

Instituto Politécnico de Viseu

Escola Superior de Educação de Viseu



Odete Manuela Nunes Monteiro

Como os alunos do 1º ano põem em jogo as suas competências comunicativas na explicação de situações de cálculo mental

Dezembro 2013

Odete Manuela Nunes Monteiro

Como os alunos do 1º ano de escolaridade põem em jogo as suas competências comunicativas na explicação de situações de cálculo mental

Relatório Final Estágio

Mestrado em Educação Pré-escolar e Ensino do 1.ºCEB

Trabalho efetuado sob a orientação de
Professor Doutor Luís Menezes
Professora Mestre Cátia Rodrigues



Dezembro de 2013

A elaboração desta investigação só foi possível devido à contribuição de várias pessoas, cabe-me então expressar os meus agradecimentos a elas.

Deste modo agradeço:

- ❖ A toda a comunidade docente da Escola Superior de Educação de Viseu, pela sabedoria transmitida e pela dedicação empregue na formação dos estudantes;
- ❖ Ao Doutor Luís Menezes e à Mestre Cátia Rodrigues pelo apoio, dedicação, incentivo e disponibilidade em me mostrar sempre o caminho ideal;
- ❖ À professora cooperante de estágio, pelas palavras de incentivo, pelo apoio e disponibilidade prestada;
- ❖ Aos quatro alunos caso, assim como aos restantes alunos pelo seu amor, carinho e sorrisos;
- ❖ À minha família, que são os pilares da minha felicidade e que, mais do que ninguém, lutam comigo em todos os momentos da minha vida.
- ❖ Aos meus amigos, em especial à Neide Mendes que lutou e venceu comigo.

A todos muito obrigada, pois sem a vossa ajuda nunca teria tornado este sonho numa realidade.

**“Se podemos sonhar, também podemos tornar
nossos sonhos realidade.”** (Walt Disney)

RESUMO

O relatório final de estágio abarca todo o processo de prática ligado à unidade curricular Prática de Ensino Supervisionada do curso de Mestrado em Educação Pré-escolar e Ensino do Primeiro Ciclo do Ensino Básico (CEB). Este é fruto de uma reflexão sobre todo o estágio, que procura descrever os contextos no qual ocorreu o estágio, refletindo sobre as práticas, competências, pedagogias, estratégias e conhecimentos desenvolvidos. Sendo a investigação uma ação indispensável na profissionalização educativa, e uma vez que ela fez parte da prática ao longo do estágio, será também reservada determinada atenção para tal. O estudo em questão pretende estudar como os alunos do 1.º ano de escolaridade põem em jogo as suas competências comunicativas, na explicação de situações de cálculo mental.

Neste estudo optou-se por uma metodologia de natureza qualitativa, onde se valorizou a descrição pormenorizada das entrevistas realizadas às crianças. Para tal foi realizado quatro estudos de caso, numa turma do 1º ano do 1º Ciclo do Ensino Básico, onde me encontrava a estagiar.

Ao longo das 5 sessões de trabalho, as crianças foram convidadas a apresentar as suas estratégias de cálculo mental e justificarem as suas ideias e processos matemáticos.

As conclusões apontam que as estratégias criadas pelos alunos são pouco valorizadas. Apesar do programa de matemática do ensino básico de 2007 valorizar o cálculo mental e a comunicação matemática, estas capacidades são pouco trabalhadas na sala de aula já que os professores tendem a valorizar e a recorrer ao uso do algoritmo.

Palavras-chave: Sentido de número, cálculo mental, justificação, raciocínio e comunicação.

ABSTRACT

The final report of the stage covers the whole process of practice linked to the Supervised Teaching Practice curriculum unit of Master's degree in Pre-school Education and Teaching of the First Cycle of Basic Teaching (CEB).

This is the result of a reflection on the entire stage, which seeks to describe the contexts in which occurred the stage, reflecting on practices, skills, teaching methods, strategies and knowledge developed. Being an indispensable action research in professional education, and since it was part of the practice over the stage, will be also reserved particular attention to such. The study in question aims to study how students of the first year of education put into play their communicative skills, in the explanation of mental calculation.

In this study we opted for a qualitative methodology, which has appreciated the detailed description of the interviews to children. To this was done four case studies, in the class of the first year of the first Cycle of Basic Education, where I was training.

Along the five working sessions, the children were invited to submit their mental calculation strategies and justify their mathematical ideas and processes.

The findings show that the strategies created by the students are undervalued. Despite of the math program of basic education 2007 to enhance the mental calculation and mathematical communication, these abilities are poorly worked in the classroom, teachers tend to value and appeal to the use of the algorithm.

Keyword: Sense of numbers, mental calculation, justification, reasoning and communication

ÍNDICE

PARTE I	9
REFLEXÃO CRÍTICA SOBRE AS PRÁTICAS EM CONTEXTOS	9
1.Caracterização dos contextos	10
1.1.Jardim-de-infância	10
1.2.Primeiro Ciclo do Ensino Básico	12
2. Análise das práticas concretizadas	13
2.1. Práticas desenvolvidas em contexto pré-escolar	13
2.2.Práticas desenvolvidas em contexto do 1.º Ciclo do Ensino Básico	15
3. Análise das competências e conhecimentos profissionais desenvolvidos	16
PARTE II	19
COMO OS ALUNOS DO 1º ANO DE ESCOLARIDADE PÕEM EM JOGO AS SUAS COMPETÊNCIAS COMUNICATIVAS, NA EXPLICAÇÃO DE SITUAÇÕES DE CÁLCULO MENTAL	19
CAPÍTULO I	20
Introdução	20
CAPÍTULO II	23
Enquadramento teórico	23
1. NÚMEROS E CÁLCULO NOS PRIMEIROS ANOS DE ESCOLARIDADE	23
1.1. A aprendizagem do número	23
1.2. O que significa sentido de número e como se desenvolve?	24
1.3. A natureza e a importância do cálculo mental	29
1.4. Como é que as crianças aprendem a realizar o cálculo mental? Quais as estratégias que utilizam?	33
2. COMUNICAÇÃO E ENSINO-APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA	41
2.1. Comunicação matemática.....	41
2.2. A comunicação oral em Matemática.....	42
2.3.Comunicação escrita em Matemática	44
CAPÍTULO III	48
Metodologia	48
1. TIPO DE INVESTIGAÇÃO	48

2.	PARTICIPANTES	49
3.	INSTRUMENTOS DE RECOLHA DE DADOS	50
3.1.	Entrevista.....	50
3.2.	Recolha documental	52
4.	Procedimentos de tratamento e análise de dados	52
CAPÍTULO IV		54
Apresentação e discussão dos dados		54
	Daniel.	54
	Carlos	54
	Sofia.	54
	Marta.	55
	Tarefa 1: Moedas no bolso do Tiago.....	55
	Tarefa 2: Vendedor de rifas	55
	Tarefa 3: Ida ao circo	55
	Tarefa 4: Comprar brinquedos	56
	Tarefa 5: Copos de sumo	56
5.	As resoluções e as explicações dos alunos nas tarefas	58
CAPÍTULO V		103
Conclusão do estudo		103
Conclusão geral		105
Anexos		112

Índice de Ilustrações

Figura 1 Modelos de estratégias de cálculo mental	3734
Figura 2 Modos de representação in Boavida et al. (2008) citado por Bélem (2012)	
.....	4543

INTRODUÇÃO GERAL

O presente documento foi concebido no âmbito da unidade curricular Prática de Ensino Supervisionada do curso de Mestrado em Educação Pré-escolar e Ensino do Primeiro Ciclo do Ensino Básico (CEB), tendo como objetivo a elaboração de um relatório final de estágio, o qual integra uma base consistente, devido ao seu rigor científico e ao aprofundamento teórico-prático desenvolvido ao longo do mestrado.

Pretendo que este relatório seja uma mais-valia para a minha formação e que através deste venha a adquirir novas aprendizagens, uma vez que a aprendizagem é um processo contínuo, que nunca deve ficar estagnado na vida do ser humano.

Cabe a nós futuros educadores/professores ir em busca de conhecimento, questionando e refletindo sempre sobre toda a nossa prática. Só assim podemos ser agentes do progresso, desenvolvendo práticas e saberes tendo em conta uma sociedade diversificada.

Por ser tão importante os trabalhos de investigação na área da educação, uma vez que, é importante conhecer e refletir sobre o que vem sendo feito, apresenta-se aqui um estudo investigativo o qual possui um determinado enfoque.

O presente relatório encontra-se organizado em duas partes. Na primeira parte apresenta-se uma reflexão crítica sobre as práticas em contexto, onde são caracterizados os contextos de realização das práticas de ensino supervisionadas, de forma a dar a conhecer os enquadramentos curriculares, institucionais, organizacionais e pedagógicos, assim como a turma/grupo com o qual tive o privilégio de contactar. É ainda, apresentada uma análise das práticas concretizadas, fundamentando as opções, os métodos, as estratégias, as técnicas e os recursos utilizados ao longo do estágio, fazendo referência às planificações, reflexões críticas e ao Projeto Curricular de Turma/Grupo. Este capítulo engloba ainda uma análise sobre as competências e conhecimentos profissionais desenvolvidos, sustentada por uma autoavaliação tendo em conta o perfil de desempenho docente.

A segunda parte abraça todo o trabalho de investigação onde se procura estudar como os alunos do 1.º ano de escolaridade põem em jogo as suas competências comunicativas, na explicação de situações de cálculo mental. Aqui será narrado, para além da revisão da literatura, todo o procedimento dessa investigação, desde o motivo da escolha do tema de estudo, até às opções metodológicas como: o tipo de investigação, a amostra, as técnicas e instrumentos de recolha de dados e a análise e

tratamento dos dados. Para finalizar segue-se as discussões e considerações finais face ao estudo, que se antecedem às referências bibliográficas e aos anexos.

PARTE I

REFLEXÃO CRÍTICA SOBRE AS PRÁTICAS EM CONTEXTOS

Esta parte do relatório final de estágio tem como principal objetivo dar a conhecer os contextos nos quais ocorreram o estágio, bem como, a minha reflexão acerca das práticas aí desenvolvidas. Para além disso, pretendo fazer uma referência às práticas observadas no 1º CEB e no Pré-escolar, assumindo a existência de uma continuidade educativa que se inicia no pré-escolar e continua no 1º CEB, onde o ensino se torna mais formal. Estes dois níveis de ensino, apesar de serem distintos, complementam-se. Torna-se assim importante haver uma articulação entre ambos.

Neste relatório apenas serão destacadas a Prática de Ensino Supervisionada II e III, uma vez que foi nestas duas fases que o estágio teve um papel mais ativo na nossa preparação, visto que o tempo destinado era maior.

Começarei por apresentar uma caracterização dos dois contextos de estágio, passarei para uma análise sobre as práticas concretizadas e sobre as competências e conhecimentos profissionais desenvolvidos ao longo desses períodos.

1.Caracterização dos contextos

1.1.Jardim-de-infância

A prática de ensino supervisionada II foi realizada num Jardim-de-infância. Este estabelecimento de ensino é público e moderno e serve crianças entre os 3 e os 6 anos. Foi construído de raiz, com o propósito de servir uma comunidade cada vez mais heterogénea, e é composto por dois pisos. O segundo piso, constituído por um espaço exterior, está reservado às salas de atividades, onde se desenvolvem todas as atividades propostas pelas educadoras e onde as crianças passam algum do seu tempo livre a brincar. O primeiro piso está reservado às funções de gestão e componente de apoio à família, nomeadamente o serviço de refeições e prolongamento de horário.

O estágio decorreu no segundo semestre, na sala 3, durante três dias: de segunda a quarta, com um horário letivo das 9h às 12h e das 14h às 16h. O grupo era constituído

por 25 crianças, doze do sexo feminino e treze do masculino, dos três aos seis anos, com saberes, vivências, competências e interesses próprios e diferentes.

As crianças demonstraram muita dinâmica, no que respeita à comunicação e à participação nas tarefas e atividades que lhes são dirigidas, revelaram autonomia e vontade de conhecer. Este grupo de crianças realiza facilmente tarefas básicas, como vestir, despir, atar os cordões dos sapatos, fazer a sua higiene, que lhes permitiram “adquirir maior independência”, como defende as OCEPE: “...independência, na educação pré-escolar, significa ir dominando determinados saber-fazer... e também ser capaz de utilizar melhor os materiais e instrumentos à sua disposição” (Ministério da Educação, 1997, p.53).

Como aspetos menos positivos, destaco a dificuldade em respeitar as regras estabelecidas dentro da sala de aula, por exemplo: esperar pela vez de intervir, conversar com os colegas quando estão em grupo e saber ouvir.

Em relação ao meio social/cultural destas crianças é médio/alto, visto que a maioria dos pais são licenciados. A supervisão das dinamizações esteve a cargo de dois docentes: um docente da área das ciências da educação e outro docente das ciências sociais.

Pude contar sempre com o apoio e experiência da professora cooperante, que tinha por base, para a organização do ambiente educativo e da sua prática, os modelos curriculares do Movimento da Escola Moderna (MEM), o Modelo Reggio Emilia, bem como o Modelo Curricular High-Scope.

O modelo curricular é importante, porque permite apoiar o docente na dinamização de uma ação educativa mais qualificada e proporciona às crianças aprendizagens mais intensas.

No que diz respeito à organização do tempo, a rotina era alterada sempre que necessário, embora fosse normalmente distribuída ao longo do dia da seguinte forma:

9:00	Acolhimento
9:45	Reunião do grupo
10:00	Pequeno lanche
11:00	Atividades organizadas de pequeno grupo
11:40	Jogo livre
11:50	Arrumação da sala
12:00	Almoço

14:00	Reunião do grupo
14:15	Atividades organizadas
15:00	Reunião final do dia
16:00	Lanche

Nesta rotina estava estipulado um momento próprio para a avaliação. Este momento ocorria todos os dias, no final do dia. Era um aspeto importante tanto para a educadora como para as crianças, pois estas refletiam sobre os seus comportamentos e sobre as suas atitudes, avaliando-se a si próprios e aos colegas.

1.2.Primeiro Ciclo do Ensino Básico

A prática de ensino supervisionada do último semestre do Mestrado em Educação Pré-Escolar e Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico realizou-se num centro escolar recente, que abarca o primeiro ciclo e a educação pré-escolar, numa sala frequentada por dezoito crianças, com idades entre os 5 e os 7 anos.

O estágio realizado nesta instituição decorreu durante três dias por semana, de segunda a quarta-feira, das 9.00h às 12:00h e das 13:30h às 15:30h, exceto às segundas-feiras, com um horário das 9:45h às 12:00h e das 13:30 às 16:15, devido às AEC'S. A supervisão foi efetuada por um professor da área de Ciências da Educação e por outro da área de Matemática, que acompanharam as nossas intervenções ao longo do semestre.

O estágio decorreu numa turma do 1º ano com uma cooperante muito experiente na área. Esta poucas vezes recorria ao manual; usava material lúdico, como o quadro interativo, para projetar as histórias, tornando as aulas lúdicas e dinâmicas. A professora tinha também o cuidado de fazer a articulação entre os temas e promover a interdisciplinaridade.

Em relação à turma com a qual trabalhei, posso referir que esta é constituída por dezoito alunos: nove do sexo masculino e nove do sexo feminino. Saliento também que existe um aluno com necessidades educativas especiais. Este aluno vai acompanhando os conteúdos pedagógicos, mas dispersa-se com facilidade. Para além disso, o grupo é bastante heterogéneo na aprendizagem, comportamento e atitudes.

A turma apresenta algumas dificuldades em cumprir as regras tanto dentro como fora da sala de aula e revela pouca responsabilidade no que diz respeito aos seus materiais.

O facto de serem muito faladores é também outro obstáculo para a concentração destas, que é bastante importante para a construção de novos conhecimentos. Para além destes fatores, os alunos apresentam diferentes níveis de maturidade, postura e de aprendizagem.

Quanto à área do Português, os alunos, à exceção de dois, exprimem-se de forma clara e audível, utilizando um vocabulário diversificado e adequado ao contexto. Leem e escrevem palavras com duas ou mais sílabas e pequenas frases, necessitando por vezes de alguma ajuda.

Na área da Matemática, os alunos identificam os números aprendidos, compõem e decompõem, aplicam a simbologia de maior, menor e igual, realizam sequências numéricas e resolvem pequenas situações problemáticas.

Contudo, posso referir que a turma revela interesse em participar e capacidade de trabalho.

Estas crianças são provenientes de classe média, vivendo em ambientes familiares favoráveis ao seu desenvolvimento físico e intelectual.

2. Análise das práticas concretizadas

2.1. Práticas desenvolvidas em contexto pré-escolar

A Educação Pré-escolar é uma etapa decisiva na vida da criança, já que esta surge como a primeira etapa da educação básica.

“As crianças que observamos não são ilhas isoladas. Pertencem a uma família, a uma comunidade, a uma sociedade e a uma cultura. A criança está imersa nesta cultura desde o nascimento e mesmo antes dele. Nesta cultura desenvolveram-se explicações sobre o Mundo, o Homem e a Vida, desenvolvem-se teorias e instrumentos para apurar a explicação do Mundo; construíram-se crenças, costumes e valores; desenvolvem-se sentimentos e comportamentos” (Formosinho, 1996, citado por Santos, 2010, p.4)

Desta forma, é importante não esquecer que quando a criança chega ao jardim-de-infância traz consigo experiências e saberes anteriores, fruto do meio social do qual é proveniente. Cabe assim ao educador fortalecer, valorizar esses saberes e

experiências, proporcionando aprendizagens cada vez mais complexas e significativas para a criança, encorajando-a a resolver os problemas do dia-a-dia.

Torna-se assim fundamental “observar cada criança e o grupo para conhecer as suas capacidades, interesses e dificuldades, recolher informações sobre o contexto familiar e o meio em que as crianças vivem, são práticas necessárias para compreender melhor as características das crianças e adequar o processo educativo às suas necessidades.” (Ministério da Educação, 1997, p.25)

O educador deve estabelecer uma estreita relação com a família, porque esta tem efeitos positivos na educação das crianças e que podem ser favoráveis a longo prazo.

A Educação Pré-escolar deve ainda “favorecer a formação e o desenvolvimento equilibrado da criança” (Ministério da Educação, 1997, p.15), respeitando as suas características.

Estanqueiro citado por Barbosa (2012), refere que “ensinar significa ensinar e aprender” (p.8), pois o educador quando ensina está também a aprender: este deve ser um processo dinâmico, uma troca de saber entre o aluno e o educador.

Ao longo da prática desenvolvida na Educação Pré-escolar aprendi muito com as crianças e com a cooperante, que sempre se prontificou a ajudar.

Constatei que temos de arranjar diversas estratégias para cativar as crianças, pois estas cansam-se de aprender sempre da mesma forma, assim há que inovar e criar atividades em que se crie um sentido de surpresa. Só assim conseguimos captar a atenção das crianças e a aprendizagem torna-se mais significativa. Com o passar do tempo fui tendo o cuidado de contemplar essa diferenciação, pois verifiquei que os alunos se encontravam motivados e que tinham mais sucesso na realização das atividades, pois como refere Estanqueiro “a motivação facilita o sucesso. Por sua vez, a conquista do sucesso reforça a motivação. É um círculo virtuoso” (Estanqueiro citado por Barbosa, 2012, p.17), círculo esse que não queríamos perder, pois a motivação de um grupo é uma grande ajuda para o sucesso de uma aula.

À medida que o tempo passava, e porque ia conhecendo melhor as características individuais de cada criança, estava cada vez mais entusiasmada, o que se refletia no decorrer das dinamizações.

Ao longo das práticas ocorreram imprevistos que tentei resolver, alterando a planificação que tinha definido previamente, já que planear também é isso mesmo, é termos a capacidade de refletir e de agir no momento. Neste processo pudemos contar com o apoio dos supervisores e da cooperante para o fazer. O apoio da colega de

estágio também foi muito importante, porque permitiu refletir em conjunto sobre os erros cometidos, a partir da visão de uma pessoa que está de fora.

Refletir é uma atividade muito importante, principalmente na área da educação, já que é fundamental pensar sobre o que correu bem e menos bem e tentar descobrir a causa desse acontecimento, pois só assim é que podemos melhorar.

No que diz respeito à supervisão, na globalidade, os professores observaram-nos apenas num momento específico e numa área. Acho pouco apesar de ter ficado com a noção da minha evolução. Para concluir, acredito que num futuro próximo poderei mostrar realmente aquilo que aprendi e aquilo em que acredito enquanto futura docente. Acredito que terei em conta o grupo de crianças e as suas necessidades individuais. Não quero ser diferente, apenas quero ser “Eu”. Acredito também num ensino que valoriza a criança, a sua maneira de ser, e que dá voz às mesmas. E acredito, acima de tudo, que serei uma ótima profissional, pois a sapiência adquirida no terreno, fará de mim uma professora que busca o progresso.

2.2.Práticas desenvolvidas em contexto do 1.º Ciclo do Ensino Básico

O Ensino Básico é a preparação essencial para a vida ativa. Este ensino faz com que os que dele beneficiam possam participar na construção do futuro coletivo e continuar a aprender (Alvarenga, 2011).

O estágio neste nível de ensino, 1º ano, foi uma mais-valia para a minha formação, pois pude ver a evolução das crianças, como é que estas aprendiam a ler e a escrever e quais os métodos que se utilizava para esse efeito.

Ser professor não é tarefa fácil, é preciso saber dar respostas às exigências colocadas pela sociedade atual. Para Antunes citado por Alvarenga (2011), “ser professor é alguém que ajuda os seus alunos a encontrar, organizar e gerir o seu saber; alguém que continua a ser um aprendiz, um questionador incansável que nunca toma uma opinião ou perspetiva como última e absoluta” (p. 24).

Ser professor é ser mais do que um mero transmissor de conhecimentos e saberes é, acima de tudo, ter a capacidade de refletir sobre a sua prática.

Na prática pedagógica pude verificar que os alunos têm diferentes ritmos de trabalho e diferentes necessidades, que devem ser valorizadas e tidas em conta no momento de planificar, de modo a criar momentos propícios para a sua aprendizagem. Planificar é assim, determinar o que deve ser ensinado, como deve ser ensinado e o tempo que

devemos dedicar a cada conteúdo. Como refere Arends (1999) citado por Alvarenga (2011) “uma das consequências da planificação é a redução dos problemas disciplinares e das interrupções que podem ocorrer numa sala de aula” (p. 15).

Ao longo do estágio fui evoluindo, na medida em que tinha cada vez menos dificuldades em planificar e fui criando dinamizações mais lúdicas, para que a aprendizagem fosse mais significativa e prazerosa. Tive o cuidado de apresentar sempre as atividades de forma diferente, estimulando, assim, a curiosidade, o pensamento, a concentração e a atenção do aluno. Verifiquei que os alunos gostavam das aulas que as estagiárias lecionavam e dos materiais que levámos, para que a aprendizagem se tornasse mais significativa, o que para mim foi sinal de reconhecimento do nosso trabalho. Durante a prática, optei muitas vezes por realizar trabalhos de grupo, porque verifiquei que as crianças não sabiam trabalhar em grupo e competiam entre elas, com o passar do tempo, foram percebendo o que realmente é trabalhar em grupo.

No que se refere à supervisão, contei com o apoio de dois professores: um da área da matemática e outro da área de ciências da educação, assim como com a da professora cooperante, que me ajudaram a refletir sobre aspetos menos conseguidos, para que no futuro não os volte a repetir e a minha prática se torne cada vez melhor.

É através dessas reflexões que aprendemos a valorizar umas coisas e a menosprezar outras. No futuro, não pretendo abrir mão daquilo que me foi ensinado e sinceramente espero vir a colocar em prática o que aprendi, tanto com colegas e professores como com as crianças.

3. Análise das competências e conhecimentos profissionais desenvolvidos

Tendo em conta as práticas desenvolvidas ao longo do mestrado de um ano e meio (3 semestres), fui adquirindo competências e conhecimentos que fizeram de mim a profissional que hoje sou. Ao longo deste mestrado tive maus e bons momentos, no entanto aprendi sempre algo novo, por exemplo, aprendi que nem sempre as coisas correm como planeamos e há que estar preparada para mudar tudo se verificarmos que o que foi planeado não está a motivar as crianças. Essas aprendizagens fizeram com que quisesse melhorar o meu desempenho profissional. Foi uma experiência diferente, interessante, que me possibilitou o contacto com crianças muito comunicativas e sempre prontas a ajudar e participar. Também tive a oportunidade de contactar com os

pais/encarregados de educação, o que não tinha sido possível no estágio anterior. Esta experiência foi essencial, porque permitiu-me ter um feedback acerca do trabalho que estava a desenvolver e perceber se os alunos tinham o apoio dos pais.

Quando fui estagiar para o 1º ciclo, 1º ano, verifiquei que algumas crianças estavam a adaptar-se mais facilmente do que outras à mudança de ciclo. Esta mudança causa alguma angústia tanto para eles como para os pais. Cabe aos pais, ao professor e ao educador tentar que esta mudança se torne em algo positivo, proporcionando uma boa adaptação das mesmas.

