1. Na reflexão axial verificaste que, para obteres o transformado de um objeto necessitas de um objeto inicial e de um eixo de reflexão. Quais são, neste caso, as condições necessárias para obteres uma reflexão central?

____

____

[redacted]

5. Assinala três pontos como sugere a seguinte figura.



5.1. Determina

a) A distância dos pontos assinalados ao centro da reflexão;

b) A distância do transformado desse ponto ao centro da reflexão.

5.1.1. Que observas?

5.2. Determina:

a) O comprimento de [DC];

b) O comprimento do transformado desse lado ([D'C']);

5.2.1. Que observas?

5.3. Determina:

c) A amplitude do ângulo DEC;

d) A amplitude do ângulo D'E'C';

5.3.1. Que observas?

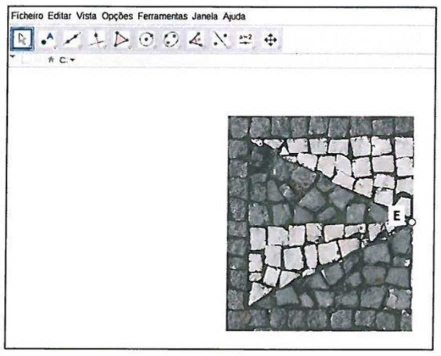
5.4. Que concluis?

GeoGebra

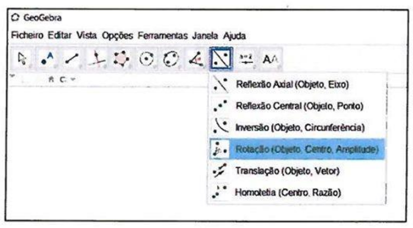
[redacted]

Apaga agora o transformado, de modo a obteres o objeto inicial.

1. Tal como na tarefa anterior, determina um ponto que será o centro de rotação, como sugere a imagem seguinte.



1.1. Recorrendo à opção indicada na imagem, obtém o transformado da figura utilizando como centro de rotação o ponto que assinalaste anteriormente (Centro), com uma amplitude de 180º (Amplitude).



1.1.1. De quantas maneiras diferentes se pode selecionar o sentido do ângulo?

____

____

1.1.2. Experimenta rodar a imagem inicial através dos dois sentidos – **horário** (−) e **anti-horário** (+).

2. Utilizando palavras tuas diz o que entendes por rotação?

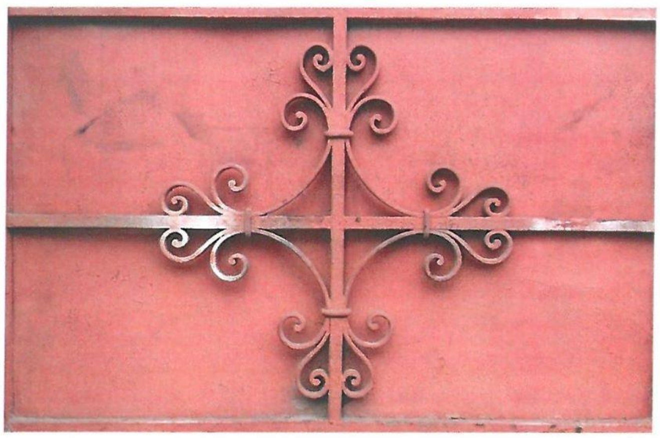
____

____

Anexo n.º 9 – Tarefas “Elementos decorativos na rua 25 de Abril” e “Mãos à obra!”

[redacted]

Elementos decorativos na rua 25 de Abril



1. Reconheces esta imagem?

____

2. Na tua rua também encontras elementos decorativos do mesmo género? Se sim, refere o local.

____

3. Quantas simetrias tem a imagem apresentada?

____

____

____

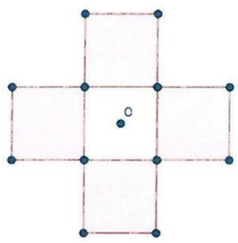
GeoGebra

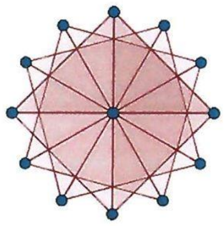
[redacted]

Mãos à obra!

