A CONCEPÇÃO HISTÓRICO-SOCIAL DA RELAÇÃO ENTRE A REALIDADE E A PRODUÇÃO DO CONHECIMENTO MATEMÁTICO

JOSÉ ROBERTO BOETTGER GIARDINETTO (1)

Universidade Estadual Paulista - Departamento de Educação, Brasil

Introdução

Este artigo apresenta algumas considerações relativas ao processo histórico-social de desenvolvimento da matemática. Trata-se de um trecho da tese de doutoramento do autor (GIARDINETTO,1997).

A referida tese sofreu alterações e foi publicada em 1999 pela Editora Autores Associados2 (GIARDINETTO,1999). O trecho da tese (com pequenas adaptações) apresentado neste artigo não está presente no livro publicado.

A temática da tese é sobre a relação entre o saber matemático escolar e o saber matemático cotidiano. Como ponto de partida na investigação, aponta-se a ausência de uma reflexão mais profunda, em algumas pesquisas da Educação Matemática no Brasil, quanto ao papel da escola e também, quanto à concepção de cotidiano que essas pesquisas utilizam.

Por falta dessa reflexão, essas pesquisas acabam criando um problema pedagógico: em lugar da necessária valorização do conhecimento cotidiano, vê-se ocorrer uma supervalorização desse conhecimento, na qual se perde de vista a relação com o saber escolar.

A hipótese da tese é que essa supervalorização, decorre de uma análise do ensino da matemática na qual não se considera a actividade escolar como mediadora entre o saber cotidiano e o saber não-cotidiano3.

Visando a superação desse problema, a tese apresenta subsídios teóricos que concebem a relação entre o saber cotidiano e o saber escolar de forma a não se perder de vista a importância da apropriação do conhecimento matemático escolar como um instrumental para o indivíduo se relacionar num nível além do imediato.

As considerações históricas aqui apresentadas retractam um desses subsídios teóricos.

O processo histórico-social de desenvolvimento do conhecimento matemático

Em linhas gerais, o desenvolvimento do conhecimento reflecte em suas características específicas, o processo global de objectivação e apropriação da natureza pelo homem. Mediante a actividade, o homem vai progressivamente transformando a realidade natural em uma realidade social, uma realidade humanizada.

O homem, ao transformar a natureza em função de suas necessidades, gera conhecimento. Para apropriar-se da natureza e objectivá-la em função de suas necessidades, o homem inicialmente necessita conhecer o objecto natural a ser transformado mediante a inserção do objecto na lógica da actividade humana.

Na medida em que a actividade humana se processa respondendo às necessidades humanas do dia-a-dia, novas necessidades vão sendo criadas e isto leva à busca de novas respostas que se traduz pela necessidade de superar certos limites que antes respondiam às necessidades anteriores. Progressivamente, a actividade humana se torna ainda mais complexa, o que significará novas respostas a novas necessidades, determinando a produção do conhecimento em escalas cada vez mais complexas.

Paulatinamente, desenvolvem-se conceitos num nível em que não é mais possível uma associação imediata com as necessidades da prática social. O conhecimento humano alcança um tal nível de desenvolvimento que ocorre um distanciamento cada vez maior entre o conhecimento processado no cotidiano e o conhecimento elaborado que, inclusive, exige um determinado método de pensamento que, por sua vez, utiliza cada vez mais abstracções, em níveis cada vez mais complexos.

Assim, determina-se uma diferenciação entre o plano cognoscente relativo aos raciocínios mais imediatos próprios da vida cotidiana prática-utilitária e, um outro plano, a esfera do não-cotidiano relativo aos raciocínios que exigem níveis complexos de abstracções sem se limitar à uma relação objectual empírica imediata como fonte geradora de conhecimento.

Na matemática, a produção de seus conceitos também se deu de forma progressiva, determinando uma crescente diferenciação entre um conhecimento matemático próprio da esfera cotidiana e um conhecimento em níveis de abstracções mais complexos que aqueles atrelados à esfera cotidiana.

Importante observar que essa produção histórica não denota um processo linear, seqüenciado. Na verdade, é um processo não linear que se dá por avanços e recuos em diferentes épocas históricas, com diferentes dinâmicas, dadas as diferentes condições históricas e sociais inerentes à cada sociedade. Portanto, não se trata de etapas seqüencialmente ordenadas4.