As orientações curriculares da educação pré-escolar trouxeram uma maior aproximação ao 1º CEB, “orientando os educadores na procura de mecanismos que facilitam a continuidade e apoiem a transição entre os dois patamares educativos.” (Serra, 2004, pp.69/70). Assim, é fundamental que o educador e professor tenham conhecimento do trabalho desenvolvido e se apoiem.

Ao longo dos estágios sempre agi de modo a construir o meu conhecimento profissional, porque a aprendizagem é contínua e nunca estanca.

O conhecimento adquirido ao longo da minha formação ajudou-me muito nas práticas desenvolvidas em contexto de ensino. Contudo, surgem sempre dúvidas, que foram retiradas por professores experientes ou por auto pesquisa, com a intenção de melhorar o meu desempenho.

Ao longo das práticas desenvolvidas apoiei-me no Decreto-Lei n.º 241/2001 de 30 de Agosto, que caracteriza as práticas docentes tendo em consideração a conceção e desenvolvimento do currículo, para refletir sobre a minha prática e me autoavaliar.

Considero que o meu perfil é adequado para as atuais vicissitudes, porque procuro ser uma profissional atenta à mudança, encontrando novas formas de inovar e de criar. Pretendo ir atualizando o meu conhecimento, pois não há nada mais gratificante do que ver estampado no rosto das crianças a felicidade de aprender, o gosto no que fazem e aprendem. Sendo o objetivo principal do professor a aprendizagem do aluno, é importante andar o mais atualizado possível e agir de maneira correta, pois este é visto como um modelo a seguir.

Todas as planificações foram efetuadas com muito rigor, tendo em conta o programa em vigor, assim como as necessidades e interesses dos alunos. No que diz respeito às experiências de aprendizagem selecionadas para atingir os objetivos propostos, procurei promover a articulação dos saberes, ou seja, a interdisciplinaridade. Apesar de reconhecer que a interdisciplinaridade é deveras importante, nomeadamente para ultrapassar o pensamento fragmentado, nem sempre a consegui realizar.

O recurso à tecnologia sempre esteve presente, proporcionando diferentes formas de aprendizagem dos conteúdos programáticos. O trabalho de grupo, a pesquisa e apresentação de trabalhos, também tiveram um foco importante, de forma a promover a colaboração e a cooperação.

No que diz respeito ao ambiente de aprendizagem, procurei que estes fossem estimulantes, diversificados e motivadores para que as crianças se sentissem encorajadas a comunicarem, participarem, interagirem, tornando a aprendizagem mais significativa. Interagi sempre com as crianças em diferentes situações, tanto no jardim-de-infância como no 1.º CEB, criando fortes laços de amizade com as mesmas. Participei, sempre que possível, nos projetos e atividades desenvolvidos no jardim-de-infância (festa de Natal, visita de estudo, visita ao parque da cidade) e no 1.º CEB (Natal e Carnaval), porque considero que é fundamental percebermos como estes projetos funcionam, como são organizados, porque por detrás, por exemplo, de uma organização de uma visita de estudo há muito trabalho realizado que nem sempre transparece.

Tanto no jardim-de-infância como no 1.º CEB estive sempre a par dos documentos que regiam ambas as instituições, colaborei em atividades propostas pelas mesmas, envolvendo os pais nas nossas atividades de uma forma direta ou indireta.

Através da Prática de Ensino Supervisionada II, verifiquei que os alunos possuíam dificuldades na área da matemática e que alguns não gostavam desta disciplina. Assim, apresentei-lhes tarefas que despertassem a sua curiosidade e fossem ao encontro das suas necessidades.

Durante a minha prática de ensino na educação pré-escolar, verifiquei, que os alunos já possuíam um bom sentido de número e cálculo mental, assim como já eram capazes de comunicar oralmente as suas ideias. Foi aí que surgiu a minha vontade e interesse pelo tema do meu estudo, vontade em querer perceber mais acerca desta temática pouco abordada.

Posso concluir que “aprender a ensinar é, acima de tudo, um processo evolutivo, com fases e impactos distintos. O ponto de partida é a experiência adquirida enquanto aluno e o ponto de chegada é a experiência enquanto professor.” (Pacheco citado por Braga, 2012, p.6). Quanto a isso, esperemos que o ponto de chegada esteja próximo. Caso isso aconteça, considero que a experiência adquirida no estágio nos deu substrato necessário para sermos bons profissionais.

PARTE II

**COMO OS ALUNOS DO 1º ANO DE
ESCOLARIDADE PÕEM EM JOGO AS SUAS
COMPETÊNCIAS COMUNICATIVAS, NA
EXPLICAÇÃO DE SITUAÇÕES DE CÁLCULO
MENTAL**

CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO

No âmbito da unidade curricular Prática de Ensino Supervisionada, inserida nos planos de estudo do curso de Mestrado em Educação Pré-Escolar e Ensino do 1º CEB, foi solicitada a realização de uma investigação. Desta forma, propus-me investigar como os alunos do 1º ano põem em jogo as suas competências comunicativas na explicação de situações de cálculo mental. Esta investigação pretende, pois, dar resposta à questão: Que estratégias de cálculo mental usam os alunos e como as comunicam/explicam?

A opção por este tema surgiu do meu interesse e da curiosidade em perceber as dificuldades dos alunos nesta área, pois sabe-se que “um bom desenvolvimento das capacidades matemáticas se inicia nos primeiros anos e que as aprendizagens matemáticas futuras estão intimamente relacionadas com a qualidade das experiências iniciais em Matemática” (Serrazina, 2007, p.7), aprofundando o meu conhecimento acerca desta temática.

As orientações curriculares para o ensino básico salientam que todas as crianças devem aprender e gostar de Matemática, encarando-a como um desafio (DEB, 2001). Numa sociedade em constante evolução é essencial que as crianças desenvolvam um bom sentido de número, ganhando “a compreensão global dos números e das operações a par com a capacidade para usar esta compreensão de forma flexível para fazer julgamentos matemáticos e desenvolver estratégias úteis de manipulação dos números e das operações” (Equipa do Projeto Desenvolvendo o sentido do número, 2005, p.30).

Quando os alunos desenvolvem um bom sentido de número passam a calcular com mais destreza, visto que desenvolvem estratégias úteis e eficazes, próprias do cálculo mental (Morais, 2011). No Programa de Matemática do Ensino Básico (ME, 2007) é mencionada a importância do cálculo mental, onde o ensino de diferentes estratégias de cálculo se constitui como um dos objetivos da aprendizagem da matemática.

A comunicação matemática, para além de ser encarada como um objetivo curricular, é encarada como uma metodologia de ensino e método de aprendizagem do conhecimento e da compreensão matemática (ME, 2007; Menezes, 2000, 2005; NCTM, 2007). De forma transversal com o desenvolvimento do cálculo, a comunicação matemática desenvolve-se através de duas vertentes: oral e escrita. Através da discussão oral na sala de aula, os alunos confrontam as suas estratégias, expõem os seus raciocínios; por sua vez, através da escrita, os alunos têm oportunidade de clarificar e elaborar, de modo mais aprofundado, as suas estratégias e os seus argumentos, desenvolvendo a sua sensibilidade para a importância do rigor no uso da linguagem matemática (Ponte et al., 2007).

Torna-se, assim, relevante proporcionar momentos, na sala de aula, onde o cálculo mental e a comunicação matemática sejam privilegiados, visto que o cálculo mental é uma ferramenta muito importante nos dias de hoje assim como a comunicação é considerada como um pilar essencial das aprendizagens matemáticas. Durante o meu estágio de PES, houve preocupação em que os alunos desenvolvessem estas duas capacidades de forma integrada. Por isso, já próximo do final do ano letivo tornou-se importante para mim perceber como os alunos do 1º ano mobilizam as suas competências comunicativas na resolução e explicação de situações de cálculo mental.

Para dar resposta à questão formulada (Que estratégias de cálculo mental usam os alunos e como as comunicam/explicam?) efetuei um estudo de caso múltiplo, de natureza qualitativa, para o qual selecionei 4 alunos caso para realizar cinco tarefas matemáticas envolvendo cálculo mental. Estas tarefas foram realizadas individualmente, fora da sala de aula, com a minha presença, seguidas de pequenas entrevistas, tendo como objetivo perceber quais as estratégias de cálculo mental utilizadas pelos alunos, assim como as comunicavam e que ideias matemáticas invocavam.

O presente estudo está organizado em capítulos. O primeiro capítulo, o atual, corresponde à introdução do trabalho, onde apresento as motivações para a realização do estudo e a questão problema. No capítulo II discuto os conceitos de sentido de número e de cálculo mental. Apresento também o que se entende por comunicação matemática, tanto oral como escrita, tendo em conta três processos: interpretação, representação e expressão. O capítulo III é reservado à metodologia, onde clarifico as opções metodológicas que tomei, os participantes no estudo, os instrumentos de recolha de dados e a análise. No capítulo IV apresento os resultados do estudo, introduzindo os quatro alunos, as tarefas matemáticas por eles desenvolvidas bem como a discussão das

estratégias de cálculo mental utilizadas, bem a forma como as comunicam.. Por fim, no capítulo V apresento as principais conclusões do estudo. Este relatório termina com as referências bibliográficas e com os anexos.

CAPÍTULO II

ENQUADRAMENTO TEÓRICO

Com este capítulo ambiciono discutir os principais conceitos que fundamentam este estudo, com particular destaque para o cálculo mental e para as estratégias de cálculo mental. A comunicação matemática usada pelos alunos na explicação dos seus raciocínios é também discutida, enquanto elemento promotor da aprendizagem dos alunos neste tópico específico.

1. NÚMEROS E CÁLCULO NOS PRIMEIROS ANOS DE ESCOLARIDADE

1.1. A aprendizagem do número

O conhecimento dos números e das operações integra um saber indispensável ao dia-a-dia dos alunos (Abrantes et al., 1999). Apesar de os números estarem presentes no nosso dia-a-dia, estes não são usados apenas para “fazer cálculos ou para representar medidas, mas também, para localização, para ordenação e para identificação” (Abrantes et al, 1999, p.41).

A criança, ao longo da vida, vivência experiências que envolvem os números, é com base nestas experiências que vão construindo o seu sentido de número (Ponte & Serrazina, 2000, p.138). O sentido de número não se aprende de uma vez só, mas desenvolve-se ao longo de todo o ensino e ao longo de toda a vida.

Klatir e Wallace (1973 citado por Ferreira 2012) propõem um modelo de construção de número que contempla três operadores quantitativos:

- i) *Subitizing*- consiste na percepção direta de valores pequenos sem necessitar de contar;
- ii) *Contagem*- “consiste na enumeração dos elementos de um conjunto através da correspondência estabelecida entre o objeto e o símbolo linguístico” (p.18). A

contagem desempenha um papel crucial na aquisição do conceito de número, uma vez que é a partir da mesma que as crianças adquirem competências que lhes permitem comparar quantidades e resolver problemas. Esta é também utilizada para identificar qual o lugar de cada elemento numa série, constituindo o aspeto ordinal do número. Desta forma, “deve ser uma atividade significativa para as crianças e não apenas uma atividade rotineira com pouco sentido” (Ponte & Serrazina, 2000, p.139);

- iii) *Estimação* – usada em situações em que não é possível contar ou em casos em que se tem pouco tempo para contar um número grande de objetos.

Na construção do conceito de número pela criança deve ter-se em conta cinco princípios: 1) princípio da *correspondência termo-a-termo*, que consiste numa correspondência biunívoca entre o conjunto dos objetos a contar e os elementos da sequência numérica, ou seja, correspondência entre o objeto e a palavra dita; 2) *princípio da ordem constante*, que consiste em pronunciar o nome dos números numa ordem fixa e estável, isto é, 1,2,3,4,5 e não 1,3,5,2; 3) *princípio da cardinalidade*, onde o número total de objetos corresponde sempre ao último nome do número da contagem; 4) *princípio da abstração*, os mesmos números podem ser aplicados na enumeração de objetos diferentes, por último, o 5) *princípio da irrelevância da ordem de contagem*, onde a ordem de enumeração de objetos é irrelevante em termos da determinação do valor total do conjunto, ou seja, não importa a maneira como os objetos são contados, pois não irá interferir com o resultado da contagem (Ferreira, 2012).

1.2. O que significa sentido de número e como se desenvolve?

A designação sentido de número, surgiu a partir da década de 80 como alternativa ao termo de numerária de 1959. Este pretendia descrever habilidades de um nível alto para lidar com exigências matemáticas da vida social.

O termo sentido de número é um pouco ambíguo, uma vez que é um termo difícil de ser definido.

Tendo em conta a equipa do projeto Desenvolvendo o Sentido do Número: Perspetivas e Exigências Curriculares (2005), o sentido de número refere-se “à compreensão global dos números e das operações a par com a capacidade para usar

esta compreensão de forma flexível para fazer julgamentos matemáticos e desenvolver estratégias úteis de manipulação dos números e das operações” (p.30).

Vários autores utilizam uma expressão de McIntosh et al. (1992) para caracterizar o sentido de número, que se assemelha à anterior e apresenta o sentido de número como:

A compreensão geral que cada um tem de número e operações assim como a capacidade e a disposição para usar esta compreensão de forma flexível para fazer julgamentos matemáticos e desenvolver estratégias úteis para manipular números e operações (p.3).

Na mesma linha estão Fosnot e Dolk (2001), citado por Cardoso (2010), ao defender que “calcular com sentido de número significa olhar para os números antes, estabelecer relações, e só depois, jogando com essas relações decidir que estratégia é adequada e eficiente” (p.111).

O sentido de número relaciona-se aqui com a aptidão e o conhecimento que cada um possui dos números, para desenvolver assim estratégias de cálculo cada vez mais eficientes. Desta forma, ter sentido de número requer uma boa compreensão do número e isso é pessoal, uma vez que se constitui a partir das ideias sobre os números que cada indivíduo possui. Assim, é necessário criar ambientes de aprendizagem que proporcionem aos alunos oportunidades para pensar com os números, em vez de manipularem regras e procedimentos iguais para todos.

Segundo as *Normas para o currículo e a avaliação em matemática escolar* (1991), o sentido de número engloba cinco componentes:

1. *Desenvolvimento de significados acerca do número*: inclui o caráter cardinal e ordinal dos números;
2. *Exploração das relações entre os números, usando materiais manipuláveis*: a composição e a decomposição de conjuntos de objetos ajudam as crianças a escrever o número de diferentes maneiras, por exemplo, 50 são 5 dezenas, 2 vezes o 25, ou 4 dezenas e 10 unidades.
3. *Compreensão da grandeza relativa dos números*: envolve a comparação de dois números. Por exemplo, o 31 é grande quando comparado com o 4, da mesma ordem de grandeza do 27, cerca de metade de 60 e pequeno quando comparado com 92.
4. *Desenvolvimento de intuições acerca dos efeitos relativos das operações com números*: realça o sentido da operação.
5. *Desenvolvimento de padrões de medida de objetos comuns e de situações no seu ambiente*: implica compreender, por exemplo, que não faz sentido um aluno do 4º

ano medir 316 cm de altura ou pesar 8kg, um pão custar 6€ e o professor ter 96 anos de idade. O aluno deve ter um conhecimento de intervalos sensatos para tais medidas, o que permite criar uma base de avaliação para verificar se os resultados são ou não plausíveis.

Com vista ao desenvolvimento do sentido de número, os alunos devem ser incentivados a pensar e a refletir sobre os resultados obtidos e a desenvolver a predisposição para procurar entender a estrutura de um problema e a aptidão para desenvolver processos de resolução, bem como analisar os erros obtidos e procurar estratégias alternativas.

McIntosh et al. (1992), citado por Gonçalves (2008), propõem um modelo para a caracterização do sentido de número, considerando três grandes áreas cada uma delas dividida em várias componentes:

- *Conhecimento e destreza com os números*: sentido de regularidade do número, ou seja, é importante que o aluno perceba o sistema de numeração hindu-árabe e como este está organizado, pois este ajuda a organizar, comparar e ordenar mentalmente os números; múltiplas representações dos números, é importante reconhecer que um número pode ser representado de diversas formas e que perante um dado problema existem representações mais úteis do que outras; o sentido de grandeza relativa e absoluta dos números, isto é, o aluno deve possuir a noção de grandeza de um determinado número ou quantidade; sistema de referência, o aluno deve utilizar referências para avaliar uma resposta ou arredondar um número, de modo a facilitar o cálculo mental.

- *Conhecimento e destreza com as operações*: compreensão do efeito das operações, o aluno deve compreender o efeito de uma operação com diferentes números, incluindo inteiros e não inteiros. É importante que os alunos se habituem a ver uma operação em vários contextos e modelos; compreensão das propriedades matemáticas, isto é, aplicar intuitivamente as operações aritméticas em processos de cálculo mental; compreensão da relação entre as operações, esta permite obter diferentes formas de pensar e resolver os problemas, assim como pensar no problema de outra forma, a partir da compreensão do significado de cada uma das operações. Como refere Cebola (2002), o sentido da operação interage com o sentido do número e possibilita um suporte para o desenvolvimento conceptual do cálculo mental e escrito.

- *Aplicação do conhecimento e da destreza com os números e as operações em situações de cálculo*: compreender a relação entre o contexto do problema e os cálculos

necessários, ou seja, compreender que o problema fornece pistas para a utilização, não só das operações a utilizar, mas também do tipo de números a tratar; consciencialização da existência de múltiplas estratégias, reconhecer que existem várias estratégias de resolução para um dado problema; apetência para utilizar uma representação ou um método eficiente, pressupõe ter consciência que algumas estratégias, num determinado momento, são mais apropriadas que outras; sensibilidade para rever os dados e o resultado, implica que o aluno seja capaz de verificar se a solução do problema faz sentido no contexto apresentado.

Estou de acordo com Reys et al. (1991, citado por Magalhães, 2012), quando diz:

Compreensão numérica [sentido de número] não é uma entidade finita que o aluno possui ou não, nem uma unidade curricular que possa ser ensinada depois deixada de lado. Acima de tudo, a compreensão numérica se caracteriza por uma intenção de construir sentido para situações numéricas. Compreensão numérica é uma forma de pensar que deve permear todos os aspetos do ensino e aprendizagem da matemática, se a matemática é algo que deva fazer sentido (p.39)

Desta forma, o sentido de número implica que a criança reconheça que existem diferentes estratégias de resolução para um determinado problema e que perceba que, se uma estratégia, inicialmente, lhe parece improdutiva, deve tentar aplicar uma nova estratégia para que consiga obter resposta para o problema. É também importante que a criança perceba que algumas estratégias de cálculo são mais eficientes do que outras.

Foi através do Programa de Matemática do Ensino Básico de 2007 que a noção de sentido de número ganhou importância, constituindo um dos principais propósitos do ensino. No tema Números e operações, o propósito principal é “desenvolver nos alunos o sentido de número, a compreensão dos números e das operações e a capacidade de cálculo mental e escrito, bem como a de utilizar estes conhecimentos e capacidades para resolver problemas em contextos diversos” (p.13). Cada vez mais se dá enfoque ao desenvolvimento do sentido de número nos primeiros anos, porque vários autores consideram ser “a chave para o desenvolvimento da sua competência matemática, considerando-o mesmo como o ponto-chave da educação matemática” (Ferreira, 2012, p.54).

Yang e Wu (2010, citado por Ferreira 2012), consideram que existem quatro razões para o ensino e aprendizagem do sentido de número nos primeiros anos:

- O sentido de número é uma forma de pensar que representa destreza, criatividade e razoabilidade com números e operações;
- É um conceito holístico de quantidades, números e operações e das suas relações, as quais devem ser explicadas de modo eficiente e flexível a situações do dia-a-dia;
- As representações numéricas e o pensamento matemático dos adultos dependem do seu sentido de número;
- A ênfase nos cálculos escritos de papel e lápis não somente limita o pensamento e a compreensão matemática dos alunos, como também dificulta o desenvolvimento do seu sentido de número (p.54).

Podemos constatar que o sentido de número não se desenvolve de forma isolada mas, pelo contrário, influencia os processos de resolução dos alunos e a sua eficácia nos cálculos. Desenvolver o sentido de número exige que o professor promova a curiosidade e a exploração dos alunos a todos os níveis.

De acordo com Abrantes et al. (1999), o ensino dos números e das operações na educação básica não deve ser uma aquisição de um conjunto de técnicas rotineiras, mas uma aprendizagem significativa interligada com uma compreensão relacional das propriedades dos números e das operações. Os autores referem ainda que “não basta aprender procedimentos; é necessário transformá-los em instrumentos de pensamento” (p.41).

O cálculo mental e o cálculo por estimativa são duas formas de chegar ao sentido de número (Cebola, 2002). Desta forma, o desenvolvimento do sentido de número está associado à aquisição de destrezas de cálculo mental, pois estas destrezas requerem um bom conhecimento e compreensão dos números e das relações entre eles (Equipa do Projeto Desenvolvendo o Sentido de Número: perspectivas e exigências curriculares, 2005).

Síntese

As crianças devem alcançar uma compreensão global do número e das operações, bem como a capacidade de usar essa compreensão para desenvolver estratégias vantajosas para lidar com os números e as operações. Contudo, não é algo que se aprende de um momento para o outro, pelo contrário, é algo que vai evoluindo ao longo de todo o ensino e de toda a vida.

As crianças através das suas experiências no dia-a-dia vão construindo diferentes significados de número, apercebendo-se que um número representa diferentes coisas, como por exemplo, o número da porta, a idade, o preço de um brinquedo.... Compete ao professor partir dessas experiências para estabelecer ligações entre a linguagem oral e a linguagem matemática. Este conhecimento realiza-se naturalmente e progressivamente.

As primeiras contagens realizadas pelas crianças têm de estar associadas a objetos concretos, à medida que vão desenvolvendo o sentido de número vão sendo capazes de contar sem recorrer aos objetos.

1.3. A natureza e a importância do cálculo mental

Numa aula de matemática os alunos trabalham diferentes tipos de cálculo: o escrito, o mental e o apoiado (Menezes et al, 2008). “O cálculo escrito assume duas formas: a representação horizontal (através de uma expressão numérica) e a representação vertical (através de um algoritmo) ” (Menezes et al, 2008, p.1). Este tornou-se progressivamente numa capacidade básica que a escola devia desenvolver juntamente com a leitura e a escrita (Brocardo & Serrazina, 2008). O cálculo mental é visto como um conjunto de procedimentos que se articulam entre si, sem recorrer a um algoritmo pré-estabelecido, para encontrar resposta a uma determinada situação. Em relação ao cálculo apoiado é um cálculo que tira partido de instrumentos auxiliares de cálculo como a calculadora ou o computador (Menezes et al, 2008).

Na maioria das vezes, o cálculo mental é encarado como “fazer contas na cabeça”. Porém será que quando visualizamos um algoritmo sem recorrer ao uso de papel e lápis estaremos a fazer cálculo mental? Será que pode haver cálculo mental quando recorremos ao uso do papel e lápis?

Taton (1969) considera o cálculo mental e escrito semelhante, visto que ambos visam o mesmo encadeamento de operações mentais elementares. Para este autor “é errado querer limitar o cálculo mental somente a operações efetuadas de cabeça nas expressões algorítmicas de cálculo escrito realçando-as em parte” (p.14). Este salienta ainda que o cálculo escrito executado de memória não é mais do que uma forma de cálculo mental adaptado.

Tendo em conta Guimarães (2009), o cálculo mental contribui para um maior domínio do cálculo escrito, na medida em que o agiliza e também permite ao aluno perceber algumas propriedades e regularidades das operações.

O cálculo mental nem sempre teve a importância que tem hoje, porque antes a ênfase era colocada nos algoritmos. No entanto, houve algumas mudanças no sentido de começar a introduzir os algoritmos cada vez mais tarde, evitando que se use a representação vertical para calcular, por exemplo, $2+3$ (Brocardo & Serrazina, 2008).

A recente mudança foi em 2007 com o Novo Programa de Matemática, que veio privilegiar o cálculo mental, mencionando que este deve “ser desenvolvido desde o 1.º ciclo e está intimamente relacionado com o desenvolvimento do sentido de número” (Ponte et al., 2007, p.10). De facto, “ao promover nos alunos a utilização de métodos próprios para calcular (...) está-se a ajudar no desenvolvimento do sentido de número e de estratégias próprias de cálculo mental” (Ponte & Serrazina, 2000), visto que a criação e aplicação de um algoritmo pessoal se apoia em facetas do sentido de número e compreensão de propriedades dos números.

Cebola (2002) reforça esta ideia quando afirma que o cálculo mental e o cálculo escrito são duas formas de chegar ao sentido do número. A mesma autora garante que “ambos podem proporcionar oportunidades para uma aplicação flexível dos conceitos de número e das operações, para inventar processos de resolver novos problemas, e para refletir sobre os números e os seus significados no contexto de um dado problema” (p.232).

Através destas mudanças, os alunos vão desenvolvendo cada vez mais o cálculo mental, ficando o uso do algoritmo reservado para os números grandes, onde faz sentido ser usado, proporcionando respostas rápidas. Contudo, é necessário ter presente que o “cálculo algorítmico trabalha com algarismos e não com números (Menezes et al, 2008, p.1), o que pode causar algumas dificuldades nos alunos, como por exemplo na situação $56-29$, já que não podem subtrair 9 ao 6, uma vez que a unidade do aditivo é menor que a unidade do subtrativo. Neste caso, o cálculo mental é mais poderoso que o algorítmico, pois os alunos numa primeira fase fazem uma aproximação da segunda parcela, correspondente a um múltiplo de 10, depois contam desse múltiplo de 10, neste caso de 30, até 56, obtendo o 26. A este resultado adicionam a diferença do número aproximado, neste caso o 1. Os alunos concluem que $56-29$ dá 27. Convém, assim, referir que a distinção entre cálculo mental e algorítmico não reside no facto de um ser escrito e o outro não, uma vez que no cálculo mental o aluno pode usar papel e lápis.