Agora és desafiado(a) a obteres uma construção que tenha simetria de rotação. Podes começar por construir uma figura geométrica, à tua escolha, e decidires qual será o centro de rotação.

Abaixo encontram-se alguns exemplos.





1. Explica como obtiveste a tua construção.

____

____

____

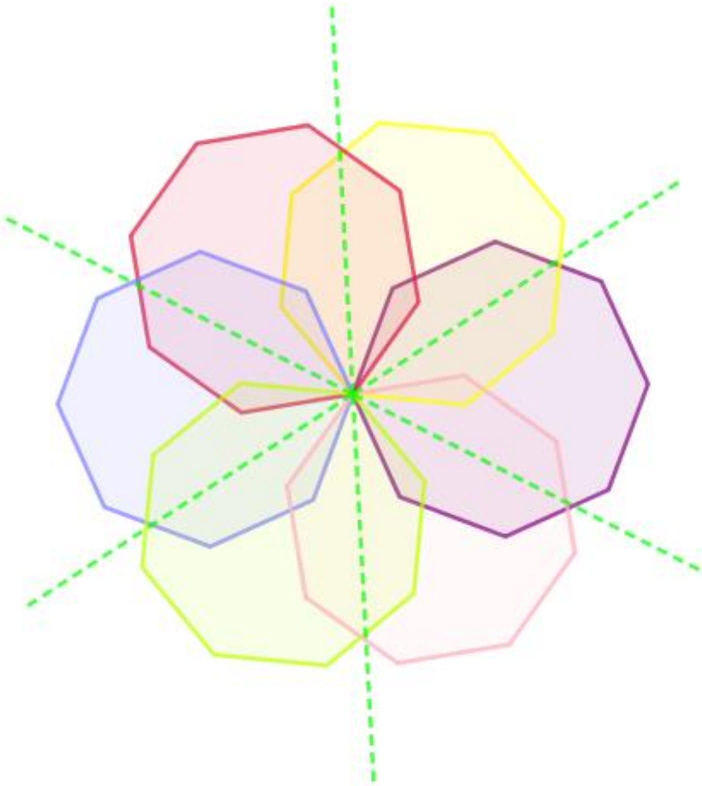
____

____

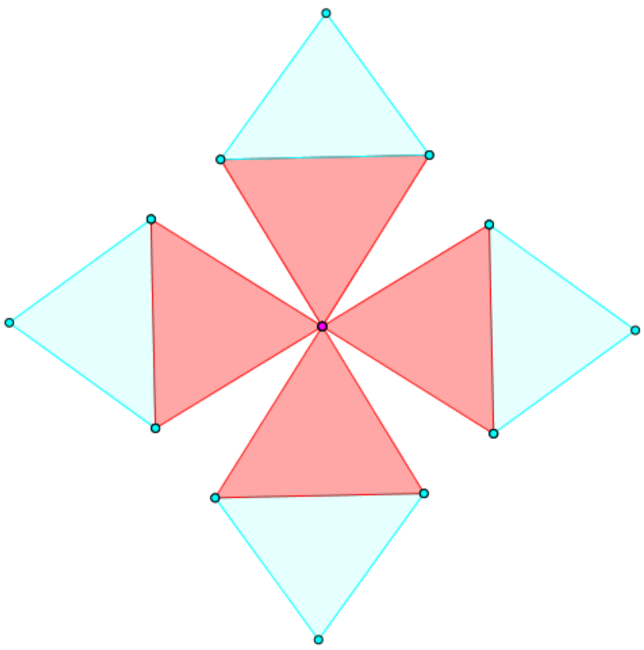
2. Quantas simetrias de rotação tem a tua construção?