Ao longo do processo histórico-social de elaboração do conhecimento matemático, as primeiras expressões conceituais caracterizaram-se por uma interpretação da natureza condicionada aos limites do corpo humano. As formas mais elementares do conhecimento matemático se deram num nível de empiria tendo o próprio corpo humano como instrumento, como ponto de referência, como parâmetro para as primeiras argüições matemáticas. Esse momento é apresentado no primeiro item intitulado "A origem da matemática se dando nos limites da dimensão corporal humana"

Tratava-se de um período elementar da história da produção humana em que as relações dos homens decorrentes de suas actividades com a natureza se bastavam nas tarefas primárias do cotidiano relativas à sobrevivência, como a caça, a pesca, a elaboração dos utensílios.

Nesse momento, as primeiras noções matemáticas foram os conhecimentos de contagem e de medida.

Conforme será aqui apresentado, o corpo humano, revelar-se-á uma alternativa eficaz e possível para expressar a contagem. Essa alternativa será utilizada até as suas máximas possibilidades, até o exaurimento máximo mediante o desenvolvimento de verdadeiras "técnicas corporais".

O mesmo se dará para o uso de medidas. O exaurimento do corpo humano como instrumento para expressão do conhecimento também determinará para a noção de medidas, uma diversificação maior de unidades de medidas.

Ocorre que a utilização corporal para elaboração do conhecimento viria a apontar seus limites. A complexidade crescente da relação homem-natureza mediante a execução de toda sorte de actividades direciona a produção do conhecimento a buscar novas formas de parâmetros que aqueles decorrentes da dimensão corporal.

Assim, a dimensão corporal humana que durante uma época foi um avanço para a elaboração cognoscente, torna-se numa época posterior um entrave. O novo parâmetro será a observação imediata dos fenómenos que constituem a realidade do dia-a-dia. Portanto, dada a complexidade crescente da actividade humana, novas necessidades vão sendo criadas, o que determina com que também a prática utilitária imediatamente ligada à empiria dos fenómenos também se torne mais complexa buscando novos pontos de referência, padrão para as novas argüições matemáticas que vão se formando cada vez mais complexas que aquelas da etapa anterior.

Esse momento é caracterizado como uma segunda etapa do processo de elaboração do conhecimento matemático segundo a perspectiva histórico-social aqui utilizada. Trata-se do segundo item e intitula-se "A expressão conceptual matemática tendo como referência a prática utilitária" Essa etapa caracterizar-se-á por uma interpretação dos fenómenos da natureza num nível de empiria não mais tendo o corpo humano como limite, como ponto de referência, mas ultrapassando esses limites fazendo conjecturas daquilo que era imediatamente observado na natureza.

Essa complexidade traduz-se em novas elaborações cognoscentes tão complexas quanto o grau de complexidade atingido pela realidade humana. Assim, a contagem neste estágio de avanço das forças produtivas não mais poderá se lançar à conjecturas limitadas à expressão corporal. O homem necessitará criar formas mais dinâmicas na elaboração do conhecimento que aquelas atreladas à representação corporal. Daí, o ábaco, uma prova conclusiva da necessidade de superação da dimensão corporal enquanto parâmetro cognoscente. Percebe-se aqui que, embora a contagem naturalmente continue na segunda etapa, esse conceito passa a não ser mais limitado ao corpo humano, pois, vai sendo substituído pelo ábaco e passando para noções mais complexas.

O mesmo se dará com a noção de medidas, mediante a necessidade de padronização das diversas unidades de medidas até então existentes.

Neste contexto, a prática utilitária revela-se o parâmetro eficaz para interpretação matemática da realidade. Dai, a elaboração cognoscente restrita à empiria dos fenómenos como o registro das estações, a origem da geometria, os primeiros conhecimentos de astronomia dadas as navegações, conhecimentos esses que serão aqui devidamente explicitados.

Ocorre que, da mesma forma que a dimensão corporal revelou-se numa certa época avanço e, posteriormente, numa época posterior, entrave para a elaboração do conhecimento, o mesmo viria a ocorrer nessa segunda etapa. A actividade humana se torna ainda mais complexa, o que significará novas respostas necessárias a superação de novas necessidades atingindo um grau de exigência em que a prática utilitária se revelaria também insuficiente como parâmetro gerador de novos conhecimentos. Paulatinamente se desenvolvem conhecimentos num nível em que não é mais possível a associação imediata com a imediaticidade das necessidades da prática social. A matemática contextualiza-se no progressivo avanço das forças produtivas enquanto parte das objectivações do género humano aí processadas. Tais objectivações alcançam um tal nível de desenvolvimento, que ocorre um distanciamento cada vez maior entre o conhecimento processado no cotidiano e o conhecimento elaborado que vai exigindo um determinado método de pensamento que por sua vez, utiliza cada vez mais as abstrações em níveis de complexidade. A matemática "logifica-se" (PRADO JÚNIOR,1952).