Sowder, s/d citado por Cebola (2002), menciona que os algoritmos mentais possuem características interessantes que fazem deles uma manifestação importante da existência do sentido de número: Assim, os algoritmos mentais são:

- ✓ Variáveis, já que existem várias estratégias para calcular $83-26$, por exemplo, $83+3-26-3$, ou $86-26=60$ e $60-3=57$; $26+4=30$, $30+50=80$, e $80+3=83$, logo, $4+50+3=50+(4+3)$, isto é, 57; $(70+13)-(20+6)=(70-20)+(13-6)$, ou seja, 57.
- ✓ Flexíveis, podem ser adaptados para satisfazer os números em causa;
- ✓ Ativos, pois permitem ao utilizador escolher, conscientemente ou não, um método;
- ✓ Globais, uma vez que tratam os números como um todo e não cada dígito individualmente.
- ✓ Construtivos, visto que começam, frequentemente, com o primeiro dos números. Por exemplo: $37+28$ é 37, 47, 57, 65.
- ✓ Requerentes de uma total compreensão e o seu uso vai-a desenvolvendo;
- ✓ Indicadores de uma primeira aproximação da resposta, uma vez que normalmente os cálculos começam pelos dígitos da esquerda.

As escolhas destes métodos podem ser feitas tendo em conta a rapidez e a facilidade, visto que não há apenas uma resolução única, pois não existe só uma forma de trabalhar os números (Cebola, 2002).

No Programa de Matemática de 2007, o cálculo mental é caracterizado por:

- (i) trabalhar com números e não com algarismos; (ii) usar as propriedades das operações e as relações entre números; (iii) implicar um bom desenvolvimento do sentido de número e um saudável conhecimento dos factos numéricos elementares; e (iv) permitir o uso de registos intermédios de acordo com a situação (Ponte et al., 2007, p.10)

Também Buys (2001, citado por Carvalho 2011), apresenta as seguintes características do cálculo mental: (i) operar sobre os números e não sobre os dígitos; (ii) usar propriedades elementares das operações e relações numéricas e (iii) permitir o recurso a registos intermédios no papel. O mesmo autor refere que “o cálculo mental não se deve restringir ao operar “de cabeça” mas que a utilização de papel e lápis para cálculos intermédios pode ser útil” (p. 2). Desta forma, o cálculo mental é considerado como um cálculo pensado (não mecânico) sobre representações mentais dos números, que envolve o uso de factos, de propriedades dos números ou das operações e das relações entre os números e as operações. Não é calcular na cabeça mas sim calcular com a cabeça e fazer, quando necessário, alguns registos escritos. Assim, o cálculo mental não deve ser visto como o oposto ao cálculo escrito (Brocardo & Serrazina, 2008).

O cálculo mental permite ao aluno desenvolver o seu próprio procedimento de cálculo, sem se limitar a um processo único. Além disso estimula o raciocínio, na medida em que há sempre um desafio na busca do melhor procedimento de cálculo (Guimarães, 2009). Desta forma, Taton (1969) refere a importância para o seu ensino:

O interesse deste ensino é evidente; desenvolvendo na criança preciosas qualidades de ordem, de lógica, de reflexão e de memória, contribui eficazmente para a sua formação intelectual; fornecendo-lhe ainda a possibilidade de efetuar operações simples sem necessitar da ajuda da escrita, preparando-a para a vida corrente onde tais problemas aparecem constantemente dando-lhe um meio de escolha que lhe permite apreciar o aspeto quantitativo, cada dia mais essencial, do mundo que a rodeia (pp.16-17)

Também Thompson (1999, citado por Ferreira (2012), apresenta quatro razões para o seu ensino: (i) a maioria dos cálculos é feita mentalmente, sem recorrer ao lápis e papel; (ii) o cálculo mental desenvolve um bom sentido de número e encoraja os alunos a usar e desenvolver cálculos abreviados, proporcionando o desenvolvimento do sistema numérico; (iii) o cálculo mental desenvolve a competência de resolução de problemas e dá ênfase à necessidade de selecionar uma estratégia de cálculo apropriada, tendo em conta os números e as sequências de passos para executar o cálculo; e (iv) o cálculo mental permite que os alunos tenham sucesso mais tarde em cálculos escritos.

Outros investigadores, como Heirsdfield e Cooper (2002, citado por Ferreira (2012), também apontam três razões para o seu ensino: (i) o cálculo mental permite aos alunos aprender como os números se relacionam e tomar decisões acerca dos procedimentos e estratégias que devem usar; (ii) o cálculo mental promove uma maior compreensão acerca dos números e das propriedades; e (iii) o cálculo mental pode ser usado para desenvolver o pensamento, fazer conjeturas e generalizar com base na sua compreensão conceptual. Os alunos quando incentivados no cálculo mental cometem menos erros de cálculo, assim como reconhecem nos problemas a operação a efetuar. Torna-se, assim, importante que o professor deixe os alunos usarem papel e lápis, principalmente no início, para desta forma encontrarem alternativas de cálculo mais confortáveis.

O Department for Education (2010) apresenta várias maneiras como o papel e lápis pode suportar o cálculo mental, sendo estas:

- ✓ Através de anotações – notas informais durante as etapas intermediárias num cálculo;
- ✓ Através da explicação do método utilizado. Esta é uma maneira para levar a criança a explicar os seus métodos por via oral. Um relato escrito pode ajudá-los a formar a base para o desenvolvimento de métodos escritos mais formais;
- ✓ Através de modelos e diagramas que apoiam o desenvolvimento de imagens mentais e que são representações visuais da maneira em que o cálculo está a ser realizado.

Desta forma, deve-se incentivar as crianças a registarem o seu trabalho e levá-los a reconhecerem como estes podem apoiar o seu pensamento.

Síntese

O cálculo mental tem um papel fulcral no dia-a-dia, uma vez que nem sempre é possível realizar o cálculo escrito. Este favorece uma maior flexibilidade de cálculo, assim como uma maior segurança e compreensão na realização e confirmação dos resultados do problema.

Os professores nas suas aulas devem privilegiar o cálculo mental de forma a ajudarem os alunos a desenvolverem uma melhor compreensão sobre os números e as operações aritméticas. Numa primeira fase, os professores devem deixar que os alunos usem papel e lápis quando calculam mentalmente, pois desta forma entenderão melhor a estratégia utilizada, visto que o cálculo mental não é fazer contas de cabeça mas sim com a cabeça, ou seja, o aluno deve encontrar alternativas de cálculo mais confortáveis.

Ao realizar o cálculo mental, o aluno compreende que existem caminhos diversos na resolução de um mesmo problema.

1.4. Como é que as crianças aprendem a realizar o cálculo mental? Quais as estratégias que utilizam?

Durante o 1.º ciclo do ensino básico, as crianças passam por diferentes fases de compreensão dos números e das operações. Assim, é importante que o professor mostre que existem diversas estratégias que a criança pode utilizar para o seu progresso no trabalho com os números e com as operações.

Para Taton (1969), a primeira abordagem ao cálculo mental deve ser no momento em que a prática metódica das operações concretas leva a criança a conceber a

possibilidade de resumir, com a ajuda de números abstratos, os resultados obtidos a partir de objetos de natureza diferente.

Beishuizen (2001, citado por Ferreira (2012), afirma que “para desenvolver o cálculo mental não basta uma atividade mental diária com os alunos tendo em vista a melhoria das suas aprendizagens, mas importa que os alunos o pratiquem” (p.48).

Nesta perspetiva, Taton (1969) refere que o ensino do cálculo mental sem método é de fraca utilidade. Menciona ainda que o cálculo mental é um complemento ao cálculo escrito e por isso deve ser ensinado metódicamente e com regularidade, com lições frequentes mas breves, para que as aptidões de cálculo se mantenham. Esta prática não deve durar mais de 10 minutos e é designada por minilesson. Para Bourdenet (2007), citado por Cardoso (2011), “trabalhar o cálculo mental regularmente, permite ao aluno ser mais flexível na mudança de registo dos números” (p. 3). Estas minilesson, segundo Taton (1969), visam melhorar a prática das quatro operações aritméticas, habituando os alunos a operar com números cada vez maiores, com mais rapidez e segurança. Desta forma, as primeiras aulas de cálculo mental devem ser exercícios concretos que levem a criança a compreender a noção de número concreto e depois a de número abstrato (Taton, 1969).

Buyts (2001, citado por Brocardo & Serrazina, (2008), apresenta exemplos de três categorias de exercícios de cálculo mental:

1ª Categoria	2ª Categoria	3ª Categoria
Saber quase de imediato o resultado de uma operação (a partir de conhecimentos memorizados ou de <i>insight</i> obtidos a partir de regras ou propriedades das operações)	Pensar rapidamente e com facilidade de cabeça	Pensar relativamente rápido e com facilidade, de cabeça, podendo recorrer a registos intermédios
36+60 620-7 10x36 4500:9 4x...=100	92-78 350+280 600x15 900:6 4x17x25	325-249 4x347 1624:8 16x25 100 000=...x250

Este ensino deve encorajar os alunos a explorar diferentes formas de resolver os problemas e a apresentar razões plausíveis que justifiquem que uma determinada forma é mais eficaz do que outra na resolução de uma determinada situação (Cebola, 2002).

Ribeiro (2009) afirma que “o cálculo mental desenvolve-se gradualmente ao longo da escolaridade e através da diversidade de experiências vividas” (p.10).

McIntosh et al. (1992, citado por Magalhães, (2012), propõem que o ensino de cálculo na escola básica deveria ter em conta o aumento da importância tanto da escolha da estratégia de cálculo como do processo e resultado do emprego dessa estratégia. Desta forma, existem três níveis, para que alunos do 1º ano de escolaridade, aprendam a calcular até 20:

- (i) Cálculo por contagem- apoiado, se necessário, em materiais que permitam a contagem; (ii) Cálculo por estruturação- os números são agrupados ou divididos de modo mais conveniente. Neste nível, o material estruturado desempenha um papel central; e (iii) Cálculo formal. Os números são usados como objetos mentais para calcular de forma inteligente e flexível, sem a necessidade de recorrer a materiais estruturados. (Treffers, 2001 citado por Gonçalves 2008, p.20

No domínio dos números menores que 20, Carpenter & Moser, citado por Morais, (2012), enumera diferentes níveis de estratégias aditivas utilizadas pelos alunos aquando da resolução de problemas de palavras, estes são: i) Contar todos: quando o aluno necessita de recorrer a material, dedos ou outro tipo de suporte para encontrar o resultado de uma adição, contando tudo; ii) contagem a partir do primeiro número: quando o aluno, num cálculo como $3+4$, o aluno começa a contar a partir do primeiro número (3) e continua a contar a partir deste; iii) contagem a partir do número maior: ao resolver a situação $3+4$, o aluno começa a contar a partir do 4; iv) utilização de factos numéricos de adição: o aluno dá uma resposta imediata, visto que recorre a um facto numérico que já é do seu domínio, ou seja, já sabe que, para o exemplo dado, $3+4=7$; e v) cálculo com base em factos numéricos: o aluno recorre a factos numéricos do seu domínio para calcular o que ainda não sabe. No exemplo dado, recorrendo aos dobros e quase dobros, o aluno poderia saber que $3+4=7$ uma vez que $3+3=6$ então $6+1=7$ ou $4+4=8$ e $8-1=7$.

Thompson (2009, citado por Morais, (2012), apresenta diferentes níveis de estratégias de subtração: i) contagem dos que sobram: para calcular, por exemplo, $7-4$, o aluno levanta 7 dedos, baixa 4 e conta os restantes; ii) contagem para trás a partir de

um número: tendo em conta o mesmo exemplo, o aluno conta quatro números para trás a partir de 7, dizendo algo como “Sete... seis, cinco, quatro, três”, e para não se perder utiliza os dedos ou outro tipo de suporte; iii) contagem para trás até: o aluno faz uma contagem por ordem decrescente, a partir do 7, até chegar ao 4, utilizando os dedos ou outro tipo de suporte para saber quantos números disse; iv) contagem até: a partir do 4, o aluno conta até 7, recorrendo de novo aos dedos ou a outro tipo de suporte; v) utilização de factos numéricos de subtração e cálculo com base em factos numéricos, à semelhança das estratégias já descritas para a adição.

Na adição, os números podem ser adicionados em qualquer ordem, por exemplo: $7+12=12+7$. Esta é a propriedade comutativa da adição. No entanto, o mesmo não se aplica na subtração. Na subtração a ordem importa. Assim, $5-3$ não é a mesma coisa que $3-5$. Quando três números são somados, eles também podem ser feitos em qualquer ordem por causa da lei associativa e da lei comutativa. Na prática, os dois números têm de ser adicionados em conjunto ou associados em primeiro lugar, e, em seguida o terceiro número é adicionado ao par associado para se obter o resultado do cálculo. Por exemplo: $7+5+3=(7+5)+3$

$$=7+(5+3)$$

$$=(7+3)+5$$

Por causa da relação inversa entre a adição e subtração, cada cálculo adicionado pode ser substituído por um cálculo de subtração equivalente, e vice-versa. Por exemplo, a adição de: $5+7=12$ implica $5=12-7$ e $7=12-5$, desta forma: $13-6=7$ implica $13=7+6$ e $6=13-7$. Qualquer equivalência numérica pode ser lida da esquerda para a direita ou da direita para a esquerda, isto é, $6+3=9$ pode sempre ler como $9=6+3$ (Department for Education, 2010).

Buys (1992, citado por Carvalho, (2011), enumera três etapas básicas de aprendizagem do cálculo mental com números superiores a 20, pelos quais os alunos devem passar e em que a sua aquisição é acompanhada de um aumento da compreensão dos números e das operações: (i) etapa da partição em que os números são primeiramente vistos como objetos sobre uma linha de contagem e em que as operações são movimentos ao longo da linha: para a frente (+), para trás (-), ou repetidamente para a frente (x), ou repetidamente para trás (:). Ou seja, para resolver $325-249$ o aluno vê o primeiro número como um número por inteiro mas o segundo é subtraído por partes ($325-200=125$; $125-20=105$; $105-20=85$; $85-9=76$); (ii) etapa de decomposição em que os números são vistos, numa primeira fase, como objetos com uma estrutura decimal e em que as operações são realizadas por decomposições de

números baseados nesta estrutura. O aluno decompõe ambos os números tendo em conta a sua estrutura decimal e subtrai as diferentes partes dos números ($300-200=100$; $100-49=51$; $51+25=76$) e (iii) a etapa da variação de estratégias, onde o cálculo é baseado em propriedades aritméticas, os números são vistos como objetos que podem ser estruturados de várias maneiras e as operações são efetuadas com recursos a propriedades apropriadas. Neste caso, para a mesma operação o aluno estrutura os números de diferentes formas em que as propriedades das operações são usadas para subtrair os números ou para determinar a sua diferença ($325-200=125$; $125-50=75$; $75+1=76$). De acordo com o mesmo autor, “cada uma destas etapas pode ser usadas em diferentes níveis. Num nível mais básico usando a reta numérica vazia ou dinheiro, num nível mais alto usando intermédios na linguagem aritmética ou simplesmente mental” (p.3)

O Programa de Matemática de 2007 refere que existem várias estratégias de cálculo mental e que devem constituir objetivos de aprendizagem na aula de Matemática, pois “quanto maior for o desenvolvimento das estratégias de cálculo mental mais à vontade se sentirá o aluno no uso de estratégias de cálculo mais convencionais como os algoritmos das quatro operações” (p.10).

Segundo Heirdsfield (2011), a literatura recomenda três modelos particulares que as crianças podem usar para apoiar as estratégias de cálculo mental: quadro dos 100, quadro dos 99 e o número de linha vazia (ENL)

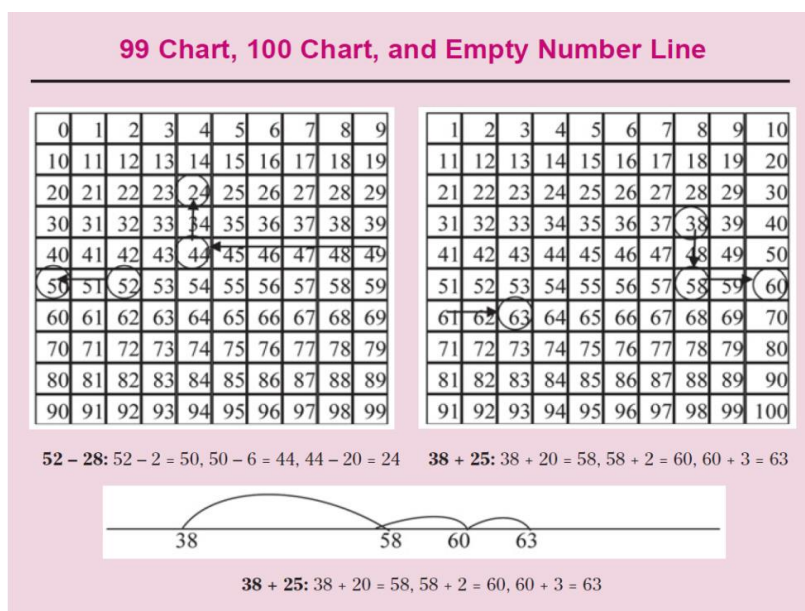


Figura 1 Modelos de estratégias de cálculo mental

As estratégias relativas à categoria N10 (número + número de dezenas ou número-número de dezenas), onde à primeira parcela é adicionado ou subtraído um múltiplo de 10 (Morais, 2011), apresentam-se como a primeira forma básica de cálculo mental, o cálculo em linha. As estratégias do tipo 1010 onde os números são decompostos nas suas ordens e estas são adicionadas ou subtraídas, o resultado é obtido através da recomposição do número, são consideradas a segunda forma básica, uma vez que o cálculo é efetuado através da decomposição decimal dos números (Morais, 2011)

Buys (2001, citado por Moraes, (2011), refere que, numa primeira etapa, os alunos devem explorar os diferentes contextos dos números, passando posteriormente para a segunda etapa onde efetuam cálculos com números até 100, privilegiando-se as estratégias de salto através do 10 e de saltos de 10. Numa terceira etapa é introduzida a estratégia do tipo N10 com o suporte da linha numérica vazia. Assim, a “linha numérica vazia constitui-se como um suporte privilegiado para o trabalho das estratégias de cálculo mental” (Morais, 2011, p.21). Esta é apreciada como:

- i) um suporte para a aprendizagem de estratégias mentais cada vez mais eficientes; ii) um modelo mais natural e transparente para o cálculo; iii) um modelo aberto às estratégias informais sendo em simultâneo um suporte para o desenvolvimento de estratégias mais formais e eficientes; e iv) um modelo que promove um aumento da flexibilidade de estratégias de cálculo mental, particularmente variações das estratégias do tipo N10 (Beishuizen, 2009 citado por Moraes, 2011, p.22)

Numa quarta etapa são introduzidas as estratégias do tipo 1010, N10C (número + número de dezenas ou número-número de dezenas com compensação), onde à primeira parcela é adicionado ou subtraído um número aproximado da segunda parcela, correspondente a um múltiplo de 10, de modo a facilitar o cálculo. Obtido o resultado é depois compensado, isto é, ao resultado é depois adicionado ou subtraído a diferença do número aproximado.

Se este seguimento de aprendizagem não for realizado por esta ordem e com a profundidade suficiente, poderá trazer problemas aos alunos com mais dificuldades, nomeadamente, não dominar as estratégias de cálculo mental e acabar por misturá-las.

Heirdsfield (2011) apresenta três modos para calcular $37+28$:

- $30+20=50$; $7+8=15$; $50+15=65$ este método é conhecido como o método de separação na Inglaterra, como o procedimento de 1010 na Holanda e também como decomposição;
- $37+20=57$; $57+8=65$ é conhecido como o método do salto, ponte a 10, sequenciamento, ou cumulativa (N10);
- $37+30=67$; $67-2=65$ é chamado de compensação ou N10C;

Beishuizen (2009, citado por Morais, (2011), refere que “a estratégia 1010 poderá ser pouco vantajosa numa situação de subtração de empréstimo” e que a “dificuldade desta estratégia não está na decomposição dos números na sua estrutura decimal, mas sim na correta recomposição dos números” (p.18). No que diz respeito à estratégia N10, o mesmo autor alude que é “menos vulnerável a este tipo de erros, tornando-se mais eficiente no cálculo”, no entanto esta estratégia “não é fácil para os alunos pois deverão ser capazes de adicionar ou subtrair facilmente múltiplos de 10 a partir de qualquer número (p.18).

Reys et al., (1982, citado por Ponte & Serrazina (2000), apresenta algumas estratégias que vão ao encontro das mencionadas: i) *Reformulações*: mudam-se os números por outros mais fáceis de manusear mentalmente, deixando intacta a estrutura do problema; ii) *Translação*: muda-se a estrutura do problema de modo a que as operações possam ser resolvidas mentalmente de uma forma mais fácil; e iii) *Compensação*: fazem-se ajustamentos quer antes quer depois da estimação.

Tendo em conta a equipa do projeto Desenvolvendo o Sentido do Número: Perspetivas e Exigências Curriculares (2005):

Uma das características das estratégias de cálculo mental é a sua flexibilidade e variabilidade. Os alunos têm de perceber que não existe uma considerada a melhor, mas que são várias as estratégias disponíveis ajustáveis aos números em causa, para que se sintam confiantes em usar aquela que surgiu da sua forma de pensar sobre os números envolvidos ou que foi melhor compreendida. (p.18)

Através destas estratégias flexíveis de cálculo mental, as operações não são somente feitas de cabeça mas sim com a cabeça, onde é encorajada a representação dos cálculos por escrito (Desenvolvendo o Sentido do Número: Perspetivas e Exigências Curriculares, 2005)

O professor, no seu ensino, deve ser capaz de: reconhecer as estratégias utilizadas pela criança quando efetuam o cálculo mental; chamar a atenção para a variedade de estratégias utilizadas pelos alunos; fazer sugestões às crianças tornando as suas estratégias cada vez mais eficientes (Department for Education, 2010).

Para ajudar as crianças a aprender a utilizar uma variedade de estratégias mentais, este precisa de aumentar a sua consciência e compreensão da diversidade de possíveis estratégias, desenvolver a sua confiança e fluência através da prática, utilizando as estratégias e ajudá-los a escolher o método mais eficiente para um determinado cálculo. (Department for Education, 2010, p.14)

Em suma, o professor deve contemplar o ensino do cálculo mental. Porém não deve cair no excesso de procedimentos prescritivos: “tal objetivo pode ser alcançado se este ensino for acompanhado do recurso à comunicação entre alunos e entre aluno e professor” (Cardoso, 2010, p.116). Desta forma, o professor pode ensinar uma estratégia de cálculo mental mas deve convidar as crianças a explicarem os seus métodos e soluções para o resto da turma, proporcionando assim, as seguintes vantagens:

- As crianças explicam e clarificam o seu pensamento;
- As crianças que estão a ouvir desenvolvem a sua consciência das variedades de métodos possíveis;
- A atividade pode levar a uma discussão de métodos que podem ser os mais eficientes.

Como refere Cebola (2002) as estratégias dos alunos devem ser valorizadas nas apresentações dos seus trabalhos. Quando surgem estratégias diferentes/ importantes devem ser discutidas com os alunos para que possam aplicá-las em outras situações.

Assim, esta competência, ligada ao cálculo mental, pode criar a ponte entre o sentido do número uma vez que os alunos devem ter consciência que num problema algumas estratégias são mais eficientes que outras, isto é também um indicador do sentido de número.

Síntese

O cálculo mental tem grandes potencialidades para a aprendizagem, já que desenvolve noções de ordem e de lógica, fornecendo ferramentas para efetuarem cálculos simples e preparando as crianças para o dia-a-dia.

As crianças ao calcularem mentalmente têm liberdade de escolher as estratégias que lhe são mais confortáveis e quanto maior for o desenvolvimento dessas estratégias mais à vontade se sentirá no uso do algoritmo. Inicialmente, o professor deve ensinar um conjunto de estratégias de cálculo mental para que os alunos adquiram um leque abrangente de estratégias, contudo deve dar liberdade para que o aluno escolha a que se sinta mais à vontade. Este deve também valorizar todas as estratégias apresentadas pelos alunos, cabe ao professor pedir para que o aluno explique o método utilizado para toda a turma. Isto permitirá ao aluno clarificar o seu pensamento, assim como pode levar a uma discussão dos métodos mais eficientes, bem como a aquisição de novos métodos.

2. COMUNICAÇÃO E ENSINO-APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA

2.1. Comunicação matemática

O ser humano para viver em sociedade necessita de comunicar. É através da linguagem que partilhamos ideias, emoções, experiências, que aprendemos e evoluímos. Como Stubbs (1987, p.27) refere “na nossa cultura, ensinar é falar”. A comunicação desenvolve-se sobretudo pela linguagem oral, onde os participantes interagem trocando informações e influenciando-se mutuamente. Contudo, também é completada pela linguagem escrita, icónica (desenhos e ilustrações), gestual e por vezes dramatizações.