____

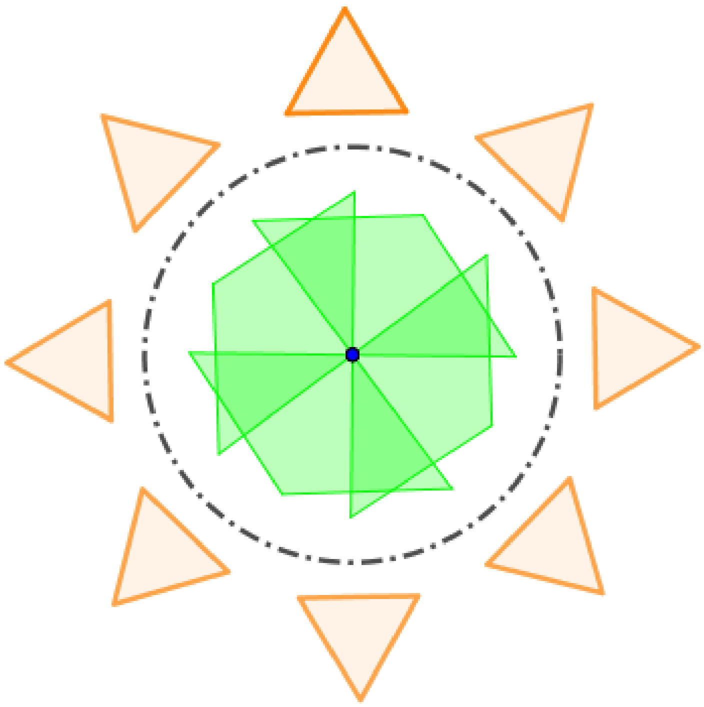
Anexo n.º 10 – Construções dos alunos no GeoGebra, da tarefa "Mãos à obra!"