A comunicação matemática é uma capacidade transversal a todo o trabalho desenvolvido na disciplina de Matemática,

Esta envolve as vertentes oral e escrita, incluindo o domínio progressivo da linguagem simbólica própria da Matemática. O aluno deve ser capaz de expressar as suas ideias, mas também de interpretar e compreender as ideias que lhe são apresentadas e de participar de forma construtiva em discussões sobre ideias, processos e resultados matemáticos. (Ponte et al., 2007, p.8).

Esta é “uma forma de partilhar ideias e de clarificar a compreensão matemática” (Belém, 2012, p.12), embora a mais predominante seja a comunicação oral, visto que

os alunos ouvem mais do que escrevem. É importante fomentar a comunicação escrita, pois esta permite uma consolidação do pensamento dos alunos, uma vez que “os obriga a refletir sobre o seu trabalho e a clarificar as suas ideias acerca das noções desenvolvidas na aula” (NCTM, 2007, p.67).

O ato de comunicar implica que haja um receptor e um emissor, onde o emissor emite uma mensagem que contém um código perceptível a ser entendido pelo receptor. Neste ato de comunicação em linguagem matemática pretende-se que as crianças desenvolvam capacidades de interpretação, representação e de expressão do seu pensamento matemático. Como refere o Programa de Matemática de 2007 o aluno deve ser capaz de: interpretar informação e ideias matemáticas representadas de diversas formas; representar informação e ideias matemáticas de diversas formas; expressar ideias e processos matemáticos, oralmente e por escrito, utilizando linguagem e vocabulário próprio (p.31)

Estes processos desenvolvem-se incentivando a comunicação matemática na sala de aula. De facto, “promover a comunicação em sala de aula é dar aos alunos a possibilidade de organizar, explorar e esclarecer os seus pensamentos” (Cândido, 2001, p.16). Cabe, assim, ao professor o papel de moderador e promotor de situações em que a criança participe ativamente. O professor, como moderador, deve recolher as respostas dos alunos, formular novas perguntas e ainda estimular a partilha das diversas estratégias apresentadas para obtenção de um resultado (Fernandes, 1994). Desta forma, o professor possui uma importante tarefa, o de “assegurar que a atmosfera seja de respeito mútuo e confiança de modo a que os alunos se sintam confortáveis para argumentar e discutir as ideias uns dos outros” (Martinho & Ponte, 2005, p.3).

2.2. A comunicação oral em Matemática

A linguagem matemática dispõe de um registo oral, que utiliza a linguagem materna como língua de suporte. Ponte & Serrazina (2000) afirmam que “a língua materna é o suporte de todo o pensamento, incluindo o matemático” (p.41). Podemos, assim, atribuir à linguagem materna dois papéis em relação à matemática,

por um lado, a língua materna é aquela no qual são lidos os enunciados, no qual são feitos os comentários e a qual permite interpretar o que se ouve ou lê de modo preciso ou aproximado. Por outra, a língua materna é parcialmente aplicada no trabalho matemático, já que os elos de raciocínio matemático apóiam-se na

língua, em sua organização sintática e em seu poder dedutivo
(Cândido, 2001, p.17)

De acordo com o mesmo autor “ a oralidade é o único recurso quando a escrita e as representações gráficas ainda não são dominadas ou não permitem demonstrar toda a complexidade do que foi pensado” (p.17). Assim cabe ao professor proporcionar momentos de discussão para que os alunos possam falar sobre as suas experiências, as suas ideias e os seus raciocínios matemáticos.

Ao promover a comunicação na sala de aula, o professor deve pedir que esclareçam e justifiquem as suas respostas, pois “sempre que pedimos a uma criança ou a um grupo para dizer o que fizeram e porque o fizeram estamos permitindo que modifiquem conhecimentos prévios e construam novos significados para as ideias matemáticas” (Cândido, 2001, p.17), só assim é que os alunos irão refletir sobre os conceitos e os procedimentos envolvidos na atividade proposta e irão apropriar-se deles. Desta forma, concordo com Ponte et al., (2007) quando refere que

a comunicação oral é desenvolvida através do questionamento do professor, tanto em tarefas problemáticas e investigativas como na resolução de exercícios, levando os alunos a interpretar e discutir informação apresentada de vários modos, descrever regularidades, explicar e justificar conclusões e soluções usando linguagem natural e matemática, apresentar argumentos de modo conciso e matematicamente fundamentado, e avaliar a argumentação matemática (p.63)

No entanto, o ato de questionar não é tarefa fácil. A maioria dos professores agem por impulso e acabam por dar a resposta à sua própria pergunta ou não dão tempo suficiente ao aluno para raciocinar. Menezes (2008) salienta que “questionar é um versátil e poderoso recurso para promover a compreensão e encorajar a investigação ativa de novas ideias” (p.17), já que “questionado-os, o professor pode detetar dificuldades de compreensão de conceitos e ajudá-los a pensar” (Passos, 2008, p.8).

Johnson (1982) e Reinhart (2000) citado por Belém (2012), tecem um conjunto de recomendações para que o professor crie as suas questões e que estas conduzam a momentos ricos em sala de aula:

O professor não deve:

- Fazer perguntas que tenham resposta apenas “Sim” ou “Não”;
- Colocar perguntas que incluam a resposta;
- Responder às próprias perguntas;

O professor deve:

- Dar tempo às crianças para refletirem e responderem;
- Estimular a análise, a reflexão e a explicação do raciocínio;
- Abrir portas para o pensamento a um nível mais elaborado;
- Aceitar respostas que constituam uma boa pista para o professor, sobre aquilo que a criança efetivamente sabe e aquilo que não sabe;

As perguntas quando bem colocadas podem gerar a discussão na sala de aula, promovendo o desenvolvimento de certas capacidades, nomeadamente, o raciocínio e a comunicação e de atitudes (Menezes, 2000). Na aula de matemática, existem três tipos fundamentais de perguntas: de focalização; de confirmação e de inquirição.

As perguntas de focalização “ajudam o aluno a seguir um certo percurso de raciocínio” (Ponte & Serrazina, 2000, p.119), ou seja, o professor através da pergunta dá orientação ao aluno do passo seguinte a realizar, ajudando-o a prosseguir o seu raciocínio de modo a completar a tarefa. Em relação às perguntas de confirmação estas “servem para verificar os conhecimentos dos alunos (Ponte & Serrazina, 2000, p.119). Estas perguntas procuram testar os conhecimentos dos alunos, no entanto o professor sabe exatamente a resposta do aluno, são perguntas imediatas e únicas.

As perguntas de inquirição visam o esclarecimento do professor, já que este procura obter informação de que não dispõe (Ponte & Serrazina, 2000, p.119). Estas são classificadas como sendo verdadeiras perguntas, no sentido de que quando colocadas pretende-se obter alguma informação por parte do aluno. Desta forma, em matemática a aprendizagem exige comunicação para que as informações, conceitos e representações sejam transmitidas entre as pessoas e haja a construção de uma relação entre a linguagem formal e a linguagem simbólica (Smole & Diniz, 2001 citado por Martins, 2012). A linguagem simbólica é valorizada e a aprendizagem da Matemática é vista como a “aquisição de uma organização complexa de símbolos, signos e representações matemáticas” (Ponte et al, 2007 citado por Martins, 2012, p.15) Este tipo de linguagem vai sendo contruída aos poucos onde as crianças vão aprendendo a comunicar matematicamente.

2.3.Comunicação escrita em Matemática

Enquanto a linguagem oral serve de suporte ao pensamento, a linguagem escrita é “uma forma de comunicação que tem um papel complementar fundamental no ensino-aprendizagem” da Matemática (Ponte et al., 2007 citado por Martins 2012, p.3) uma

vez que, quando os alunos escrevem e falam sobre a matemática utilizam a linguagem para expressar as suas ideias, partilhar significados e compreender argumentos apresentados por outros (Martins, 2012).

Quando os alunos aprendem a expressar as ideias matemáticas, quer oralmente ou por escrito, desenvolve-se a literacia matemática. Quando esta é desenvolvida os alunos passam a “entender a estrutura de um problema” e a apresentar melhores resultados em Matemática (Abrantes, Serrazina e Oliveira, 1999 citado por Martins, 2012). Contudo, o ato de escrever não possui a mesma rapidez da oralidade, pois quando escrevemos não é possível ir para tantos lados como no oral e a correção não é imediata, no entanto, esta dá uma coerência e lógica ao discurso oral.

A escrita possui, assim, duas características: auxíla o resgate da memória, visto que muitas discussões orais poderiam ficar perdidas sem o registo em forma de texto; possibilita a comunicação à distância no espaço e no tempo e à troca de informações e descobertas com pessoas que muitas vezes não conhecemos (Cândido, 2001).

Posto isto, o professor deve proporcionar momentos em que os alunos possam elaborar pequenos textos e relatórios, usando de forma progressiva a simbologia e o vocabulário próprio da matemática. Como refere Cândido (2001), trabalhar a escrita em sala de aula “leva a criança a procurar descobrir a importância da língua escrita e de seus múltiplos usos, ao mesmo tempo que as ideias matemáticas são aprendidas” (p.23).

Agregada à comunicação escrita vem a representação: simbólica (algarismos, sinais operatórios..), icónica (figuras, graficos...) e ativa, onde são utilizados materiais manipuláveis (Ponte & Serrazina, 2000). Boavia et al., citado por Belém, (2012) também falam nestes três tipos de representações, apresentado um esquema da mesma:

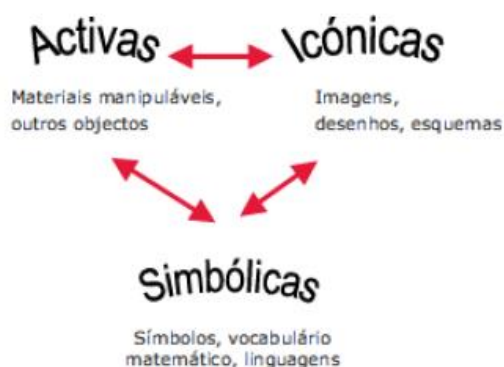


Figura 2 Modos de representação in Boavida et al. (2008, citado por Bélem (2012)

No que diz respeito às representações simbólicas e icônicas, estas são apontadas como as representações usadas preferencialmente pelos alunos, embora com diferentes funções. Os elementos simbólicos apoiam-se frequentemente em elementos icônicos, sendo estes últimos que ajudam a descompactar o problema (Pinto & Canavarro, 2012).

As representações icônicas ou pictóricas baseiam-se na organização em desenhos, figuras, gráficos para ilustrar conceitos, procedimentos ou relações entre elas. Como refere Cândido (2001) “o recurso da expressão pictórica fica restrito a esquemas que auxiliam a compreensão de alguns conceitos e operações” (p.18). O autor apresenta o desenho como uma forma de comunicação onde a criança expressa os seus sentimentos, vontades e ideias.

As representações simbólicas são referidas por Boavida et al. (2008) citado por Belém (2012) como sendo “uma escrita condensada, facilita a precisão e permite, em muitos casos, usar processos de cálculo bastante expeditos” (p.19). Contudo, os autores mencionam que este tipo de representação não valerá de nada ao aluno se este não for capaz de relacionar os símbolos ou as representações simbólicas com os seus significativos.

As representações ativas são representações que recorrem à manipulação direta e adequada de objetos. Estas representações são uma grande ajuda em crianças de pouca idade, uma vez que estas necessitam de situações concretas.

As representações são ferramentas essenciais que ajudam a organizar, registar e comunicar ideias matemáticas (NCTM, 2007). A forma como os alunos representam as ideias matemáticas está intimamente ligada com a forma como os alunos as compreendem e utilizam (Ponte & Serrazina, 2000). Assim, devem ser criadas oportunidades para que os alunos possam usar as suas próprias representações (representações idiossincráticas), pois estas podem “ajudá-los tanto na compreensão como na própria resolução do problema, constituindo ainda uma forma de registo do método que pode ainda possibilitar um meio de descrever a outras pessoas” (Pinto & Canavarro, 2012, p.4).

É importante permitir aos alunos que “escrevam através das próprias palavras e dos seus próprios símbolos” (Fonseca, 2000 citado por Martins 2012, p.24). Assim, qualquer notação é importante, seja sob a forma de modelos, imagens, palavras ou símbolos matemáticos” (Bruner, 1999 citado por Martins 2012, p.21), uma vez que ajudam o aluno na organização do seu raciocínio e, posteriormente, na discussão das suas ideias.

Síntese

A Comunicação Matemática é uma capacidade transversal que deve ser promovida na sala de aula e que envolve a vertente oral e escrita. A comunicação oral tem um papel essencial na aula de matemática, pois para haver aprendizagem tem de haver comunicação. No entanto, a comunicação matemática envolve tanto a vertente oral como a escrita. A comunicação oral é desenvolvida através do questionamento, contudo o ato de questionar não é fácil. Existem três tipos de perguntas que devem ser colocadas numa sala de aula: focalização, confirmação e inquirição estas têm o intuito de ajudar o aluno e esclarecer o professor. A comunicação escrita também deve ser trabalhada para que o discurso não fique perdido no tempo. Os alunos devem representar as suas ideias por escrito, podendo recorrer a três tipos de representação, ou seja, simbólica onde recorrem aos sinais operatórios, algarismos; as icónicas recorrem a imagens, desenhos e por último às representações ativas onde recorrem aos materiais manipuláveis.

O professor deve sempre permitir que os alunos possam usar as suas próprias representações e deve incentivarlos a registar/anotar visto que permite ao aluno organizar o seu pensamento.

CAPÍTULO III

METODOLOGIA

Neste capítulo apresento a metodologia do estudo, começando por me referir ao tipo de investigação e depois aos participantes e instrumentos de recolha de dados. Termino com os procedimentos de tratamento e análise de dados.

1. Tipo de investigação

O plano de investigação tem como objetivo dar uma resposta rigorosa ao problema apresentado inicialmente. O plano assemelha-se a um programa de ação desde o momento de formulação do problema até ao término da análise e interpretação dos dados.

Este estudo tem como objetivo compreender como alunos do 1º ano de escolaridade explicam e justificam as suas ideias no decurso da resolução de tarefas matemáticas que implicam a realização de cálculo mental. Por isso, optei por uma metodologia qualitativa, de natureza interpretativa. A investigação qualitativa possui cinco características, que se ajustam ao tipo de questão que coloco: i) a fonte direta de dados é o ambiente natural, sendo o investigador o instrumento principal; ii) é uma investigação descritiva; iii) os investigadores interessam-se mais pelo processo do que simplesmente pelos resultados ou produtos; iv) os investigadores analisam os dados de forma indutiva, uma vez que não pretendem confirmar ou anular hipóteses construídas previamente; e v) o significado dos participantes é de importância vital, uma vez que se preocupam com aquilo que se designa por perspetivas participantes (Bogdan & Biklen, 1994). Segundo estes autores, este tipo de investigação “exige que o mundo seja examinado com a ideia de que nada é trivial, que tudo tem potencial para construir uma pista que nos permita estabelecer uma compreensão mais esclarecedora do nosso objeto de estudo” (, p.49).

Desta forma, é importante estar atento aos participantes de investigação e examinar tudo de forma minuciosa para que nada escape.

De acordo com as especificidades da abordagem qualitativa, optei por uma metodologia de estudo de caso, que “consiste na observação detalhada de um contexto, ou indivíduo, de uma única fonte de documentos ou de acontecimentos específicos” (Merriam, 1988 apresentado por Bogdan & Biklen, 1994, p.89). Deste modo, o estudo de caso é uma abordagem metodológica que serve para compreender e descrever fenómenos, em que o investigador é o instrumento-chave para a recolha de dados enquanto o contexto é a fonte desses mesmos dados.

2. Participantes

O presente estudo foi realizado numa escola do 1º CEB, onde me encontrava a estagiar. Deste modo, trabalhei com uma turma do 1º ano de escolaridade, de uma escola localizada no concelho de Viseu. Esta turma é composta por 18 alunos, 9 do sexo masculino e 9 do sexo feminino, com a média de 6 anos de idade. Os alunos revelam diferentes ritmos de aprendizagem, existindo um aluno com necessidades educativas especiais e uma aluna que necessita de apoio individualizado, devido ao facto de possuir dificuldades de aprendizagem. Apesar disso, é uma turma que demonstra bastante gosto pela escola e pela aprendizagem.

Para o estudo de caso (casos múltiplos) selecionei, com a ajuda da professora cooperante, quatro alunos. A escolha dos alunos foi feita a partir de observações realizadas ao longo do estágio, dando-me assim a perceber quais as suas capacidades de cálculo mental bem como de justificação/argumentação dos processos de resolução utilizados na realização de tarefas.

Desta forma, a escolha dos participantes teve em conta os seguintes critérios: i) diversidade em relação ao sexo; ii) diversidade de níveis de desempenho; e iii) diversidade na capacidade de expressão. Perante estes critérios selecionei os alunos: Daniel, Carlos, Sofia e Marta, sendo estes pseudónimos atribuídos aos alunos, de modo a não serem identificados.

3. Instrumentos de recolha de dados

Tendo em conta Bogdan e Biklen (1994), “o termo dado refere-se aos materiais em bruto que os investigadores recolhem do mundo que se encontram a estudar; são os elementos que formam a base da análise” (p.149). Assim, os dados incluem materiais que o investigador regista ativamente: transcrição de entrevistas e notas de campo referentes a observações participantes. De acordo com Graue e Walsh (2003), “um instrumento é uma ferramenta de investigação utilizada para auxiliar de maneira sistemática na obtenção de certo tipo de dados” (p.148).

Tendo em conta o ambiente natural e os participantes que pretendemos estudar, definimos as técnicas e os instrumentos que consideramos necessários para a recolha de dados. Assim sendo, recorreremos a dois instrumentos: i) entrevista a alunos; ii) recolha documental (resoluções dos alunos).

3.1. Entrevista

A entrevista é “um método de recolha de informações que consiste em conversas orais, individuais ou de grupos, com várias pessoas selecionadas cuidadosamente a fim de obter informações sobre factos ou representações, cujo grau de pertinência é analisado na perspetiva dos objetivos da recolha de informação” (Ketele & Roegiers, 1993, p.22). Esta é uma interação verbal entre o investigador e o sujeito, sendo utilizadas para “recolher dados descritivos na linguagem do próprio sujeito, permitindo ao investigador desenvolver intuitivamente uma ideia sobre a maneira como os sujeitos interpretam aspetos do mundo” (Bogdan & Biklen, 1994, p.134).

Neste estudo realizei cinco entrevistas curtas a cada aluno, que decorrem da proposta de cinco tarefas matemáticas que implicam cálculo mental. Estas tarefas, bem como a realização das entrevistas, foram realizadas em dias alternados, b, de acordo com o seguinte cronograma:

1.ª semana					2.ª semana				
2.ª F	3.ª F	4.ª F	5.ª F	6.ª F	2.ª F	3.ª F	4.ª F	5.ª F	6.ª F
Entrevista 1 (tarefa 1)		Entrevista 2 (tarefa 2)		Entrevista 3 (tarefa 3)	Entrevista 4 (tarefa 4)		Entrevista 5 (tarefa 5)		
Aluno 1		Aluno 1		Aluno 1	Aluno 1		Aluno 1		
Aluno 2		Aluno 2		Aluno 2	Aluno 2		Aluno 2		
Aluno 3		Aluno 3		Aluno 3	Aluno 3		Aluno 3		
Aluno 4		Aluno 4		Aluno 4	Aluno 4		Aluno 4		

Estas entrevistas visavam levar os alunos a comunicarem os seus processos de raciocínio e as suas estratégias de cálculo mental. Na realização das entrevistas, evitou-se formular perguntas que pudessem ser respondidas com “sim” e “não”. Ao longo das entrevistas foi meu intuito colocar os sujeitos à vontade para que se sentissem bem, de modo a expressar as suas ideias de forma natural e livre.

As entrevistas realizaram-se numa sala contígua à sala de aula, à qual os alunos estavam familiarizados, visto que é neste espaço que se realizam atividades experimentais, apoio individual e festas de anos.

Passo a apresentar a calendarização das tarefas apresentadas aos alunos, onde consta a duração da entrevista (que inclui a apresentação, realização e explicação pelos alunos).

Tarefas	Apresentação	Duração da entrevista
Moedas no bolso do Tiago	23 de Abril	1h
Vendedor de rifas	26 de Abril	1h
Ida ao circo	29 de Abril	1h15m
Comprar brinquedos	30 de Abril	1h20m
Copos de sumo	2 de Maio	1h20m

A entrevista realizou-se de forma individual para que nenhum aluno fosse influenciado pelo colega, nem se sentisse constrangido a responder. As perguntas eram colocadas de modo a que os alunos explicassem o seu raciocínio. Inicialmente houve a apresentação da tarefa, onde eram colocadas perguntas como: “O que nos diz o problema? Quais são os dados? O que é pedido?” De forma a certificar-me que não existiam problemas comunicativos, em algumas tarefas (comprar brinquedos e copos de sumo) as perguntas foram colocadas ao longo da sua realização, uma vez que estas eram compostas por três problemas.

Após a resolução dos problemas numa folha de papel, seguiram-se novas perguntas de forma a obter informação sobre o raciocínio dos alunos. Ao longo da entrevista, retirei notas para me ajudar posteriormente, na análise de dados.

3.2. Recolha documental

A recolha documental é um instrumento importante em investigações qualitativas, uma vez que testemunha as visões e interpretações dos participantes. Este método constitui-se, neste estudo, na recolha dos registos escritos produzidos pelos alunos relativos às tarefas propostas. Estes registos foram realizados em folhas de trabalho individual que entreguei no início da realização de cada tarefa.

4. Procedimentos de tratamento e análise de dados

Os dados foram analisados de forma indutiva, uma vez que a recolha de dados não tem como objetivo confirmar ou invalidar hipóteses previamente construídas, mas sim construí-las à medida que os dados recolhidos vão sendo agrupados (Bogdan & Biklen, 1994). A análise de dados, de acordo com estes autores, é entendida como:

O processo de busca e de organização sistemático de transcrições de entrevistas, de notas de campo e de outros materiais que foram sendo acumulados, com o objetivo de aumentar a sua própria compreensão desses mesmos materiais e de lhe permitir apresentar aos outros aquilo que encontrou (p.205)

A articulação e associação entre todos os dados existentes, com base na fundamentação teórica, vai originar informação que se vai transformar nos resultados da investigação. Após a realização das tarefas e das entrevistas individuais aos alunos, procedi à transcrição das entrevistas e à ampliação das notas de campo tiradas ao longo de uma semana e meia de trabalho com os alunos. Posteriormente, procedi à análise descritiva das situações, tarefa a tarefa de cada aluno caso. Por fim, comparei os quatro estudos de caso tendo em conta o objetivo deste estudo, elaborando as respetivas conclusões.

Preocupe-me em analisar as estratégias de cálculo mental usadas pelos alunos, bem como a comunicação na organização e clarificação do seu pensamento

matemático. Ao longo da entrevista nunca validei a resposta do aluno, sendo por várias vezes confrontada por uma aluna a fazê-lo

Em relação às estratégias de cálculo dos alunos considerei estratégias aditivas no domínio dos números menores que 20, tendo em conta Carpenter & Moser, citado por Morais, (2012), estratégias de subtração, tendo em conta Thompson, citado por Morais (2012), tive também em consideração as estratégias de cálculo mental de Heirdsfield (2011): o cálculo em linha, ou seja, estratégias relativas à categoria N10, estratégias de categoria 1010 onde o cálculo é efetuado através da decomposição decimal dos números e estratégias N10C onde à primeira parcela é adicionado ou subtraído um número aproximado da segunda parcela, correspondente a um múltiplo de 10, de modo a facilitar o cálculo. Obtido o resultado é depois compensado, isto é, ao resultado é depois adicionada ou subtraída a diferença do número aproximado.

Ao longo desta fase de análise e tratamento de dados, preservei a identidade dos alunos caso, garantindo assim uma investigação de qualidade. A atitude do investigador apresenta-se como fator fundamental para a relevância do estudo, pois este deve contribuir positivamente para a área educacional e não ser comprometedor de futuras investigações. Deste modo, considero que assumi uma atitude eticamente correta em toda a investigação.

CAPÍTULO IV

APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DOS DADOS

Neste capítulo, começo por apresentar os alunos que participaram no estudo. De seguida, apresento as tarefas, uma breve descrição de como decorreu a sua resolução, as resoluções e as explicações dos alunos e respetiva análise tendo em conta as estratégias de cálculo mental utilizadas pelos alunos, bem como vários aspetos da comunicação matemática, nomeadamente, a interpretação, a representação e a expressão.

Para finalizar apresento uma síntese, onde comparo estratégias e comunicação matemática de cada aluno caso.

4. 1 Apresentação dos alunos

Neste estudo participaram quatro alunos, dois do sexo feminino e dois do sexo masculino.

Daniel. É um menino simpático, comunicativo e um pouco falador, que por vezes destabiliza a turma. Contudo, é empenhado, aplicado e resolve rapidamente as propostas e os desafios que lhe são colocados. Gosta de ajudar tanto os colegas como a professora ou as estagiárias. O Daniel é bom aluno em todas as áreas curriculares e diz que quando for grande quer ser médico e futebolista.