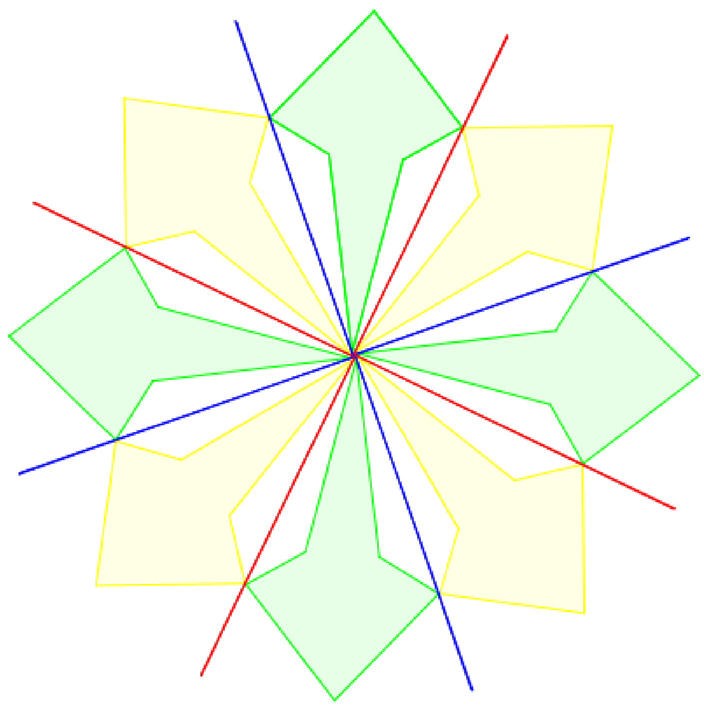
Núria e Constança



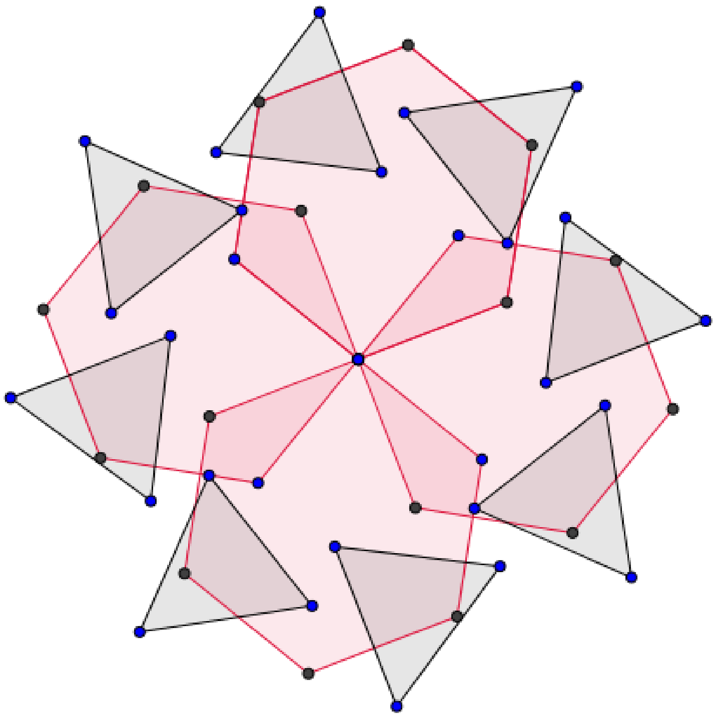
António e André



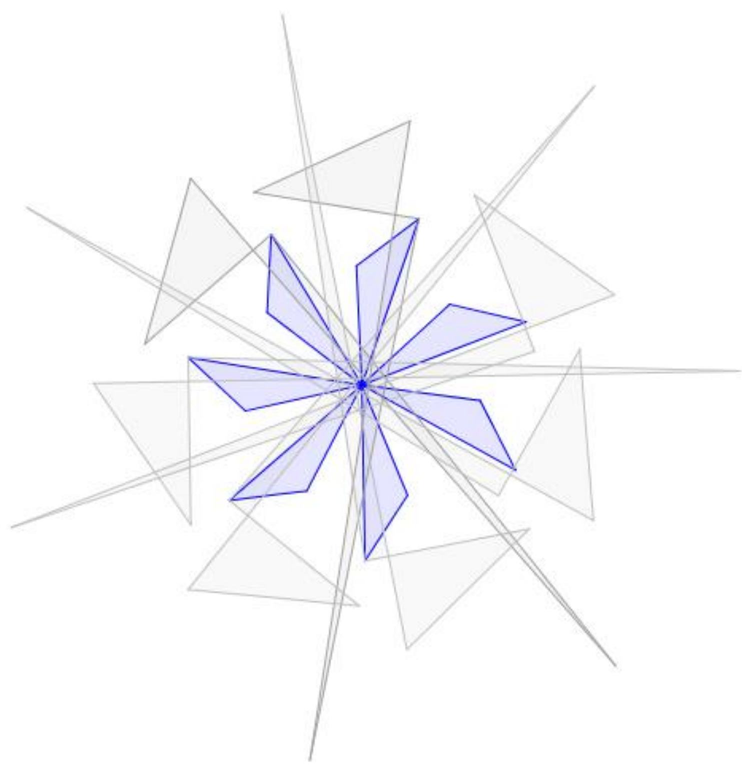
Bárbara e Sofia