Carlos. É um menino sossegado com algumas dificuldades, sobretudo na área da Matemática. Não gosta de falar em público e tem dificuldade em se exprimir. É um aluno que rapidamente se distrai e facilmente perde o interesse no que está a fazer. O seu aproveitamento é razoável, à exceção da área de estudo do meio que é muito bom.

Sofia. É uma menina meiga, alegre, simpática e que gosta muito de ser prestável. É uma aluna que realiza as tem um bom raciocínio matemático e que aprendeu a ler e a escrever com facilidade. Tem um aproveitamento muito bom em todas as áreas.

Realiza as tarefas que lhe são propostas com empenho. Exprime-se e explica-se de forma adequada. No futuro, diz querer ser médica ou veterinária.

Marta. É uma menina com baixa autoestima, desiste facilmente das tarefas, dizendo que não as consegue realizar. Tem acompanhamento psicológico e já se encontra muito melhor. Ainda assim, é uma menina que procura ter atenção e necessita da mesma.

É uma aluna com um nível de aproveitamento razoável à exceção de Estudo do Meio, no qual possui um nível de aproveitamento bom.

4. 2. Apresentação das tarefas

Tarefa 1: Moedas no bolso do Tiago

O Tiago meteu a mão ao bolso e reparou que tinha 10 moedas nos dois bolsos das calças. Quantas moedas tem em cada bolso?

Tarefa 2: Vendedor de rifas

O Sr. Inácio tinha 35 rifas. 22 já foram vendidas.

Quantas rifas faltam ser vendidas?

Tarefa 3: Ida ao circo

1º Problema:

Dos 26 alunos da turma da Inês e do Tiago, 7 não poderão ir.

Quantos alunos vão ao circo?

2º Problema:

Quando os meninos chegaram ao circo, o Tiago ficou contente, porque encontrou a turma do seu amigo Manuel. A turma do seu amigo tem 17 alunos.

Quantos alunos têm a turma do Tiago a mais que a do Manuel?









3º Problema:

A professora decidiu oferecer um pacote de pipocas a cada aluno. Sabendo que a professora já comprou 15 pacotes, quantos ainda lhe faltam comprar?

Tarefa 4: Comprar brinquedos

1º Problema:

O que pode a Inês comprar, da montra seguinte, com 2 notas de 5€?

 5€	 6€	 7€
 8€	 9€	 10€
 11€	 12€	 14€

2º Problema:

E se a Inês tivesse mais uma nota de 5€?

3º Problema:

Como sabemos se encontramos todos os pares que é possível comprar com 15€?

Tarefa 5: Copos de sumo

1º Problema:

A Inês estava zangada com o Tiago porque ele bebeu 3 copos de sumo da garrafa que a mãe comprou, que dava para encher 5 copos.

Terá a Inês motivos para estar zangada com o irmão?

2º Problema:

Para acabar com a zanga entre os irmãos, a mãe decidiu ir buscar mais uma garrafa. Agora temos sumo para quantos copos? Como podemos repartir igualmente o sumo das duas garrafas pelos dois irmãos?

3º Problema:

A mãe comprou cinco garrafas de sumo para a festa de anos do pai. Cada amigo bebeu apenas um copo de sumo. Quantos amigos estiveram na festa?

4. 3.Descrição de como decorreu a realização das tarefas

A apresentação das cinco tarefas teve uma estrutura idêntica. Procurei apresentar as tarefas de uma forma lúdica, motivadora visto serem alunos do 1º ano de escolaridade. Desta forma, criei uma história como forma de introdução das tarefas.

Cada tarefa foi apresentada aos alunos em voz alta, procurando fazer a interpretação dos problemas em conjunto com eles, de modo a não restarem dúvidas. Após este procedimento, entreguei-lhes as folhas de resolução. Os alunos trabalharam autonomamente durante, aproximadamente, 15 a 20 minutos nas folhas de registo, procedendo de seguida à realização da entrevista, tendo em conta a estratégia de resolução do aluno. A entrevista teve uma duração aproximada de 45 minutos.

Nas tarefas “Ida ao circo”, “Comprar brinquedos” e “Copos de sumo” a entrevista foi realizada durante a resolução da tarefa pelos alunos, visto que eram constituídas por cadeias de problemas.

A apresentação da tarefa “Moedas no bolso” suscitou algumas dúvidas, pois alguns alunos pensavam que o Tiago tinha 10 moedas em cada bolso e não 10 moedas nos dois bolsos. Depois de ultrapassada esta situação, todos os alunos, de um modo geral, chegaram ao resultado pretendido.

A apresentação da tarefa “Vendedor de rifas” foi realizada tendo em conta a história da 1ª tarefa, dando assim continuidade ao trabalho.

Em relação à apresentação da tarefa “Ida ao circo”, esta foi também apresentada tendo em conta a história da tarefa anterior. Esta tarefa era constituída por 4 problemas, que levantaram algumas dificuldades aos alunos, nomeadamente o último problema. Neste problema, os alunos consideraram os 26 alunos da turma e não apenas aos

alunos que foram ao circo. No entanto, após a clarificação desta ideia, os alunos resolveram o problema com sucesso.

Na apresentação da tarefa “Comprar brinquedos” foi explicado o *valor monetário* do dinheiro. As crianças ainda não tinham trabalhado com o dinheiro, desta forma, tiveram oportunidade de conhecer e relacionar as moedas e as notas do euro e realizar contagens envolvendo dinheiro, já que trabalharam com notas e moedas de papel. Todas as crianças disseram “que o valor do dinheiro era como os números, ia aumentando o valor conforme aumentava o número” (crianças caso do 1º ano).

Aquando da resolução da tarefa foram entregues às crianças duas notas de 5 euros.

A tarefa “Copos de sumo” foi apresentada como todas as anteriores, através de uma pequena história. Para a realização desta tarefa levei 5 copos pequenos e uma garrafa de 1l de sumo para os alunos experimentarem se sentissem necessidade.

4. 4 As resoluções e as explicações dos alunos nas tarefas

Apresento, de seguida, a análise das resoluções e as explicações dos quatro alunos estudados, em cada uma das tarefas:

1º tarefa: “Moedas no bolso do Tiago”

Sofia

Na apresentação desta tarefa, a Sofia revelou dificuldades na interpretação do enunciado do problema, uma vez que concluiu que cada bolso tinha 10 moedas:

Investigadora: De que trata o problema?

Sofia: Que nos dois bolsos tinha 20 moedas.

I: Tens a certeza?

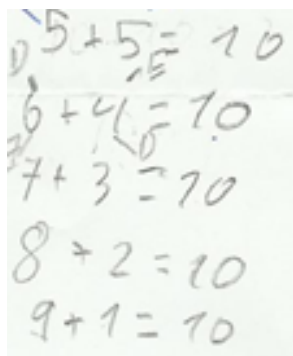
S: Sim, $10+10=20$

Depois de ler novamente o enunciado da tarefa, a aluna compreendeu que o objetivo da tarefa consistia em determinar o número de moedas que o Tiago tinha em cada bolso.

S: Mas ele nos dois bolsos tem 10 moedas.
I: Então Sofia, em que ficamos?
S: Nas 10 moedas.
I: Então o que nos diz o problema?
S: Que o Tiago tinha 10 moedas nos dois bolsos.
I: E o que é pedido no problema?
S: Queres saber quantas moedas tem em cada bolso.

Na resolução desta tarefa, a Sofia recorre à expressão escrita para apresentar as decomposições do número 10. Na organização da sua resposta ressalta a ideia de compensação, ou seja, ela acrescenta ao 1º número e retira ao 2º.

A aluna não faz distinção entre o número de moedas no bolso direito ou esquerdo. Por isso não considera as decomposições 4+6, 3+7...



A photograph of a piece of paper with handwritten mathematical equations. The equations are arranged vertically and show the decomposition of the number 10 into two parts. The equations are: $5 + 5 = 10$, $6 + 4 = 10$, $7 + 3 = 10$, $8 + 2 = 10$, and $9 + 1 = 10$. The handwriting is in blue ink on a light-colored background.

Oralmente a Sofia justifica as suas ideias matemáticas.

I: Explica como pensaste.
S: Então, se ele tinha 10 moedas, se ele queria distribuir pelos dois bolsos tínhamos de fazer uma conta que desse 10. Também podia ser 6+4.
I: Porquê?
S: Porque 6+4=10, também dá 10.
I: O que é esse 6 e esse 4?
S: É 6 moedas, por exemplo, no bolso direito e 4 no bolso esquerdo.

Na resolução do problema a aluna representa simbolicamente as possibilidades de decompor o 10 recorrendo à adição de duas parcelas. A aluna quando é questionada sobre a existência de mais alguma possibilidade, responde:

I: Será que estão todas as possibilidades?

S: Só se for $10+0$, mas assim não faz nenhuma conta nos dois bolsos, porque assim um bolso fica cheio e o outro está vazio e se é para dividir pelos dois bolsos não dá.

A aluna não considera a possibilidade $10+0$, justificando que um bolso iria ficar vazio, logo não é possível fazer a decomposição do 10 pelos dois bolsos. Podemos constatar que a aluna utiliza vocabulário próprio “dividir” e tem a noção de divisão, uma vez que se meter as 10 moedas todas juntas não está a dividir.

Quando confrontada com a explicação da distinção dos dois bolsos, a aluna tentou explicar como se podia trocar a ordem das parcelas mantendo o mesmo resultado.

I: Sofia, há pouco disseste que podias por 6 moedas no bolso direito e 4 no bolso esquerdo, certo?

S: Sim.

I: Por que diferenciaste os bolsos? Ou seja, por que disseste bolso esquerdo e bolso direito? Não podia meter as 6 moedas e as 4 moedas em qualquer bolso?

S: Podia, mas podemos trocar as moedas. Olha, por exemplo, quero-te mostrar que tenho 10 moedas nos 2 bolsos, tiro as moedas e posso trocar. Posso fazer um desenho para te explicar melhor?

I: Sim!

A aluna recorre a representações icónicas (desenhos) para a ajudar a expressar e a justificar o seu pensamento.

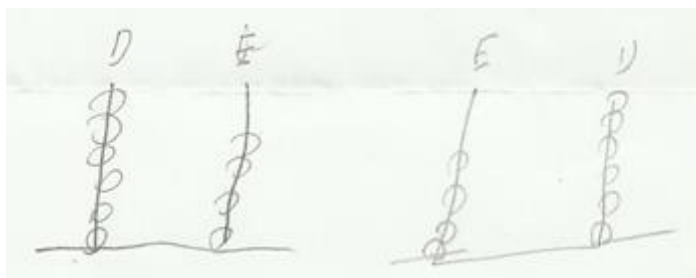


I: Por que desenhaste dois meninos?

S: Eu estava a mostrar a menina que tinha 6 moedas no bolso direito e 4 no bolso esquerdo e pus a seta porque troquei.

I: Muito bem!

A aluna recorre, ainda, ao ábaco explicar melhor o seu pensamento:



I: Podes explicar-me?

S: (aponta para o ábaco do lado esquerdo) Aqui tenho 6 no bolso direito e 4 no esquerdo, depois troquei.

I: Sofia, consegues dizer-me de quantas maneiras conseguimos distribuir as moedas pelos dois bolsos?

S: Dez.

I: Porquê?

S: Porque na folha fiz 5 maneiras, mas como podemos trocar dá 10. Olha tenho uma maneira se trocar fico com duas, depois tenho 2 maneiras se trocar fico com 4. Se temos 5 maneiras se trocar fico com 10.

I: Na folha tens $5+5$, essa dá para trocar?

S: Não dá, porque é igual. Então só temos 9 maneiras.

A Sofia considera a sua expressão escrita importante, uma vez que a ajuda a organizar e solucionar o seu problema.

I: Sofia, porque fizeste estes registos?

S: Porque ajudam-me a pensar, porque se não podia fazer algumas contas mal e podia esquecer-me de alguma.

A aluna representa simbolicamente a decomposição do 10 recorrendo à adição de duas parcelas, esta apoia-se nas representações icónicas para a ajudar no seu raciocínio. Recorre tanto à expressão escrita como oral para justificar as suas ideias matemáticas.

Carlos

Inicialmente, o aluno teve dificuldades na interpretação da informação do problema, pois entendeu que seria para decompor o 10 de várias maneiras sem ter em conta o número de parcelas. Após algumas perguntas de interpretação da situação

apresentada, o aluno percebeu que apenas poderia contabilizar duas parcelas, uma vez que só tinha dois bolsos.

Investigadora: De que trata o problema?

Carlos: Das 10 moedas que o Tiago tem nos dois bolso.

I: Muito bem!

O que queremos saber?

C: Quantas moedas tem em cada bolso. Olha é para formar o 10?

I: Porque dizes isso?

C: Porque é o que está ali (aponta para o problema e regista $7+2+1=10$)

I: O que pede o problema?

C: Para distribuir as 10 moedas pelos 2 bolsos.

Ah! Já percebi.

I: Podes explicar-me o que percebeste?

(não respondeu... representou na sua folha $7+3=10$, depois fez $3+3+4=10$ mas apagou)

I: Por que estás a apagar?

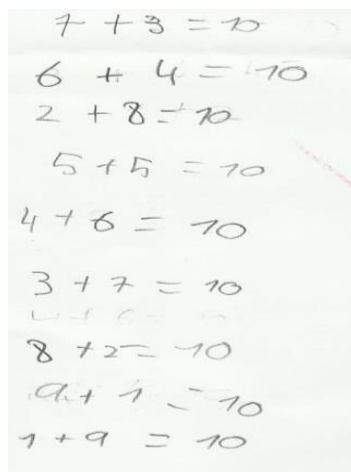
C: Porque está mal, porque tinha de fazer dois.

I: Porquê?

C: Porque só tinha dois bolsos.

I: Muito bem.

O aluno resolve devagar, tem medo de errar. O aluno mete as mãos debaixo da mesa e começa a contar pelos dedos. Este aluno não recorre ao cálculo mental, mas à contagem pelos dedos. Na resolução do problema, Carlos utiliza a representação simbólica, apresentando diversas decomposições do número 10. Apesar do aluno não apresentar as decomposições de forma organizada, não se esqueceu de nenhuma, nem repetir decomposições.



No entanto, revela facilidade em expressar as suas ideias oralmente e em justificar os seus resultados matemáticos.

I: O que representa $7+3$, Carlos?

C: Os bolsos

I: Estás a dizer que num bolso colocas 7 moedas e no outro 3 moedas é?

C: Sim.

Quando confrontado com a possibilidade da existência de mais alguma maneira, o aluno afirma que são 9, uma vez que já tinha confirmado.

I: Será que já encontraste todas as maneiras de distribuir as 10 moedas pelos dois bolsos?

C: Sim!

I: Como tens a certeza?

C: Porque eu sei, eu confirmei.

I: Então quantas maneiras temos?

C: 9.

I: Porquê? Podes explicar-me?

C: Porque tínhamos 5 maneiras sem trocar, depois troquei e ficaram 9, porque o $5+5$ é igual ter 5 no bolso esquerdo ou 5 no bolso direito, se trocar vai ficar igual, por isso são 9.

O aluno justifica as suas ideias, tanto oralmente como por escrito, sem apresentar dificuldade. Utiliza a representação simbólica, apresentando diversas decomposições do número 10.

Daniel

O Daniel, na resolução do problema, utiliza uma representação simbólica organizada, o que lhe permite que não se esqueça de nenhuma possibilidade. O aluno usa a propriedade comutativa da adição, isto é, o aluno escreve $6+4$ e depois escreve $4+6$, sem saber que esta propriedade existe. Na organização da sua resposta está presente a ideia de compensação, ou seja, o aluno aumenta o 1º número e retira ao 2º número.

The image shows a piece of paper with handwritten mathematical equations. On the left side, the equations are: $5 + 5 = 10$, $6 + 4 = 10$, $7 + 3 = 10$, $8 + 2 = 10$, and $9 + 1 = 10$. On the right side, the equations are: $5 + 5 = 10$, $4 + 6 = 10$, a crossed-out $7 + 3 = 10$, $3 + 7 = 10$, $2 + 8 = 10$, and $1 + 9 = 10$. The equations on the right are arranged in a column, with the crossed-out one being the only one that is not written.

Quando confrontado com a existência de mais alguma possibilidade o aluno refere o $10+0$:

Investigadora: Será que existe mais alguma possibilidade?

Daniel: Sim, só se for $10+0$.

I: Por que não colocaste essa maneira?

D: Porque um bolso fica cheio de mais e não cabem. E o outro fica vazio, só tinha moedas de um lado.

I: E não cabe? Mas o bolso pode ser fundo...

Daniel fica a pensar na possibilidade de $10+0$, mas rapidamente refere que não dá, já que tinha de dividir as dez moedas pelos dois bolsos. Este aluno compreende que as moedas tinham que ser distribuídas pelos dois bolsos, revelando compreender o objetivo da situação apresentada.

D: Mas nós temos de dividir as moedas pelos dois bolsos, por isso também não dá.

I: Muito bem!

I: Olha e o que é o $6+4$?

D: É 6 num bolso e 4 no outro bolso.

I: Em que bolso estavam as 6 moedas?

D: Num bolso qualquer, podias por no bolso direito ou no bolso esquerdo.

I: E às 4 moedas fazias o mesmo?

D: Sim. Se tivesses 6 moedas no bolso esquerdo tinhas de ter as 4 moedas no bolso direito, mas também podias trocar.

I: Porquê?

D: Porque não é a mesma coisa, os bolsos são diferentes.

I: Então quantas maneiras temos?

D: 10.

I: Porquê 10?

(Daniel olha para a sua folha, de repente afirma)

D: São 9, porque $5+5$ não conta. Não podemos trocar.

I: Por que é que $5+5$ não se troca?

D: Porque tanto faz ter num bolso ou no outro, o número de moedas é o mesmo, por isso só temos 9.

O aluno consegue expressar bem as suas ideias matemáticas oralmente. Na contagem das decomposições, o aluno refere que são 10, porque repetiu a decomposição $5+5$. Contudo, o aluno compreende que esta decomposição não se deve repetir, afirmando, assim, que existem apenas 9 possibilidades de resposta ao problema. Utiliza a representação simbólica para dar resposta ao problema.

Marta

A aluna revela dificuldade na interpretação do problema. A aluna não compreende que tem de dividir as 10 moedas pelos dois bolsos. Assim, apresenta as decomposições $10+0$ e $0+10$ como soluções do problema. A Marta expressa as suas ideias por escrito, utilizando a representação simbólica (decomposição do número 10).

A photograph of a piece of paper with handwritten mathematical equations. The equations are arranged in a list and include some corrections. The equations are: $5 + 5 = 10$, $6 + 4 = 10$, $3 + 7 = 10$, $7 + 3 = 10$, $2 + 8 = 10$, $4 + 6 = 10$, $9 + 1 = 10$, $0 + 10 = 10$, $8 + 2 = 10$, $7 + 9 = 10$, and $10 + 0 = 10$. Some equations have horizontal lines drawn through them, indicating they were crossed out or corrected.

Investigadora: Por que colocaste $0+10$?

Marta: Não posso? Posso riscar?

I: Eu não estou a dizer que está mal, só quero que me expliques.

M: Pois, mas também não dizes que está bem.

I: Porque quero perceber como pensaste

M: Olha tenho 10 moedas num bolso e 0 no outro bolso.

I: E podes ter?

M: Sim.

I: O que diz o problema?

M: Posso ler?

I: Sim.

(Marta lê devagar)

I: Então o que diz o problema?

M: Que o Tiago tinha 10 moedas nos dois bolsos das calças.

I: E o que queremos saber?

M: Quantas moedas tem em cada bolso.

I: Então achas que podemos ter todas num bolso e nenhuma no outro?

M: Sim!

A aluna não se consegue concentrar no seu trabalho e continua a revelar dificuldades ao nível da interpretação do enunciado do problema. Quando é questionada sobre a existência de outra estratégia de resolução, a Marta não compreende o que lhe está a ser pedido.

I: Pensaste noutra estratégia de resolver?
M: O que é isso?
I: Noutra forma/maneira de resolver o problema.
M: Não! Mas querias que tivesse pensado?
I: Não, só estou a perguntar.
I: Então quantas maneiras encontraste de distribuir as moedas pelos dois bolsos?
M: 12! Está correto, ou vais corrigir em casa?
I: Marta, não queres confirmar?
(a confirmar)
M: Estão aqui muitos repetidos.
I: Consegues organizar de outra forma?
(Marta risca os que estão repetidos)
M: Não! Agora já está tudo bem.

A aluna revela falta de organização na apresentação da sua estratégia de resolução. Representa simbolicamente a decomposição das 10 moedas. A aluna expressa tanto por escrito como oralmente as suas ideias matemáticas.

Síntese:

Nesta tarefa, apenas o Daniel conseguiu interpretar o problema, sem ajuda, apresentando todas as possibilidades de resposta por escrito. Na justificação de cada uma das escolhas, a Sofia apoia-se nas representações icónicas, enquanto o Carlos, o Daniel e a Marta recorrem às representações simbólicas. O Carlos e o Daniel conseguem exprimir bem as suas ideias. A Marta revela muitas dificuldades na interpretação e resolução da tarefa. Todos os alunos recorreram a decomposição das 10 moedas utilizando a adição de duas parcelas, a exceção de sófia todos fazem a distinção entre o número de moedas no bolso direito ou esquerdo.

2º tarefa: “Vendedor de rifas”

Sofia

A Sofia consegue interpretar a informação apresentada na tarefa, identificando os dados do problema.

Investigadora: De que trata o problema?
(Sófia lê o problema)
I: Então de que fala o problema?

Sofia: Das rifas do Sr. Inácio.

I: O que é pedido?

S: Para saber quantas rifas faltam ser vendidas.

I: Muito bem!

I: Quais são os dados? Sabes o que são os dados de um problema?

S: Sim! Por exemplo tu dizes 35 e ponho em cima, depois dizes 22 e eu ponho em baixo e faço o problema.

I: Muito bem! Os dados são as informações que um problema nos dá para podermos resolvê-lo.

I: Neste caso quais são os dados?

S: O 35 e o 22. 35 rifas que tinha e 22 que foram vendidas

I: Muito bem!

A aluna expressa-se oralmente sem dificuldades, ao nível da interpretação do problema. Para resolver a situação proposta recorre à representação simbólica.

Handwritten mathematical work on a green background showing the problem-solving process for $35 - 22 = 6$. The work includes the following steps:

$$\begin{array}{l} 35 = \\ 22 \\ \hline 35 = 22 + 6 \\ 35 = 6 + 22 \\ 35 - 22 = 6 \end{array}$$

Aquando da discussão, a aluna não consegue expressar oralmente as suas ideias, nomeadamente, ao nível da explicação da estratégia de resolução usada.

I: Explica-me o teu raciocínio. Como pensaste?

S: Pensei $35 - 22$ quanto dava.

I: E quanto deu?

S: 6.

I: Porquê 6?

S: Porque a conta que te disse dá 6.

I: Sofia, não estou a perceber. Mas, inicialmente, tu colocaste $35 = 22 + 6$.

Porquê?

(A pensar... não consegue explicar)

I: De onde veio este 6?

S: Da conta que deu.

I: O que é o 35 e o 22?

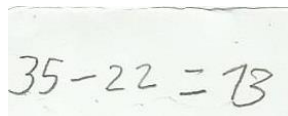
S: 35 são as rifas que ele tinha e 22 as que vendeu.

I: Então estás a dizer que 35 rifas que ele tinha é igual a 22 rifas já vendidas mais 6 que foi o resultado da conta 35-22 é isso?

S: sim!

I: Então faz lá a conta de novo para eu ver como fizeste. Pode ser?

(Sofia a resolver)


$$35 - 22 = 13$$

S: Já sei! Dá 13

I: Como deu 13?

S: Fiz pelas dezenas e unidades.

I: Explica melhor.

S: É como se tivéssemos a conta em pé.

I: Como assim?

S: Fiz 2 para 3 e faltava 1 e 2 para 5 faltava 3.

Na explicação da sua estratégia de resolução a aluna refere a “conta em pé”, subtraindo as dezenas e as unidades. Contudo, a aluna recorre á representação horizontal do cálculo.

I: Então quantas rifas faltavam ser vendidas?

S: 13!

I: Não pensaste de outra forma para resolver?

S: Não!

A Sofia não consegue exprimir o seu pensamento de outra forma. Útiliza como estratégia de calculo a representação horizontal, contudo tem dificuldades em expressar as suas ideias oralmente.

Carlos

Inicialmente o Carlos nao consegue interpretar a informação do problema, ficando com muitas dúvidas.

Investigadora: De que trata o problema?

(Carlos a ler, indeciso)

I: Então? Queres que leia novamente?

Carlos: Para chegar ao 35.

I: Por que dizes isso?
(Carlos a pensar)
C: É para dar 35.
I: O que é o 35?
C: Um número.
I: Mas esse número representa alguma coisa, o quê?
C: As rifas.
I: O que queremos saber?
C: Queres saber quantas rifas faltam para chegar ao 22.
(Lê novamente a tarefa)
I: Carlos, O Sr. Inácio tinha 35 rifas mas já tinha vendido 22. Eu quero saber quantas rifas ainda tinha para vender.