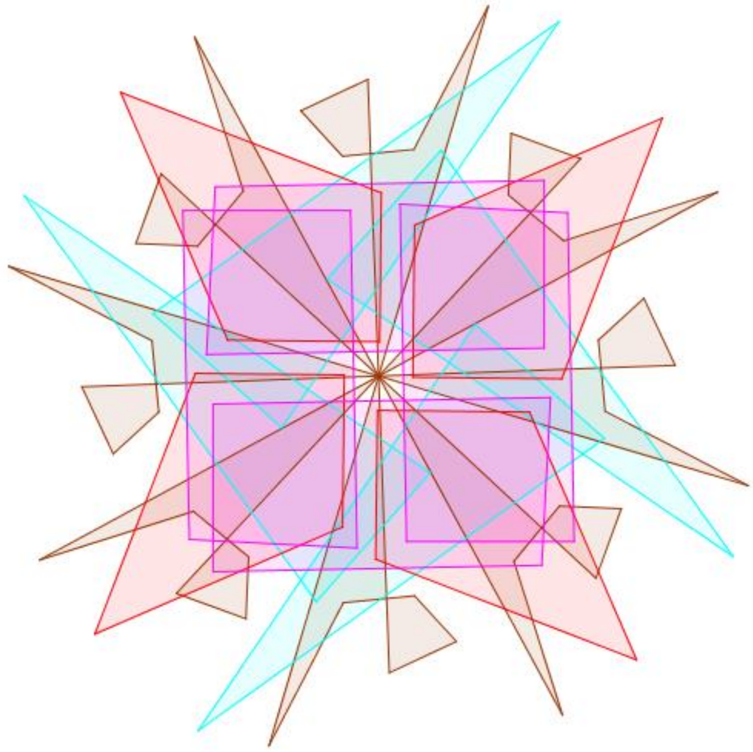
Jorge e Manuel



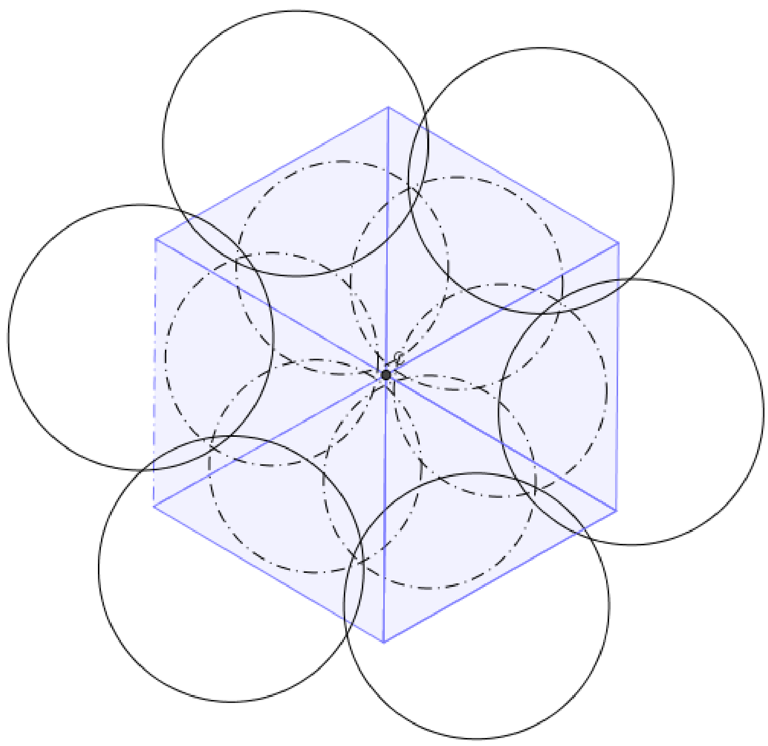
José e Daniel



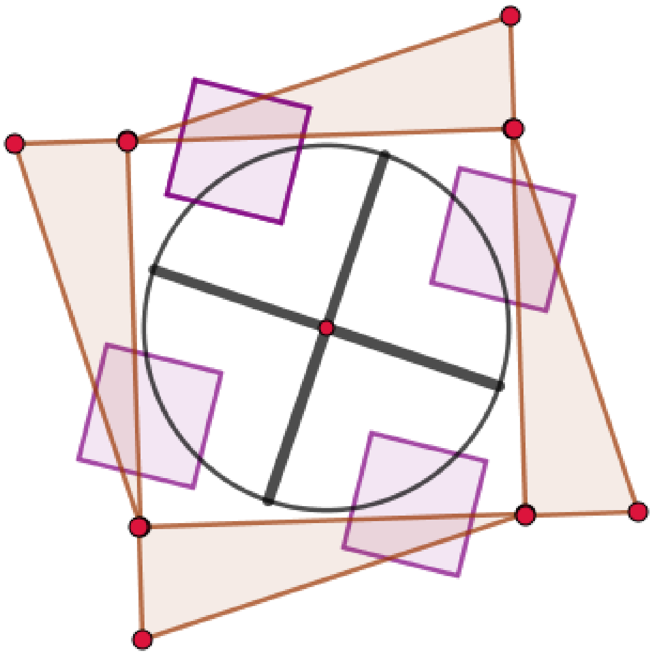
Guilherme e Fernando



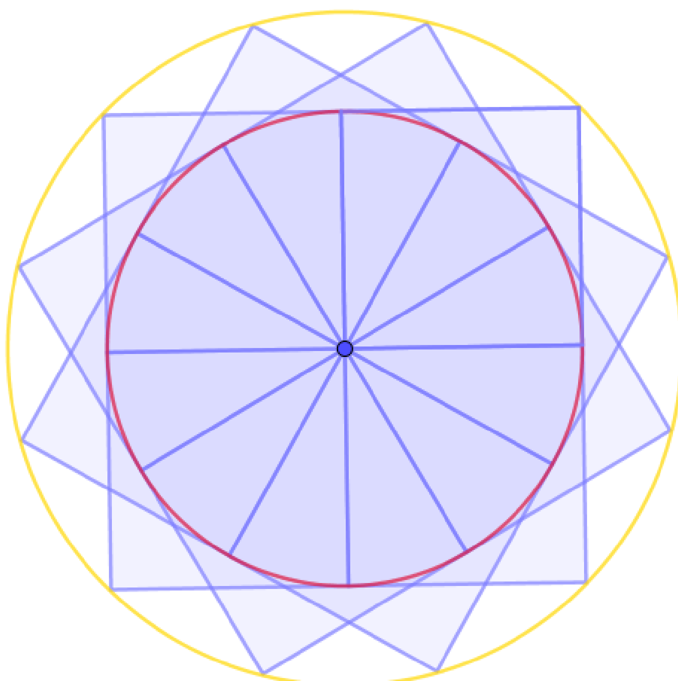
Dinis e Mafalda



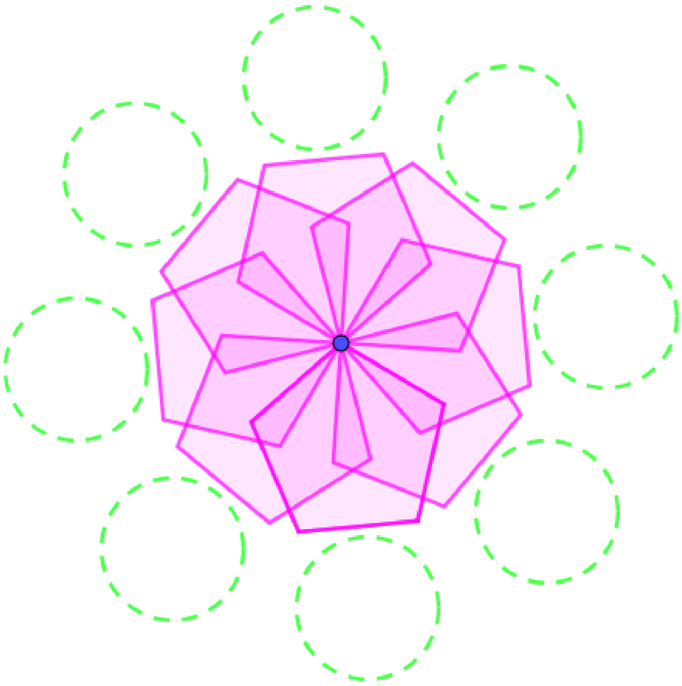
Rodrigo e Telmo



Alice e Carlota



Rute e Marlene



Mariana e Filipa