Depois de responder a algumas perguntas relacionadas com a interpretação do problema, Carlos diz de imediato o resultado sem necessitar de recorrer à expressão escrita.

C:13. (diz de repente)
I: Como pensaste?
C: Pensei quanto faltava.
I: Quanto faltava para quê?
C: Para chegar ao 22.
I: Como pensaste?
C: Usei os dedos.
I: Eu não te vi a usar os dedos.
C: Porque contei muito rápido.
I: Como?
C: contei pelos dedos até chegar ao 22.
I: Mas contaste a partir de que número?
C: Do 35 até chegar ao 22.
I: Não registaste nada porquê?
C: Porque não, porque contei pelos dedos.

O Carlos utiliza o cálculo mental sem o conseguir explicar, apesar de referir que a estratégia que utilizou foi a contagem pelos dedos, no entanto o aluno não recorreu a contagem pelos dedos pois tinha as mãos em cima da mesa e não recorreu aos uso dos dedos. O aluno revela dificuldades na explicação das suas ideias.

Daniel

O aluno revela, inicialmente, alguma dificuldade em identificar os dados do problema. Contudo, através do questionamento o aluno consegue identificar o objetivo do problema e dar a resposta, usando como estratégia de resolução a subtração das unidades e das dezenas.

Investigadora: De que trata o problema?

Daniel: Do senhor das rifas.

I: Quais são os dados? O que são dados?

D: É o que nos dão para brincar.

I: Como?

D: É...Não sei o que é.

I: Os dados são as informações que um problema nos dá para podermos resolvê-lo.

D: Ah! É o número!

I: Olha o que é pedido no problema?

D: Quantas rifas faltam ser vendidas.

(Daniel, sem fazer nenhum registo diz logo o resultado)

D: 13.

I: Porquê?

D: Eu pensei $5-2=3$ e $3-2=1$

O aluno só recorre a registo escrito por sugestão da investigadora.

I: Por que não registaste na tua folha? Não achas importante?

D: É.

I: Porquê?

D: Para sabermos a conta. Há meninos que não sabem a conta e têm de fazer e outros não precisam. A professora quer tudo feito mas depois não tem tempo e as vezes não corrige.

Eu fiz a conta em pé na cabeça e então vi logo quanto dava.

O aluno acha importante representar por escrito as ideias matemáticas, uma vez que ajuda no raciocínio. Em termos de justificação da estratégia usada, o aluno diz ter usado a “conta em pé na cabeça”.

Marta

A Marta mostra dificuldades na interpretação do problema.

Marta: Olha o problema é com menos ou com mais?

Investigadora: Tu é que sabes?

M: É menos! Podia por mais, mas não posso.

I: Porque não podes?

M: Porque a conta está com menos.

I: Que conta?

M: Olha, a minha...

I: Mas por que colocaste menos?

(Marta lê o problema, depois de o ler diz)

M: Vês tenho de fazer com menos.

I: Mas porquê?

M: Oh! É difícil explicar. Posso fazer com mais ou com menos.

I: Então? Em que ficamos?

M: Em menos.

I: Porquê?

M: Porque a conta está a dizer para fazer com menos. Vou fazer como estou a pensar.

I: Ok!

A aluna revela dificuldades em expressar oralmente as suas ideias matemáticas e em interpretar a informação dada.

Na resolução do problema recorre a uma estratégia pouco eficaz, que não lhe permite dar resposta ao problema – apresentação de diversas situações que envolvem subtração e que têm como resultado 35.

M: Olha já não vale a pena pensar mais.

I: Então explica-me como pensaste.

M: Fiz os amigos do 35.

$$\begin{array}{l}
 36 - 1 = 35 \\
 37 - 2 = 35 \\
 38 - 3 = 35 \\
 39 - 4 = 35 \\
 \hline
 40 - 5 = 35 \\
 41 - 6 = 36 \\
 42 - 7 = 35 \\
 43 - 8 = 35 \\
 44 - 9 = 35 \\
 45 - 10 = 35 \\
 46 - 11 = 35
 \end{array}$$

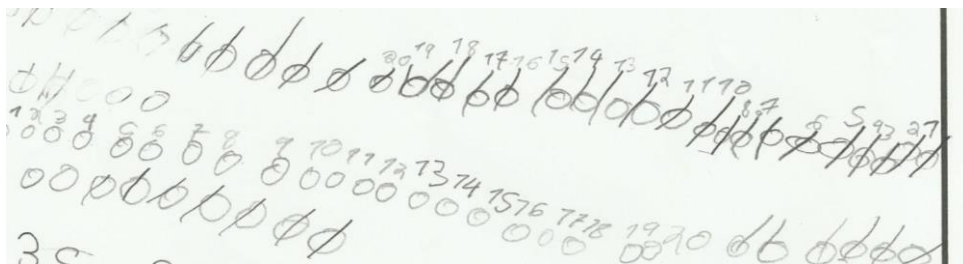
I: Porque fizeste os amigos?

M: Não sei de outra maneira.

I: Marta! É isso que o problema pede?

M: Não!

De seguida recorre a representações icónicas (desenhos), que a ajudam a chegar à solução.



I: Porque desenhaste 35 bolinhas?

M: São as rifas que ele tinha.

I: Mas riscaste 22, porquê?

M: Porque é de menos. Já risquei as 22.

I: Quanto te deu?

M: 3! Oh é isto, podia ter feito logo assim...

I: Tens a certeza que é 3?

M: Sim! Eu contei. Oh. Não, não tenho.

(Marta muito indecisa)

I: Então?

M: Tenho! Já confirmei. Mas espera vou ver melhor.

Marta confirma o resultado colocando números em cima das bolinhas e verifica que se enganou.

M: Não, fiz bolinhas a mais.

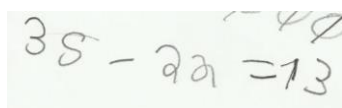
Mesmo com a ajuda do desenho a aluna atrapalha-se na contagem. Sem terminar esse raciocínio, a aluna apresenta uma outra resolução, baseada na representação simbólica.

I: Porque riscaste 13?

M: Olha já não percebo é nada. Tu percebes?

I: Marta eu quero é que tu me expliques como estás a pensar.

M: olha $35-22=13$


$$35 - 22 = 13$$

I: Oh Marta! Então tu riscas 13 bolinhas, depois fazes $35-22=13$?

M: Não está correto?

I: Não estou a dizer que esta mal.

M: Sim, mas também nunca dizes que está bem.

I: Quero que me expliques melhor.

M: Já te expliquei, não sei melhor.

I: Mas por que riscaste 13?

M: Porque a conta dá 13.

I: Mas ainda não tinhas feito a conta.

M: Já! Na cabeça. Porque é importante pensar com a cabeça.

A Marta, apesar de conseguir dar resposta ao problema, apresenta um raciocínio confuso e dificuldades ao nível da expressão oral e escrita.

Síntese

Nesta tarefa, à exceção do Daniel, todos revelam dificuldade na interpretação do enunciado e na resolução da tarefa.

Apenas a Marta recorre às representações icónicas (desenhos) para tentar chegar à solução. A Sofia recorre à representação horizontal do cálculo, enquanto o Carlos recorre ao cálculo mental, por sua vez o Daniel recorre à subtração das unidades e das dezenas

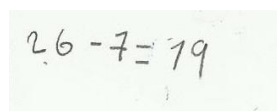
3º tarefa: “Ida ao circo”

Sofia

1º Problema:

Numa primeira fase, a aluna responde corretamente ao problema, usando nos seus registos a representação horizontal do cálculo, apesar de apresentar também a vertical, mas sem a concretizar. Contudo, quando lhe é pedido para explicar o seu raciocínio comete alguns erros e dá outra resposta. A aluna na sua explicação usa procedimentos da representação vertical do cálculo, mas com erros (“7 para 6”). Esta dificuldade pode estar relacionada com o facto da unidade do aditivo ser inferior à unidade do subtrativo.





Sofia: Dá 19 alunos

Investigadora: Porquê?

S: Porque $26 - 7 = 19$

I: Como pensaste?

S: Pus a conta em pé.

I: Explica melhor

S: $26 - 7$ e depois fiz quanto faltava a 6 para termos 7 faltava 1. Agora estou a ver que me enganei.

I: Porquê?

S: Porque 2 para 0 faltava 2.

I: Como assim?

S: Por exemplo, vou fazer aqui para te explicar.

Aqui estão 2 e aqui não esta nada.

I: Sim...

S: Então aqui tem de ser 2.

I: Porquê?

S: Porque se não esta nada em baixo, colocamos o 2. E 6 para 7 faltava 1.

I: Mas tinhas dito que era 19.

S: Já não tenho a certeza.

I: Queres confirmar?

S: São 21.

I: Porquê?

S: Porque no algarismo das dezenas são 2 e no das unidades é 1. Porque 7 para 6 dá 1 e o 2 não tem nada, logo é 21.

I: Será que não há outra maneira de fazer, que seja mais fácil?

S: Não!

Perante as dificuldades da aluna, e com o objetivo de a ajudar a clarificar o seu pensamento, sugeri a utilização da reta numérica, que já é do seu conhecimento.

I: Conheces a reta numérica?

S: Sim! É onde podemos fazer contas.

I: Contas, tipo estas?

S: Sim!

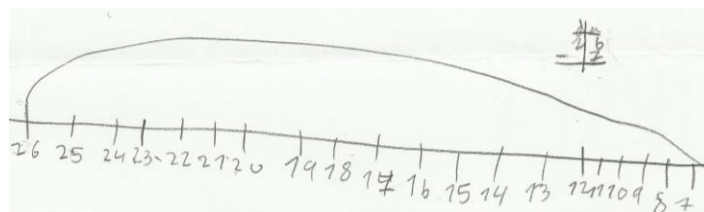
I: Queres fazer então?

S: Sim! Vou desenhar do 7 ao 26.

I: Porquê?

S: Porque no problema está a dizer que 7 meninos que não vão.

(a fazer a reta numérica a Sofia conta os números e vê que dá 19)



I: Então Sofia quanto deu?

S: 19, foi mais fácil assim, era só contar do 26 para trás até ao 7. A outra é mais complicada porque temos de pensar.

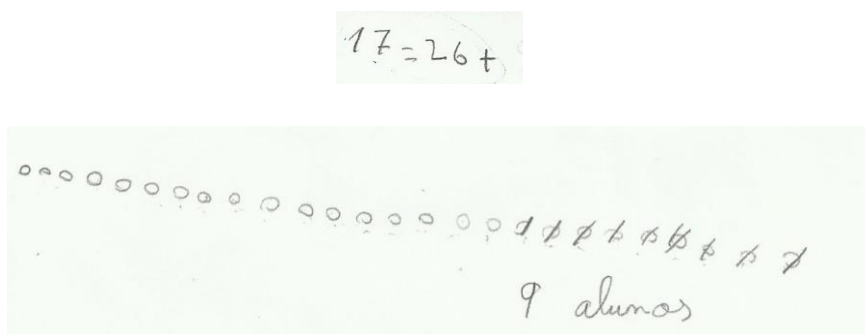
I: Pois! Há estratégias para resolver mais fáceis e rápidas do que outras.

Através da utilização da reta numérica, a aluna consegue expressar oralmente e por escrito a sua ideia, percebendo, desta forma, que existem estratégias mais eficazes do que outras.

2º Problema:

A aluna, apesar de se mostrar um pouco indecisa, começa por resolver o problema recorrendo a um registo horizontal do cálculo. O registo que apresenta não está correto. De seguida, muda de estratégia e recorre ao desenho para responder ao pedido.

I: Sofia! Começaste por colocar $17=26+$, depois paraste e fizeste desenhos, porquê?



Sofia: Porque não conseguia da outra maneira.

Investigadora: Podes explicar o teu raciocínio?

S: Sim! Desenhei 26 bolinhas.

I: Porque 26?

S: Porque a turma do Tiago tinha 26 alunos que é o número maior e a turma do Manuel tinha 17.

I: Sim e depois?

S: Risquei 9. Para ver se dava 17, se não tinha de riscar mais.

I: Então quantos alunos tem a turma do Tiago a mais que a do Manuel?

S: Tem 9 alunos.

A Sofia apoia-se na representação icónica para dar resposta ao problema, uma vez que através da representação simbólica não consegue comunicar, por escrito e oralmente, as suas ideias matemáticas.

3º Problema:

Na explicação do seu processo de resolução, a aluna afirma ter usado a “conta em pé”. No entanto, a aluna recorreu a tentativa e erro para encontrar a resposta ao problema.



Sofia: Faltam 4.

Investigadora: Como pensaste?

S: Eu pensei 15 para 19 faltavam 4.

I: Como descobriste o 4?

(A pensar...)

I: Como pensaste?

S: Pela minha cabeça.

I: Mas como? Contaste pelos dedos?

S: Fiz a conta em pé.

I: Podes explicar melhor?

S: Posso fazer aqui a conta para te explicar?

I: Sim.

S: Fiz a conta em pé e $15+1$ não dava 19, $15+2$ também não, $15+3$ também não e depois vi que o único número que dava era o $15+4$ que era igual a 19.

I: Então foi por tentativas?

S: Sim.

Quando é questionada sobre outra forma para resolver o problema, a aluna sugere a utilização da reta numérica, concluindo que esta estratégia é mais eficaz.

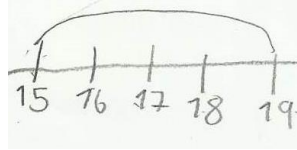
I: Será que não há outra maneira de fazer, que seja mais fácil?

S: Sim! Posso fazer pela reta numérica.

I: Queres fazer então?

S: Sim! Tem de ter até ao 19 e começo no 15.

(a fazer a reta numérica, conta os números e vê que dá 4)



I: Então Sofia quanto deu?

S: 4, esta maneira é bem mais fácil.

A aluna considera o registo escrito uma mais-valia no seu trabalho com a Matemática, uma vez que a ajuda a exprimir o seu pensamento.

I: Sofia porque fizeste estes registos?

S: Para ter a certeza se dava o que tinha pensado.

I: Então achas importante?

S: Sim! Porque, imagina que ao outro dia vais fazer até a mesma ficha, assim já sei, já não me esqueço.

A aluna comunica as suas ideias matemáticas tanto oralmente como por escrito de forma clara, mencionando a reta numérica como melhor estratégia de cálculo.

Carlos

1º Problema:

O aluno privilegia o cálculo mental para resolver o problema, no entanto, não consegue expressar oralmente o seu pensamento matemático.

Carlos: Dá 19

Investigadora: Podes explicar-me?

C: $26-7=19$

$$26 - 7 = 19$$

I: Mas como sabes que é 19?

C: contei para trás.

I: Como?

C: Com a cabeça, contei com a boca do 26 menos 7.

O Carlos não consegue resolver o problema recorrendo a outra estratégia de resolução, mesmo depois de sugerida a utilização da reta numérica, que o aluno diz conhecer.

I: Consegues resolver de outra forma?

C: Não.

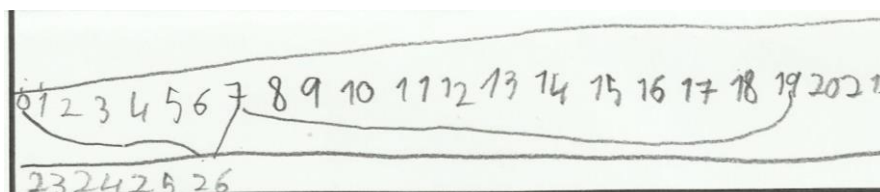
I: Conheces a reta numérica?

C: Sim! Dá para fazer contas.

I: Como esta conta, é?

C: Sim, olha...

(a fazer, começa no 0 até ao 26, depois liga o 0 ao 26, o 7 ao 26 e depois o 7 ao 19)



I: Não percebi! Tu ligaste o 0 ao 26, o 7 ao 26 e depois novamente o 7 ao 19.

C: Porque a turma tinha 26 alunos, 7 não foram, foram só 19.

I: Imagina que não sabias que tinham ido 19, como resolvias na reta numérica?

C: Não sei!

O aluno não consegue solucionar o problema através da reta numérica, chega ao 19 porque já sabia a resposta da resolução anterior.

2º Problema:

O aluno resolve o problema dizendo que contou do 17 até ao 26. O primeiro registo que o aluno apresenta está incorreto, mas quando questionado o aluno consegue identificar o erro e corrigir. O aluno não consegue justificar as suas ideias matemáticas.

$$26+17=9$$
$$26-17=9$$

Carlos: Tem mais 9 do que a turma do Manuel.

Investigadora: Porquê?

C: Porque a turma do Tiago tem 26 alunos e a do Manuel tem 17, faltava 9 para a turma do Manuel ter também 26 alunos.

I: Como sabes?

C: Pensei.

I: Como?

C: Pela cabeça. Contei do 17 para o 26 a ver quanto faltava.

I: Mas colocaste $26+17=9$, $26+17$ dá 9?

C: Não, dá 79.

I: Tens a certeza.

C: Não dá 33.

I: Então em que ficamos?

C: É $26-17=9$

I: Porquê menos?

C: Porque sim, não sei explicar.

3º Problema:

Inicialmente, o Carlos revela dificuldades na interpretação do problema, uma vez que conta todos os alunos da turma (26). Depois de ultrapassar esta dificuldades, resolve o problema utilizando uma estratégia aditiva de contagem pelos dedos e chega ao resultado pretendido.

Investigadora: Quais são os dados?

Carlos: O 26 e o 15. 26 alunos e 15 pipocas.

I: Foram 26 alunos ao circo?

C: Não, foram 19.

(Colocou $15+...$, contou pelos dedos até chegar ao 19, para ver quanto dava, depois colocou o $4=19$)

$$15 + 4 = 19$$
$$19 - 15 = 4$$

I: Como descobriste o 4?

C: contei pelos dedos, do 15 até ao 19 e descobri o 4.

I: Consegues resolver de outra forma?

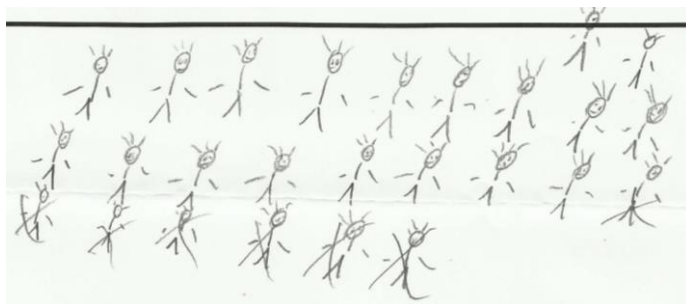
C: Não!

O aluno não consegue resolver o problema de outra maneira. No entanto, consegue expressar e justificar oralmente o processo que utilizou.

Daniel

1º Problema:

O aluno resolve o problema utilizando a representação icónica (desenhos)..



(desenha 26 alunos e risca 7)

Daniel: São 19.

Investigadora: Porquê?

D: Porque $26 - 7 = 19$. Eu pus 26 alunos, depois risquei 7 são os que não vão e ficou 19, está certo.

I: Consegues resolver de outra forma?

D: Sim. Posso fazer a conta em pé. Guardava o 26 na cabeça e depois tirava da cabeça 7 e ficavam 19.

I: Como tiravas os 7?

D: Contava para trás, assim, 26, 25, 24, 23...

Como estratégia alternativa à resolução deste problema, o aluno refere a contagem para trás a partir do 26.

2º Problema:

O aluno compreende o enunciado do problema e responde ao solicitado, recorrendo à contagem pelos dedos.

Investigadora: O que é pedido?

Daniel: Quantos alunos tem a turma do Tiago a mais que a do Manuel.

I: Quais são os dados?

D: 26 a turma do Tiago e 17 a do Manuel.

(a resolver)

$$26 = 17 + 9$$

D: Tem a mais 9 alunos.

I: Porquê?

D: contei com os dedos do 17 até ao 26.

3º Problema:

O aluno responde ao problema recorrendo à contagem pelos dedos e ao desenho. Em ambas as estratégias o aluno consegue justificar o seu raciocínio.

Daniel: Dá 4.

Investigadora: Porquê?

D: É igual ao anterior. $19 = 15 + 4$, contei do 15 quantos faltavam para 19.

$$19 = 15 + 4$$

I: Consegues usar outra estratégia?

D: Pelos desenhos, desenho 19, risco 15 e vejo quanto falta.

Marta

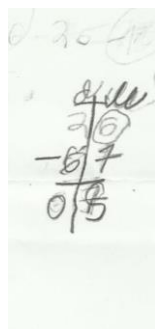
1º Problema:

Como primeira estratégia de resolução do problema a aluna recorre ao algoritmo, apesar de evidenciar bastantes dificuldades na sua aplicação.

Marta: Posso fazer a conta em pé? É que estou habituada.

Investigadora: Resolve como quiseres.

M: Não consigo, dá um número que não conheço, Investigadora 7 para quê? Sete para 2 e 6 para 6 dá 7. Olha está correto. A professora ensinou assim.



A aluna revela muitas dificuldades na utilização do algoritmo, cometendo diversos erros, como por exemplo a subtração das unidades às dezenas.

I: Tens a certeza que ensinou assim?

M: Sim.

I: Então tu subtrais as unidades com as dezenas? 7 unidades menos 2 dezenas é assim que se faz?

M: Sim!

I: E 7 unidades menos 2 dezenas dá 7?

M: Oh está tudo mal dá 5.

I: Como?

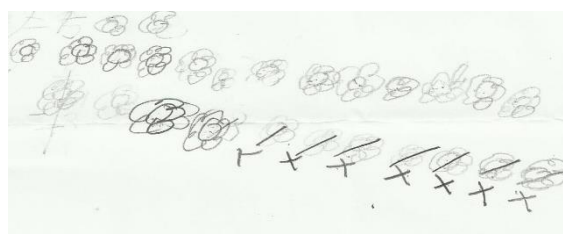
M: 7-2 dá 5.

M: Olha se não concordas diz que está mal para eu apagar.

I: Não Marta! Eu quero é perceber o teu raciocínio, quero que me expliques como estás a pensar.

M: Olha vou desenhar flores.

A Marta resolve representar a informação através de desenhos para tentar chegar ao resultado pretendido, mostrando-se muito confusa e agitada.



I: O que representam as flores?

M: Os alunos.

I: Quantos vais desenhar?

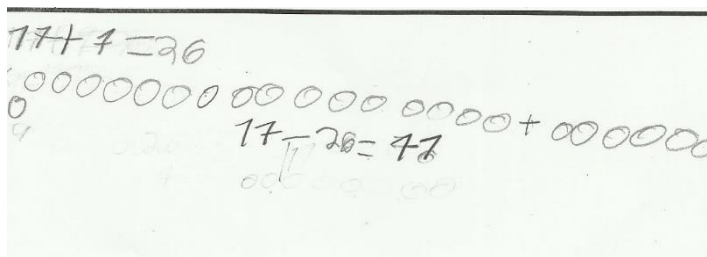
I: 26.
(Marta desenha as flores e riscou 7)
M: já está!
I: Porque riscaste 7?
M: Porque o problema pede para riscar 7. Quer dizer acho que devia riscar mais 6.
I: Porquê?
(Marta não explica, lê novamente o problema mas sem prestar atenção, mexe no sapato)
M: São 14 alunos.
I: Tens a certeza?
M: Vou confirmar.
I: Ok!
M: Olha afinal não tinha desenhado as 26 flores. Vou contar de novo.
I: Marta, afinal quantas tens de riscar?
M: 7, porque 7 alunos não vão.
I: Então quantos vão?
M: 19.
I: Porquê?
M: Porque contei as flores que não risquei. Desenhei 26 alunos e 7 não foram, então risquei. Contei só os que iam.

Depois de alguma confusão no recurso à representação icónica, a Marta consegue chegar ao resultado pretendido, embora tenha dificuldades em expressar as suas ideias oralmente.

2º Problema:

A Marta revela dificuldades na compreensão do problema.

Investigadora: Quantos alunos tem a turma do Tiago?
Marta: 26.
(Marta não deixa continuar a exploração do problema)
M: Olha vou por $17+7$.
I: Porquê?
M: Porque $17+7=26$.



I: Tens a certeza?

M: Dá 23.

I: Então em que ficamos?

M: Está tudo mal. É quanto? É 11.

I: 11, porquê?

M: Olha não sei.

Volto a ler e a explicar o enunciado do problema, mas a Marta está completamente distraída e não consegue concentrar-se. A aluna não consegue dar uma resposta coerente ao problema.

Marta: Olha já percebi, tenho de contar do 17 até chegar ao 26. Então ponho 17-26.

Investigadora: Porquê?

M: Dá 7.

I: O quê?

M: Olha porque 17-26 é igual a 7.

(Marta tentou contar pelos dedos do 17 até aos 26, mas não foi capaz de responder)

I: Dá 7?

M: Dá 11.

I: Então quanto dá?

M: 11! Está correto que eu sei.

Apesar de a aluna apresentar várias soluções e ter como certa a última resposta ("11"), ela não consegue chegar ao resultado correto. A aluna revela também algumas dificuldades relacionadas com a compreensão do significado da operação subtração.

3º Problema:

A aluna, mais uma vez, tem dificuldades em interpretar o problema.

Marta: 26-15 dá 8

Investigadora: Marta quantos alunos foram ao circo?

M: 26!

I: Tens a certeza que foram todos ao circo?

M: Sim! $26-15=8$. Eu pensei com a cabeça, porque fazer contas em pé dá muito trabalho.

(Não me deixa continuar a explicar, depois faz a conta em pé e dá 31)

#26 + 75 = 88

$$\begin{array}{r} 26 - \\ \hline 11 \\ 26 \\ -15 \\ \hline 11 \end{array}$$

Marta: Dá 31.

Investigadora: Porquê?

M: Porque somei 5+6.

I: E deu 31?

M: Sim.

(Marta realiza a operação várias vezes e apaga)

M: Dá 11.

I: Porquê?

M: Porque sim! Não quero trabalhar.

A aluna não revela entusiasmo nem interesse pela tarefa apresentada, dando como resposta a primeira ideia que lhe vem à cabeça, sem verificar se está correto ou não.

Síntese:

Nesta tarefa todos os alunos revelam dificuldades na interpretação do problema. Para a sua resolução a Sofia elegeu a reta numérica como o melhor processo, enquanto o Carlos e o Daniel recorrem à contagem pelos dedos. No entanto, o Carlos não consegue expressar as suas ideias. O Daniel sente mais facilidade na explicação do seu pensamento e recorre normalmente a desenhos como uma estratégia alternativa à resolução dos problemas.

A Marta resolve o problema através de desenhos, apesar de revelar falta de entusiasmo pela discussão do problema.

4º tarefa: “Comprar brinquedos”

Sofia

1º Problema:

Inicialmente a Sofia escolhe o Pato, porque é o animal que custa 10€, mas rapidamente percebe que podia ter escolhido outro brinquedo com valor inferior a 10€.

Investigadora: O que pode a Inês comprar com 2 notas de 5€?

Sofia: Um pato.

I: Porquê?

S: Os euros é igual a fazer uma conta e fiz $5+5=10$.

I: Podias ter escolhido outro sem ser esse?

S: O urso, só gastávamos uma nota, sobrava a outra.

I: Muito bem! Sobrava 5€ de troco.

2º Problema:

A Sofia consegue mentalmente concluir que consegue comprar mais do que um boneco, porque o brinquedo mais caro tem um valor inferior a 15€. A aluna expressa oralmente as suas escolhas, conseguindo explicar o seu raciocínio.

Investigadora: E se eu te der mais uma nota de 5€, o que podemos comprar?

Sofia: O Elefante.

I: Porquê?

S: Porque 15 é menor que 12, ainda recebo 3€ de troco, também podia comprar o macaco e recebia 1€. Olha afinal podemos comprar todos.

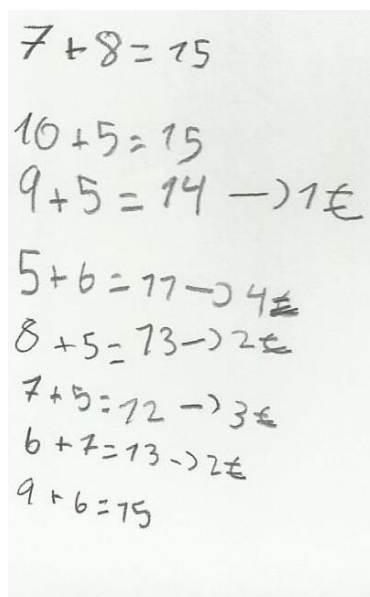
I: Porquê?

S: Porque 15 é maior que o preço dos bonecos.

3º Problema:

A Sofia representa simbolicamente a sua ideia, recorrendo à representação horizontal do cálculo. Este procedimento é usado pela aluna para justificar as suas respostas.

A aluna, para além de apresentar diversas soluções para a situação apresentada, identifica também as situações em que receberia troco e quanto receberia.



Handwritten mathematical calculations on a piece of paper:

$$\begin{aligned}7 + 8 &= 15 \\10 + 5 &= 15 \\9 + 5 &= 14 \rightarrow 1\text{€} \\5 + 6 &= 11 \rightarrow 4\text{€} \\8 + 5 &= 13 \rightarrow 2\text{€} \\7 + 5 &= 12 \rightarrow 3\text{€} \\6 + 7 &= 13 \rightarrow 2\text{€} \\9 + 6 &= 15\end{aligned}$$

Investigadora: Explica-me como pensaste.

Sofia: O 7 é o preço do pinguim e o 8 é do gato e dá 15 não sobra troco, depois podíamos comprar o pato com o urso, depois a girafa e o urso e sobrava 1€ de troco, depois dá o urso e a ovelha que sobra troco de 4€, depois o gato e o urso também sobrava troco de 2€ e depois o pinguim e o urso sobrava troco de 3€.

I: O macaco dá para formar algum par?

S: Não! Só se fosse mais de 15 e não podia não tínhamos dinheiro que chegasse.

A Sofia consegue expressar oralmente e por escrito as suas ideias e processos matemáticos.

Carlos

1º Problema:

O Carlos opta por escolher o urso, gastando apenas uma nota de 5€. Quando é questionado sobre a possibilidade de adquirir outro produto, o aluno escolhe, novamente, o urso. O aluno escolhe o brinquedo tendo em conta as nota em separado.

Investigadora: O que podemos comprar com duas notas de 5€?

Carlos: O urso.

I: Porquê?

C: Porque custa 5€.

I: Recebes troco?

C: Sim! Recebo 5€.

I: Podias ter escolhido outro?

C: Sim outro urso.

I: Recebias troco?

C: Não! Já gastei os 10€.

2º Problema:

O aluno recorre ao cálculo mental para saber com quanto dinheiro ficava se lhe desse mais uma nota de 5 €. O aluno percebe que com aquele dinheiro poderia comprar qualquer um dos brinquedos, justificando corretamente a sua resposta.

Investigadora: Se te desse mais uma nota de 5€ com quanto dinheiro ficavas?

Carlos: 15€.

I: E o que podias comprar?

C: Todos.

I: Porquê?

C: Porque dão. Porque o valor deles é menos que 15.

3º Problema:

O aluno apresenta apenas os pares cuja soma é igual a 15. Quando incentivado, identifica um par com soma inferior a 15.

$$\begin{aligned}7+8 &= 15 \\10+5 &= 15 \\9+6 &= 15 \\12+3 &= 15\end{aligned}$$

Investigadora: Recebeste troco?

Carlos: Não! Gastei tudo.

I: Não há mais pares que possas comprar com 15€, mesmo que recebas troco?

C: Não!

I: Carlos, o urso custa 5 e a ovelha 6. $5+6$ quanto dá?

C: 11.

I: Achas que podemos comprar esse par?

C: Sim! E recebemos 4€ o dinheiro chega.

I: Há mais algum?

C: Não.

Daniel

1º Problema:

O Daniel opta por escolher o brinquedo cujo valor é igual a 10€, no entanto compreende que pode escolher outros brinquedos cujo valor seja inferior a 10€.

Investigadora: O que podemos comprar com duas notas de 5€?

Daniel: O pato.

I: Porquê?

D: Custa 10€ e $5+5$ dá 10.

I: Podias ter escolhido outro sem ser esse?

D: Sim! O urso duas vezes e o pinguim também dá mas ficamos com 2€.

I: Recebemos 2€ de troco é?

D: Sim!

2º Problema:

O Daniel consegue identificar que com 15€ pode comprar todos os brinquedos, uma vez que não há nenhum que custe 15€. Refere, ainda, que se houvesse um brinquedo a custar 16€ aí já não podia comprar.

Investigadora: E se eu te der mais 5€?

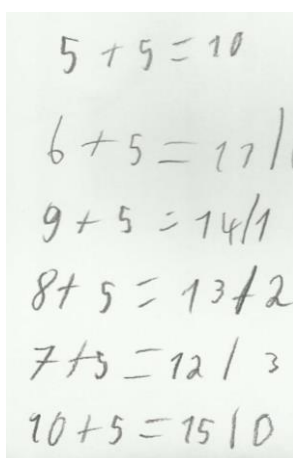
Daniel: Todos.

I: Porquê?

D: Porque não há nenhum que custe 15€, mas se houvesse podia comprar todos na mesma, só se tivesse um com 16 aí já não dava para comprar.

3º Problema:

O aluno começa por fixar um brinquedo (urso) e combiná-lo com os outros, identificando, também, o troco a receber em cada caso. Esta estratégia permite que o aluno não se esqueça de possibilidades.



Handwritten calculations showing combinations of items and their costs with change:

$$\begin{array}{l} 5 + 5 = 10 \\ 6 + 5 = 11 / 6 \\ 9 + 5 = 14 / 1 \\ 8 + 5 = 13 / 2 \\ 7 + 5 = 12 / 3 \\ 10 + 5 = 15 / 0 \end{array}$$

Daniel: Já esta!

Investigadora: Explica-me como pensaste?

D: Dois ursos dá 10 euros, recebo 5€ de troco, a ovelha e o urso dá 11 recebo 6€ de troco, depois a girafa e o urso que dá 14 e recebo 1€ de troco, depois o gato mais o urso que dá 13 recebo 2€ de troco, depois o pinguim mais o urso que dá 12 e recebo 3€ de troco e depois o pato mais o urso que dá 15 não recebo troco.

Marta

1º Problema:

A Marta só consegue identificar o brinquedo que custa exatamente 10€, não compreendendo que pode comprar qualquer brinquedo que tenha um valor inferior a 10€.

Investigadora: O que pode a Inês comprar com 2 notas de 5€?

Marta: O pato.

I: Porquê?

I: Porque tenho uma nota de 5 e outra de 5 e $5+5$ é igual a 10.

I: E recibes troco?

M: Não! Porque dei 10€ e o pato custa 10€.

I: Podias ter escolhido outro sem ser esse?

M: Não! Só aquele custa 10€.

2º Problema:

A aluna revela dificuldades no cálculo $10+5$, assim como na interpretação do pedido, já que para ela só é possível comprar um brinquedo no valor de 15€. Contudo, quando confrontada com a ideia de troco, apresenta uma solução para o problema, identificando o troco a receber.

Investigadora: E com mais uma nota de 5€ o que podemos comprar?

Marta: $5+5=10$ mais 5 dá 25, com 25 não podemos comprar nada não tem aqui nada.

I: Marta $10+5$ dá 25?

M: Não dá 20.

I: Olha conta lá?

M: Dá 15.

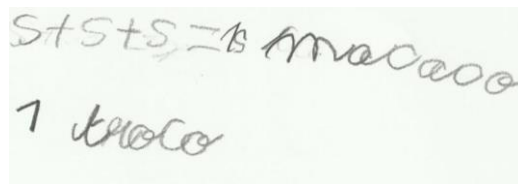
I: Tens a certeza?

M: Sim!

Mas olha com 15€ não podemos comprar nada, se fosse 14€ podia ser o macaco.

I: Então e não podes receber troco?

M: Sim! Escolho o macaco e recebo 1€ de troco.



5+5+5=15 Macaco
1 troco

3º Problema:

A Marta não identifica todos os pares, porque continua a revelar falta de esforço e de organização do seu raciocínio, comprometendo a resposta ao problema.

Investigadora: Marta! O que é um par?

Marta: São dois brinquedos.

(a resolver)

$5 + 10 = 15$
urso e pato
 $9 + 6 = 15$
 $5 + 7 = 12$

M: Já está.

I: Explica-me como pensaste?

M: Urso que é 5 mais o pato que é 10 dá 15.

I: Sobrou troco?

M: Não! Depois fiz 9 girafa e 6 ovelha deu 15 não sobrou troco, depois fiz 5 o urso mais 7 o pinguim que deu 12 e sobrou troco.

I: Quanto?

M: 3€

I: Muito bem! E não há mais pares?

M: Não! Desisto.

Síntese

Os alunos revelaram uma maior compreensão do enunciado deste problema, conseguindo exprimir as suas ideias oralmente e por escrito, principalmente no 3º problema.

5º tarefa: “Copos de sumo”

Sofia

1º Problema:

Inicialmente, na interpretação que faz do problema, a Sofia considera não haver motivos para a Inês estar chateada com o Tiago.

Investigadora: Sofia achas que a Inês terá motivos para estar chateada com o Tiago?

Sofia: Não!

I: Porquê?

S: Porque se calhar foram para casa da avó e ele bebeu lá água depois ao vir para casa dele, como era muito longe ficou com muita sede e quis beber 3 copos de sumo.

I: Mas a Inês também podia ter sede...

Quando questionada, a aluna refere que a Inês queria beber a mesma quantidade que o irmão.

S: Ah! Então ela queria beber também 3 copos e na mesa já só tinha dois, ele bebeu mais do que ela.

I: Bebeu mais quantos?

S: Mais 3.

I: Porquê?

S: Porque ele bebeu mais 3. Então se ela tinha dois copos e ele 3, ele bebeu mais 3.

I: Ela bebeu 2 certo?

S: Sim!

I: E ele?

S: 3.

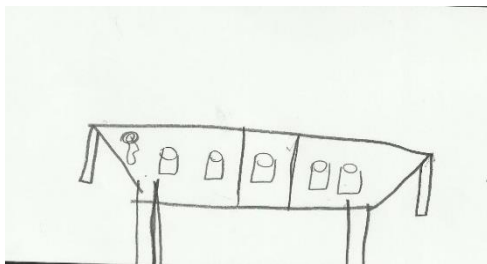
I: Então quantos bebeu a mais que ela?

S: Ah! Mais 1.

I: Posso desenhar na folha?

S: Sim claro!

(desenha uma mesa com 5 copos)



A Sofia recorre ao desenho para explicar o seu raciocínio, revelando a partir daqui compreensão do problema, já que é capaz de ampliar o seu pensamento para outro caso (6 copos).

S: Tinha 5 copos.

I: Sim...

S: Ele bebeu 3 e a irmã queria beber 3 e só pode beber 2. Se a irmã bebeu 2 e ele 3, então estão aqui 2 (aponta para os copos) e 3 do Tiago e, por exemplo (aponta para os copos do Tiago) imagina que estes 2 eram da irmã e sobrava 1.

Se eles tivessem 6 copos, a Inês já não tinha razão, porque bebiam na mesma 3 copos. Assim já tem motivos para estar chateada.

2º Problema:

A Sofia faz uma interpretação correta do problema e expressa oralmente a sua ideia, utilizando vocabulário próprio.

Investigadora: Olha, como a mãe viu que os irmãos não se entendiam e para acabar com as discussões resolveu ir buscar mais uma garrafa.

Sofia: Mas assim não ficavam chateados.

I: Porquê?

S: Porque se ela comprou mais uma garrafa que dava para encher mais 5 copos.

I: Sim...

S: Eles já não tinham razão para ficarem chateados.

I: Mas porque dizes isso?

S: Porque a outra dava para encher 5 copos, e esta também dá, o Tiago bebia 5 copos e a irmã bebia também 5 copos e bebiam a mesma quantidade.

I: Mas o Tiago já tinha bebido 3 copos...

S: Bebia outros 2 agora.

I: E a Inês quantos bebia?

S: Bebia 3. Porque $2+3$ dá 5. E 5 do Tiago mais 5 da Inês dá 10 das 2 garrafas.

A aluna usa o cálculo mental e consegue expressar a sua ideia, dando uma resposta correta.

3º Problema:

A Sofia resolve o problema recorrendo aos múltiplos de 5.

Investigadora: Sabes o pai deles ia fazer anos e a mãe decidiu ir comprar cinco garrafas de sumo para a festa. O Pai chamou alguns amigos, cada amigo bebeu 1 copo de sumo. Quantos amigos é que foram à festa?

Sofia: 25!

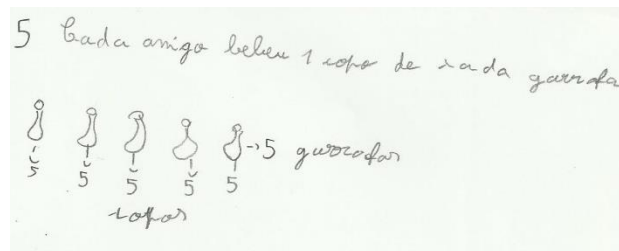
I: Porquê?

S: Porque 5 amigos beberam uma garrafa, mais 5 beberam outra garrafa já temos 10 amigos e mais 5 amigos beberam outra garrafa já são 15, mais 5 que faz 20 amigos, beberam outra garrafa, e depois mais 5 que dá 25, beberam a última garrafa.

I: Explica melhor

S: Vou desenhar.

I: Ok!



S: Olha, os amigos foram a casa e cada um bebeu 1 copo, então se 1 amigo bebeu 1 copo de uma garrafa que dava para 5 copos, logo uma garrafa dá para 5 copos, 5 amigos, então é como se tivéssemos a contar de 5 em 5.

I: Contaste pelos dedos ou como foi?

S: Não! Já sei de cor, assim é mais rápido.

Mais uma vez, a aluna para expressar melhor a sua ideia recorre à representação icónica e simbólica.

Carlos

1º Problema:

Na interpretação do problema, o Carlos conclui que a Inês tinha motivos para estar chateada com o irmão, justificando a sua resposta.

Investigadora: Carlos, achas que a Inês tinha motivos para estar chateada com o Tiago?

Carlos: Sim!

I: Porquê?

C: Porque ele bebeu 3 e ela só bebeu 2.

2º Problema:

O aluno expressa a sua ideia matemática, oralmente, sem apresentar dificuldade.

Investigadora: Eles estavam tão zangados, tão zangados que começaram a discutir muito alto. A mãe ouviu e decidiu trazer mais uma garrafa de sumo para acabar com as zangas. Agora temos sumo para quantos copos?

Carlos: Mais 5 copos. Porque $5+5$ dá 10 e porque uma garrafa dá para encher 5 copos e a outra também dá para mais 5 porque são iguais.

Quando questionado sobre a possibilidade de repartir o sumo de igual forma, o aluno sente necessidade de recorrer ao material existente em cima da mesa (copos), ou seja, recorre às representações ativas. Separa os copos que estão em cima da mesa, 3 para um lado e 2 para o outro lado, a fim de justificar a sua resposta.

I: Como podemos repartir o sumo de maneira igual para ninguém ficar chateado?

C: Olha aqui ponho outro copo (aponta para os 2 copos da Inês) e depois ponho 2 no Tiago e mais 2 na Inês.

I: Carlos, quantos copos tem de beber o Tiago e a Inês?

C: 5 cada um, o Tiago agora só pode beber 2 e ela bebe 5 assim ninguém se zanga.

Desta forma o aluno consegue solucionar o problema sem dificuldade. O material foi importante na resolução da situação apresentada e na justificação do raciocínio do aluno.

3º Problema:

O Carlos resolve o problema contando de 5 em 5.

Investigadora: Sabes o pai deles ia fazer anos e a mãe decidiu ir comprar cinco garrafas de sumo para a festa. O Pai chamou alguns amigos, cada amigo bebeu 1 copo de sumo. Quantos amigos é que foram à festa?

Carlos: 25.

I: Porquê?

C: $5+5=10$; $10+5=15$; $15+5=20$; $20+5=25$.

I: Como pensaste?

C: Pela cabeça.

I: Mas por que somaste $5+5$ e não, por exemplo, $5+6$?

C: Porque cada garrafa dá para 5 copos e cada um amigo só bebe um copo como há 5 garrafas dá 25 amigos.

O aluno verbaliza o seu raciocínio oralmente, de forma clara e correta.

Daniel

1º Problema:

O Daniel revela dificuldades na interpretação do problema, uma vez que não consegue entender que o Tiago bebeu mais do que a irmã.

Investigadora: Daniel achas que a Inês tinha motivos para estar chateada com o Tiago?

Daniel: Não!

I: Porquê?

D: Qual é o problema, se a garrafa desse para 6 era melhor agora assim ele bebeu 3 e ela 2, mas ela bebeu menos 1 que ele. Eu não me importava deixava o meu irmão beber.

I: Mas ela também tinha muita sede...

D: Mas aí bebia mais ela e o Tiago ficava chateado, só dava se fosse 6 copos era 3 para cada um.

Apesar de não encontrar motivos para a Inês estar chateada com o irmão, o aluno apresenta uma solução correta e expressa a sua ideia, oralmente, de forma clara.

2º Problema:

Rapidamente o aluno chega à solução do problema. Este conclui que, como as duas garrafas são iguais, se uma dá para 5 copos a outra também dá.

Investigadora: Olha mas eles estavam mesmo zangados, não havia maneira de se entenderem, a mãe como já estava farta de os ver a discutir decidiu ir buscar mais uma garrafa de sumo. Agora temos sumo para quantos copos?

Daniel: Temos sumo para 10 copos.

I: Porquê?

D: Então as duas garrafas são iguais...

I: Sim...

D: Então se uma dá para 5 a outra também vai dar para 5 logo dá 10.

I: Como podemos repartir de modo igual o sumo que temos para que nenhum ficasse chateado?

D: 5 para cada um.

I: Mas o Tiago já bebeu 3 copos...

D: O Tiago bebe agora 2 e a Inês bebia os 2 da primeira garrafa que ainda não tinha bebido e mais 3 da segunda garrafa e o Tiago como já tinha bebido os 3 da primeira garrafa só bebia 2 agora.

Este aluno resolve corretamente o problema e comunica as suas ideias, oralmente, de forma clara e coerente.

3º Problema:

Mentalmente, o aluno dá uma resposta correta.

Investigadora: Sabes o pai deles ia fazer anos e a mãe decidiu ir comprar cinco garrafas de sumo para a festa. O Pai chamou alguns amigos, cada amigo bebeu 1 copo de sumo. Quantos amigos é que foram à festa?

Daniel: 25.

I: Porquê?

D: Porque contei de 5 em 5.

Na justificação da sua resposta, o aluno recorre aos múltiplos de 5.

I: Mas porquê?

D: Porque cada garrafa dá para 5 copos, então contei de 5 em 5 até as 5 garrafas e depois vi que é 25 amigos. Porque cada amigo bebeu 1 copo.

Marta

1º Problema

A aluna, inicialmente, tem dificuldades na interpretação do problema, uma vez que pensou que era para dividir os 5 copos pelos dois.

Investigadora: Marta achas que a Inês tinha motivos para estar chateada com o Tiago?

Marta: Não!

I: Porquê?

M: Porque $2+3=5$

I: Sim...

M: Então a Inês bebia 2 e o Tiago bebia 2 e sobrava 1 copo (A Marta tirou um copo de cima da mesa)

I: Mas o Tiago bebeu 3 copos, tinha motivos a Inês para estar zangada ou não?

Quando reflete vê que realmente a Inês tem motivos para estar zangada.

M: Claro que sim! Porque ele bebeu 3 copos, imagina que eu tinha um irmão e eu quisesse beber dois copos de sumo ele também só podia beber 2 copos.

I: Porquê?

M: Se não havia guerra como aqui, não é justo ele beber mais.

I: Mas ele podia ter muita sede...

M: Então mas eu também.

2º Problema

Investigadora: Olha Marta como não havia meio dos irmãos fazerem as pazes e como a mãe já estava a ficar irritada com a situação, decidiu ir buscar mais uma garrafa de sumo para ver se eles faziam as pazes.

Agora temos sumo para quantos copos?

Marta: Para mais 5 copos.

I: Como podemos repartir igualmente o sumo das duas garrafas para nenhum ficar zangado?

M: $4+6$. O Tiago já bebeu, por isso bebe agora só 4 e a Inês bebe 6.

A aluna entende que duas garrafas dá para 10 copos, no entanto não consegue solucionar o problema. A aluna recorre a uma decomposição do 10, não tendo em atenção as condições do problema.

I: Tinhas sumo para quantos copos Marta?

M: Para mais 5. Então é assim esquece a outra garrafa, desta garrafa para nenhum ficar chateado o Tiago bebe 2 copos a Inês outros 2 e a mãe bebe 1 e acabaram as zangas, já fizeram as pazes, assunto resolvido.

Como a aluna não consegue resolver o problema, arranja uma nova solução.

3º Problema

A Marta revela dificuldades na contagem de 5 em 5, o que é agravado pela sua falta de concentração.

Investigadora: Sabes o pai deles ia fazer anos e a mãe decidiu ir comprar cinco garrafas de sumo para a festa. O Pai chamou alguns amigos, cada amigo bebeu 1 copo de sumo. Quantos amigos é que foram a festa?

Marta: Quantas vezes se repetia o 5?

I: Vou ler de novo, está atenta.

M: 40, porque $5+5=10$; $10+5=15$; $15+5=30$; $30+5=40$

I: $15+5$ é igual a 30 Marta?

A aluna está distraída e sem pensar dá uma resposta errada. Quando questionada, responde corretamente e justifica bem a sua resposta.

M: Dá 25.

I: Porquê?

M: Andei a contar de 5 em 5 (ri-se)

I: Porquê?

M: Porque é fácil, porque cada garrafa dá para 5 copos e cada amigo bebeu 1 copo, logo cada uma garrafa dá para 5 amigos.

Síntese

Todos os alunos conseguiram interpretar a informação dos problemas. Na justificação das suas ideias recorrem à linguagem oral. A Sofia recorre à representação pictórica. A Marta revela algumas dificuldades na expressão das suas ideias, devido à sua falta de concentração.

CAPÍTULO V

CONCLUSÃO DO ESTUDO

Este estudo procura analisar como alunos do 1º ano de escolaridade põem em jogo as suas competências comunicativas na explicação de situações de cálculo mental. O estudo foi realizado com 4 crianças (duas do sexo feminino e duas do sexo masculino) com níveis de desempenho escolar diferentes.

Em termos de estratégias de cálculo, verificou-se que os alunos recorrem preferencialmente ao que designam de “conta em pé”, ou seja, ao algoritmo. Apesar desta preferência, os alunos revelaram dificuldades na utilização do mesmo, principalmente na subtração quando o algarismo das unidades do aditivo é inferior ao do subtrativo. Esta dificuldade, vem dar força aos que defendem que os algoritmos não devem ser apresentados quando os alunos estão a dar os primeiros passos na aprendizagem das operações, sendo de preferir o cálculo mental com compreensão, com recurso, por exemplo, à decomposição ou desenhos.

Os alunos do estudo revelam também recorrer muito à representação pictórica, apesar de ser usada na maioria das vezes como uma estratégia alternativa (uma segunda estratégia) e, fundamentalmente, quando não conseguem formalizar o algoritmo. A reta numérica é também usada como uma estratégia de cálculo, mas apenas por um reduzido número de alunos.

Os alunos do estudo utilizam também como estratégia de cálculo o “contar pelos dedos”. No caso da adição, contam para a frente a partir de um certo número, enquanto nos problemas subtrativos, recorrem à contagem para trás.

No que diz respeito à comunicação matemática, ou seja, à forma como resolvem e explicam os problemas envolvendo cálculo, os alunos revelam que nas representações das suas ideias têm preferência pela representação simbólica e icónica, a primeira associada aos algoritmos e a segunda aparece como suporte da representação. Os alunos revelam que as representações das ideias tem um duplo papel: (i) auxílio ao seu raciocínio; e (ii) comunicação das suas ideias (neste caso, à investigadora).

Em termos de comunicação oral, de um modo geral, todos os alunos conseguiram interpretar a informação matemática apresentada nos problemas, sendo, no entanto, fundamental a formulação de questões de focalização viradas para a compreensão para os ajudar a ultrapassar dificuldades iniciais. Ao longo das entrevistas, os alunos, de um modo geral, conseguiram expressar as suas ideias matemáticas, tanto oralmente como por escrito.. Porém, Marta teve mais dificuldades do que os colegas porque é uma aluna com dificuldades de concentração e com pouca motivação para levar as atividades até ao fim.

Assim, e para sistematizar, pode-se dizer que em relação às estratégias de cálculo mental os alunos revelam algumas dificuldades, procurando primeiramente usar o algoritmo. Apesar disso, os alunos evidenciam algumas estratégias de cálculo mental, nomeadamente: a decomposição do 10; a subtração das unidades e das dezenas; a reta numérica; a contagem para trás a partir de um número; e a utilização dos múltiplos de 5. Destas estratégias, destacam-se a reta numérica que é usada como estratégia de cálculo poderosa.. No que diz respeito à comunicação das suas ideias, os alunos comunicam as suas estratégias recorrendo à linguagem escrita e oral. Na comunicação escrita, os alunos usam diversas representações, dando preferência à representação simbólica e à representação icónica. As representações icónicas aparecem como suporte às representações simbólicas. Ambas parecem ter um valor comunicativo (comunicar a sua resolução à investigadora) mas também um valor de apoio ao próprio raciocínio (ou seja, as representações ajudaram os alunos a pensar e a calcular). No que diz respeito à comunicação oral, os alunos têm algumas dificuldades em expressar as suas ideias, contudo quando questionados conseguem ultrapassá-las e expressar-se de forma clara e correta.

Em síntese, o estudo permite concluir, que é importante promover o cálculo mental, deixando os alunos criar as suas próprias estratégias, mesmo que estas não seja as mais eficazes,. Para além disso, os alunos devem ser encorajados a comunicar e representar as suas ideias matemáticas por escrito, já que isso ajuda-os a clarificar o seu pensamento. com Este resultado vem na linha do defendido por Serrazina (2007) quando afirma que a Matemática no 1.º ciclo “pressupõe um conhecimento matemático que envolve ser capaz de conversar sobre a Matemática; não apenas descrever os passos para fazer um algoritmo, mas também explicitar os juízos feitos, os significados e razões para certas relações e procedimentos" (p.18). Assim, podemos concluir que é importante que os alunos expressem as suas ideias, pois dessa maneira desenvolvem

o seu conhecimento e permitens que o professor possa identificar os problemas dos alunos e ajudá-los na aprendizagem.

Conclusão geral

Este relatório final de estágio apresenta-se como uma meta-reflexão do percurso profissionalizante. Considero este documento uma mais-valia para a minha formação, pois nele são focados aspetos relevantes e que devem ser tidos em conta ao longo da prática.

Como este mestrado perspetiva a lecionação em dois níveis de ensino diferenciados (Educação de Infância e 1.º Ciclo), a reflexão sobre ambos é gratificante, uma vez que possibilita perceber como duas realidades tão distintas acabam por se complementar, pois o 1.º ciclo é a continuação da educação pré-escolar.

Educar não é tarefa fácil, pois as crianças apresentam características e interesses diferentes, o que faz com que cada uma seja única. No entanto, torna-se complicado criar ambientes de aprendizagem que agradem a todas, mas o educador/professor não deve ter medo de “ensinar” e de “aprender”.

Ao longo do estágio, no pré-escolar, aprendi a dar valor à diferenciação pedagógica, uma vez que se trata de um grupo com diferentes idades e ritmos de aprendizagem. Aprendi que as crianças têm que se encontrar motivadas/interessadas para que a aprendizagem seja significativa. Verifiquei o quão importante é haver interdisciplinidade nas atividades propostas. Por isso, não podemos pensar apenas numa disciplina isolada mas sim em conjunto e relação com as outras.

No 1º ciclo, 1º ano, a aprendizagem mais significativa que fiz prende-se com a importância das representações concretas dos conceitos, pois na área da matemática as crianças necessitavam de recorrer ao material manipulável para passar do concreto para o abstrato. Pude também neste ciclo constatar que a motivação é fundamental; a criança motivada está predisposta a aprender, sem motivação, por mais que o professor se esforce não consegue fazer com que a aprendizagem seja significativa.

Foi meu intuito realizar o trabalho investigativo, no ano que me encontrava a estagiar, o 1º ano, pois gostava de encontrar respostas para as minhas. Devido à minha dificuldade nesta área curricular e por a considerar tão importante foi meu intuito aprofundar os meus conhecimentos matemáticos e didáticos, para que no futuro possa

ajudar os alunos a ultrapassar as suas dificuldades nesta área. Quando iniciei este estudo já possuía alguma formação acerca do cálculo mental e da comunicação. Contudo, senti necessidade de a ampliar. Através deste estudo percebi como é que as crianças aprendem o cálculo mental, ou seja, descobri que deve ser algo continuado. Tomei contato com diferentes estratégias de cálculo mental pelas quais os alunos devem passar e em que a sua aquisição é acompanhada de um aumento da compreensão dos números e das operações. Apesar de ser importante deixar os alunos criar as suas próprias estratégias, considero que o professor deve apresentar um conjunto de estratégias de cálculo mental para que os alunos adquiram um leque abrangente e escolham aquela com a qual se sentem mais à vontade.

A escolha de boas tarefas matemáticas para levar para a sala de aula é fundamental, já que são estas que desencadeiam a atividade do aluno. É importante também estimular a comunicação matemática nos alunos, incentivando-os a apresentar as suas ideias matemáticas, tanto oralmente como por escrito. A aprendizagem em qualquer área curricular exige comunicação, uma vez que os alunos ao expressarem as suas ideias estão a organizar o seu pensamento. Para terminar esta reflexão, cabe aqui salientar que uma limitação sentida por mim nesta investigação foi o tempo disponível para a sua realização. O facto de a recolha de dados ter sido realizada depois do estágio dificultou todo o trabalho realizado.

BIBLIOGRAFIA

- Abrantes, P. Serrazina, L. Oliveira, I. (1999). *A Matemática na Educação Básica*. Lisboa: Ministério da Educação, Departamento de Educação Básica.
- Alvarenga, I. J. A. (2011). *A planificação docente e o sucesso do processo ensino-aprendizagem*. Memória monográfica apresentada à Universidade Jean Piaget de Cabo Verde
- Barbosa, S. F. (2012). *Educar e Aprender em Educação Pré-Escolar e 1º Ciclo do Ensino Básico*. Tese de Mestrado apresentada à Escola Superior de Educação de Paula Frassinetti
- Belém, V. P. O. (2012). *Emergência da comunicação matemática no Jardim de Infância: potencialidades didáticas para a descoberta da matemática*. Tese de Mestrado apresentada ao Departamento de Ciências da Educação da Universidade dos Açores
- Bogdan, R. & Biklen, S. (1994). *Investigação Qualitativa em Educação*. Porto: Porto Editora
- Braga, N. V. (2012). *As práticas educativas em contexto pré-escolar e 1º ciclo do Ensino Básico: O Ensino da Linguagem e da Escrita*. Tese de Mestrado apresentada ao Departamento de Ciências da Educação da Universidade dos Açores
- Brocrado, J. & Serrazina, L. (2008). *O sentido do número no currículo de matemática*. Lisboa: Escolar Editora
- Cândido, P. (2001). *A comunicação em Matemática*. In K. Smole, & M. Diniz: Ler, escrever e resolver problemas- Habilidades básicas para aprender matemática (pp.15-28). Porto Alegre: Artmed.
- Cardoso, M. T. P. (2010). *O conhecimento matemático e didático, com incidência no pensamento algébrico de professores do primeiro ciclo do ensino básico: que relações com um programa de formação contínua*. Tese de Doutoramento apresentada à Universidade do Minho: Instituto de Estudos da Criança
- Carvalho, R. (2011). *Calcular de cabeça ou com cabeça?*. Atas do PROFMAT: Associação de professores de Matemática
- Cebola, G. (2002). *Do número ao sentido do número*. In J.P. Ponte, C. Costa, A. I. Rosendo, E. Maia, N. Figueiredo, & A. F. Dionísio (Eds.). *Atividades de*

- investigação na aprendizagem da Matemática e na formação dos professores.* (pp. 257-273). Lisboa: SEM – SPCE-
- DEB (2001). *Currículo nacional do Ensino Básico. Competências essenciais.* Lisboa: DEB, ME
- Department for Education. (2010). *The National Strategies Primary: Teaching Children to Calculate Mentally.* Published by the Department for Education: British
- Equipa do Projeto Desenvolvendo o Sentido de Número (2005). *Desenvolvendo o Sentido de Número: Perspetivas e Exigências Curriculares (Vol.1).* Lisboa: APM
- Fernandes, D. M. (1994). *Educação Matemática no 1.º Ciclo do Ensino Básico.* Porto: Porto Editora
- Ferreira, C. C. A. (2011). *O uso de materiais manipuláveis estruturados na educação pré-escolar e no 1º ciclo do ensino básico.* Tese apresentada à Universidade dos Açores. Departamento de Ciências da Educação
- Ferreira, E. G. (2012). *O desenvolvimento do sentido de número no âmbito da resolução de problemas de adição e subtração no 2º ano de escolaridade.* Tese de Doutoramento apresentada à Universidade de Lisboa, Faculdade de Ciências Departamento de Educação: Lisboa
- Freire, P. (2001). *A Educação na Cidade.* São Paulo: Cortez Editora
- Gonçalves, A. (2008). *Desenvolvimento do sentido de número num contexto de resolução de problemas em alunos do 1º Ciclo do Ensino Básico.* Tese de Mestrado apresentada à Universidade de Lisboa, Faculdade de Ciências Departamento de Educação: Lisboa.
- Guimarães, S. D. (2009). *A prática regular de cálculo mental para ampliação e construção de novas estratégias de cálculo por alunos do 4º ano e 5º ano do ensino fundamental.* Tese de Doutoramento apresentada à Universidade Federal de Mato Grosso do Sul: Centro de Ciências Humanas e Sociais
- Graue, M. & Walsh, D. (2003). *Investigação Etnográfica com crianças: Teorias, Métodos e Ética* (Tradução Ana Maria Chaves). Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian
- Heirdsfield. A. M. (2011). *Teaching Mental Computation Strategies in Early Mathematics*

- Ketele, J. & Roegiers, X. (1993). *Metodologia da recolha de dados: Fundamentos dos Métodos de observações, de questionários, de entrevistas e de estudos de documentos*. Lisboa: Instituto Piaget.
- Magalhães, L. M. (2012). *Procedimentos de cálculo e sentido de número: uma aproximação no contexto da sala de aula*. Tese de Mestrado apresentada à Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo: São Paulo
- Martinho, M. H. & Ponte, J. P. (2005). A comunicação na sala de aula de matemática: Um campo de desenvolvimento profissional do professor. Comunicação nas *Atas do V CIBEM*, realizado na Faculdade de Ciências da Universidade do Porto
- Martins, P. S. M. (2012). *Comunicação escrita matemática de alunos do 2.º ciclo do ensino básico*. Tese de Mestrado apresentada à Universidade de Lisboa, Instituto de Educação.
- Menezes, L. (1995). *Concepções e práticas de professores de Matemática: Contributos para o estudo da pergunta*. Tese de Mestrado apresentada à Universidade de Lisboa, Faculdade de Ciências Departamento de Educação: Lisboa
- Menezes, L. (1996). A comunicação na aula de Matemática. *Millenium*, 3, 20-28
- Menezes, L. (2000). Comunicação na Aula de Matemática e Desenvolvimento Profissional de Professores. *Millenium*, 20
- Menezes, L. (2000). Matemática, Linguagem e Comunicação. *Millenium*, 20
- Menezes, L. (2005). Desenvolvimento da comunicação matemática em professores do 1.º ciclo no contexto de um projeto de investigação colaborativa. In A. Boavida (Eds). *Actas do XVI SIEM* (pp.349-365). Setubal. APM
- Menezes, L. Rodrigues, C. Novo, S. (2008). *Cálculo Mental: uma aposta forte*. Programa de formação contínua em Matemática para professores do 1.º e 2.º Ciclos
- Ministério da Educação *Perfil de desempenho do Educador de Infância e do Professor do 1º ciclo do Ensino Básico.*, Pub. L. No. 241/2001 (30 de Agosto)
- Ministério da Educação. (1997). *Orientações curriculares para a Educação Pré-Escolar*. Lisboa: Ministério da Educação. Departamento da Educação Básica. Núcleo de Educação Pré-Escolar
- Ministerio da Educação. (2004). *Organização Curricular e Programas do Ensino Básico – 1º Ciclo*. Departamento da Educação Básica

- Morais, C. M. S. (2011). *O cálculo mental na resolução de problemas: um estudo no 1.º ano de escolaridade*. Tese de Mestrado apresentada à Escola Superior de Educação de Lisboa
- National Council of Teachers of Mathematics (1991). *Normas para o currículo e a Avaliação em Matemática escolar*. Lisboa: APM e IIE
- National Council of Teachers of Mathematics (2007). *Princípios e normas para a matemática escolar*. Lisboa: APM
- Passos, C. L. B. (2008). *A comunicação nas aulas de Matemática revelada nas narrativas escritas em diários reflexivos de futuros professores*. Universidade Federal de São Carlos – Departamento de Meto
- Pinto, M. E. & Canavarro, A. P. (2012). O papel das representações na resolução de problemas de Matemática: um estudo no 1.º ano de escolaridade. In O. Magalhães, & A. Folque (org), *Práticas de investigação em Educação*. Évora: Departamento de Pedagogia e Educação
- Ponte, J. P & Serrazina, M.L (2000). *Didáctica da Matemática do 1º ciclo*. Lisboa: Universidade Aberta
- Ponte, J. P. Serrazina, L. Guimarães, H. M., Breda, A., Guimarães, F., Sousa, H., Menezes, L., Martins, M. E. G. & Oliveira, P. A. (2007). *Programa de Matemática do Ensino Básico*. Lisboa: Ministério da Educação: DGIDC.
- Quivy, R., & Campenhoudt, L. V. (2005). *Manual de Investigação em Ciências Sociais* (4.ª ed.). Lisboa: Gradiva.
- Ribeiro, D. Valério, N. Gomes, J. T. (2009). *Cálculo Mental*. Escola Superior de Educação de Lisboa: Lisboa
- Ribeiro, C. M. Carrillo, J. Monteiro, R. (2012). Cognições e tipos de comunicação do professor de matemática: Exemplificação de um modelo de análise num episódio dividido. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa* 15 (1): 93-121
- Roldão, M.C. (2009). *Estratégias de ensino. O saber e o agir do professor*. Vila Nova de Gaia: Fundação Manuel Leão
- Santos, C. D. S. (2010). *Prática Pedagógica e Educação em Ciências: Relatório de Estágio*. Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro
- Serra, C. M. A. M., (2004). *Currículo na Educação Pré-escolar e Articulação Curricular com o 1.º Ciclo do Ensino Básico*. Porto: Porto Editora
- Serrazina, M. L. Monteiro, C. Loureiro, C. Ferreira, E. Sousa, H. Saleiro, J. Linhares, M. (2007). *Ensinar e aprender matemática no 1.º ciclo*. Lisboa: Texto Editores

- Sousa, H. (2005). O Ambiente de aprendizagem e a Matemática. *Educação matemática* número 83
- Stubbs, M. (1987). *Linguagem, Escolas e Aulas*. Lisboa: Livros horizonte
- Taton, R. (1969). *O Cálculo Mental* (Tradução M. A. Videira). Lisboa: Arcádia
- Vergani, T. (1993). *Educação Matemática*. Lisboa: Universidade Aberta

Anexos

Carta aos encarregados de educação

Exmo. (ª) Sr. (ª) Encarregado (ª) de Educação,

No âmbito da realização de um trabalho de Mestrado em Educação Pré-Escolar e Ensino do 1ºCiclo, procuramos estudar como alunos do 1.º ano de escolaridade põem em jogo as suas competências comunicativas, na explicação de situações de cálculo mental.

A recolha de dados será realizada apenas por mim e implicará a realização de pequenas entrevistas de conversas mantidas com os alunos em torno de situações de cálculo mental, bem como uma recolha documental das resoluções dos alunos.

Os nomes dos alunos serão alterados no trabalho a desenvolver, de modo a preservar totalmente a sua identidade.

Para este efeito, solicito junto de Vossa Excelência a necessária autorização.

Caso necessite de mais esclarecimentos, não hesite em contactar-me.

Com os melhores cumprimentos,

Viseu, 20 de fevereiro de 2013

(Odete Monteiro)

Autorizo/ Não autorizo a participação do meu/minha educando/a _____ da turma do 1º ano de escolaridade a participar na investigação que se pretende desenvolver.

O/A Encarregado/a de Educação

Carta à direção da escola

Exmo. (a) Sr. (a) Diretor (a) Pedagógico,

No âmbito da realização de um trabalho de Mestrado em Educação Pré-Escolar e Ensino do 1ºCiclo, onde procuro estudar como alunos do 1.º ano de escolaridade põem em jogo as suas competências comunicativas, na explicação de situações de cálculo mental, pretendo realizar a recolha de dados na turma onde me encontrei a estagiar, sendo esta o 1ºA.

A recolha de dados será realizada apenas por mim e implicará a realização de pequenas entrevistas de conversas mantidas com os alunos em torno de situações de cálculo mental, bem como uma recolha documental das resoluções dos alunos.

Os nomes dos alunos serão alterados no trabalho a desenvolver, de modo a preservar totalmente a sua identidade.

Para este efeito, e após obter permissão dos respetivos encarregados de educação, bem como do Ministério da Educação, solicito junto de Vossa Excelência a necessária autorização.

Com os melhores cumprimentos,

Viseu, 23 de abril de 2013

(Odete Monteiro)

NOTA METEDOLÓGICA

Contexto de investigação

A presente investigação insere-se no âmbito do Mestrado em Educação Pré-Escolar e Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico a decorrer na Escola Superior de Educação, integrada no Instituto Politécnico de Viseu. A investigação procura estudar como alunos do 1.º ano de escolaridade põem em jogo as suas competências comunicativas, na explicação de situações de cálculo mental.

O estudo tem, assim, duas áreas temáticas: (i) capacidade de comunicação matemática, em particular os tópicos de expressão e representação; (ii) capacidade de calcular mentalmente, integrada no sentido de número. Estas duas temáticas ocupam um lugar importante nas orientações curriculares para o ensino básico, em particular para o 1.º ciclo.

Tipo de investigação

Trata-se de uma investigação qualitativa, de natureza interpretativa. Nesta medida, pretende-se compreender como alunos do 1.º ano explicam e justificam as suas ideias no decurso da resolução de tarefas matemáticas que implicam a realização de cálculo mental.

Instrumentos de recolha de dados

Para a obtenção dos dados necessários à realização deste estudo recorre-se a: (i) entrevista a alunos; (ii) recolha documental (resoluções dos alunos); (iii) observação participante.

A entrevista é “um método de recolha de informações que consiste em conversas orais, individuais ou de grupos, com várias pessoas selecionadas cuidadosamente, a fim de obter informações sobre factos ou representações, cujo grau de pertinência é analisado na perspetiva dos objetivos da recolha de informação” (Ketele; Roegiers, 1993, p.22). A recolha documental é um instrumento importante em investigações qualitativas, uma vez que testemunha as visões e interpretações dos participantes. A observação participante é um tipo de observação em que o investigador interage com os sujeitos de estudo.

Assim, serão realizadas cinco mini-entrevistas a cada aluno, que decorrem da proposta de outras tantas tarefas matemáticas (anexo 2) que implicam cálculo mental

(essas entrevistas individuais visam levar os alunos a comunicarem os seus processos e estratégias de cálculo mental – ver guião em anexo 1)

A observação decorrerá enquanto os alunos resolvem as tarefas. No final da entrevista, recolhe-se a folha de registos onde os alunos resolvem as tarefas.

Tempo previsto

Após a autorização do Diretor do Agrupamento de Escolas do Viso, prevê-se que a fase da recolha dos dados decorra ao longo de uma semana e meia, durante o mês de maio. Prevê-se que cada entrevista não exceda 20 minutos e se realize uma tarefa por dia, em dias alternados, de acordo com o seguinte cronograma:

1.ª semana					2.ª semana				
2.ª	3.ª	4.ª	5.ª	6.ª	2.ª	3.ª	4.ª	5.ª	6.ª
entrevista 1 (tarefa 1)		entrevista 2 (tarefa 2)		entrevista 3 (tarefa 3)	entrevista 4 (tarefa 4)		entrevista 5 (tarefa 5)		
aluno 1		aluno 1		aluno 1	aluno 1		aluno 1		
aluno 2		aluno 2		aluno 2	aluno 2		aluno 2		
aluno 3		aluno 3		aluno 3	aluno 3		aluno 3		
aluno 4		aluno 4		aluno 4	aluno 4		aluno 4		

As entrevistas serão realizadas em sala contígua à sala de aula

Análise de dados

As respostas e as resoluções dos alunos serão submetidas a análise de conteúdo criando categorias de análise. Para isso será feita a transcrição do que foi recolhido, cruzando com a revisão da literatura.

Referências bibliográficas

Bogdan, R & Biklen, S. (2010). *Investigação Qualitativa em Educação*. Porto: Porto Editora

Ketele, J.; Roegiers, X. (1993). *Metodologia da recolha de dados: Fundamentos dos Métodos de observações, de questionários, de entrevistas e de estudos de documentos*. Lisboa: Instituto Piaget.

Enunciado das tarefas

1.ª Tarefa: Moedas no bolso do Tiago

O Tiago meteu a mão ao bolso e reparou que tinha 10 moedas nos dois bolsos das calças.

Quantas moedas tem em cada bolso?

2.ª Tarefa: Vendedor de rifas

O Sr. Inácio tinha 35 rifa. 22 já foram vendidas.

Quantas rifas faltam ser vendidas?

3.ª Tarefa: Ida ao circo

Dos 26 alunos da turma da Inês, 7 não poderão ir. Quantos alunos vão ao circo?

Quando os meninos chegaram ao circo, o Tiago ficou contente, porque encontrou a turma do seu amigo Manuel. A turma do seu amigo tem 17 alunos. Quantos alunos tem a turma do Tiago a mais do que a do Manuel?

A professora decidiu oferecer um pacote de pipocas a cada aluno. Sabendo que a professora já comprou 15 pacotes, quantos ainda lhe faltam comprar?

4.ª Tarefa: Comprar brinquedos

O que pode a Inês comprar, da montra seguinte, com 2 notas de 5€?

E se a Inês tivesse mais uma nota de 5€?

Como sabemos se encontrámos todos os pares que é possível comprar com 15€?

5.ª Tarefa: Copos de sumo

A Inês estava zangada com o Tiago porque ele bebeu 3 copos de sumo da garrafa que a mãe comprou, que dava para encher 5 copos.

Terá a Inês motivos para estar zangada com o irmão?

Para acabar com a zanga entre os irmãos, a mãe decidiu ir buscar mais uma garrafa.

Agora temos sumo para quantos copos? Como podemos repartir igualmente o sumo das duas garrafas pelos dois irmãos?

A mãe comprou cinco garrafas de sumo para a festa de anos do pai. Cada amigo bebeu apenas um copo de sumo. Quantos amigos estiveram na festa?