Essa terceira etapa a ser aqui explicitada, o terceiro e último item intitulado "O conhecimento matemático enquanto processo de abstrações de abstrações: as relações", significará a determinação de uma nova esfera da produção de conhecimentos para além daqueles oriundos das necessidades mais imediatas atrelada à empiria processada no cotidiano. Trata-se da esfera do não-cotidiano. Assim, determina-se uma diferenciação entre o plano cognoscente relativo aos raciocínios mais imediatos próprios da vida cotidiana prática-utilitária, e um outro plano, a esfera do não-cotidiano relativo aos raciocínios que exigem níveis de abstrações que não se limitam à uma relação objectual empírica imediata como fonte geradora de conhecimento.

Feita uma breve consideração sobre os itens a serem tratados, é possível agora iniciar a análise de cada um desses itens.

a) A origem da matemática se dando nos limites da dimensão corporal humana;

Conforme já citado, as primeiras noções matemáticas originaram-se de uma etapa muito elementar da história da evolução humana. Nesta etapa, o homem se viu diante da necessidade objectiva de contar e medir os produtos, os resultados de suas actividades do dia-a-dia. Viu-se aí uma elaboração, mesmo que precária, de um certo nível de conhecimento.

O elemento indispensável para a execução dessas elaborações conceptuais de ordem quantitativa viria a ser o corpo humano. Assim, para representar uma quantidade elevada, alguns primitivos utilizavam o gesto significativo de puxar os cabelos fazendo, assim, uma referência a uma quantidade tão grande quanto o "número" de cabelos que possuíam (ver figura nº1, extraída de KALSON,1961,p.05).

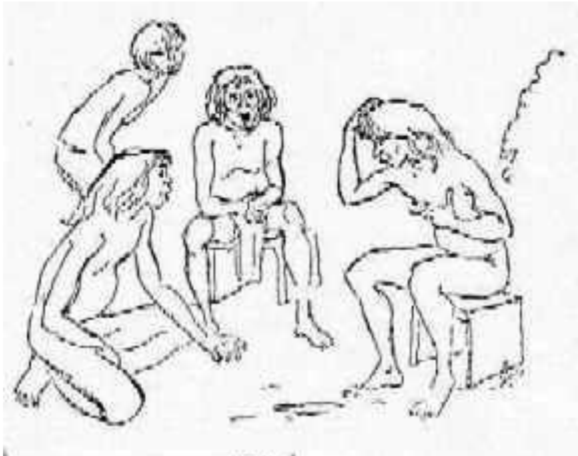


FIG. 1

FIGURA 1

Dadas as actividades pastoris, de caça e pesca, o homem viria a buscar procedimentos de contagem mais representativos que aqueles que representassem uma mera ideia de quantidade, mas que possibilitassem efectivas condições para comparação de duas colecções de ordem diferentes ou não. Essa necessidade gerou a utilização cada vez maior do corpo humano. Viu-se, assim, o desenvolvimento de verdadeiras "técnicas corporais", as máximas possibilidades de utilização do corpo humano como instrumento para os procedimentos de contagens.

Esses procedimentos de contagem ainda hoje estão presentes em alguns povos da Oceania, da América e da África.

Por exemplo, em IFRAH(1989,p.31) encontra-se uma descrição de uma técnica corporal utilizada pelos Papua da Nova Guiné (ver figura nº 2, extraída de IFRAH,1989,p.33).

FIGURA 2

Segundo o autor:

Toca-se sucessivamente um por um os dedos da mão direita a partir do menor, em seguida o pulso, o cotovelo, o ombro, a orelha e o olho do lado direito. Depois se toca o nariz, a boca, o olho, a orelha, o ombro, o cotovelo e o pulso do lado esquerdo, acabando no dedo mindinho da mão esquerda. Chega-se assim ao número 22. Se isto não basta, acrescenta-se primeiramente os seios, os quadris e o sexo, depois os joelhos, os tornozelos e os dedos dos pés direito e esquerdo. O que permite atingir dezenove unidades suplementares, ou seja, 41 no total.

Interessante observar que a ideia implícita ao procedimento utilizado é a da correspondência um-a-um. É essa lógica que possibilita a comparação de duas colecções de ordens diferentes ou não.

Apesar de suas limitações, na medida que se exigia do indivíduo um poder muito grande de memorização, a técnica corporal foi decisiva para que o homem compreendesse a noção de ordem e, em função disto, contar.

Mas a utilização de partes do corpo humano não cessaria simplesmente nessa fase da evolução da aritmética. A génese do nosso sistema de numeração viria a ser desenvolvido graças à "máquina natural de contar": a mão. Segundo IFRAH (1989,p.50):

Pelo número de dedos e graças a sua relativa autonomia e grande mobilidade, ela constitui a coleção de conjuntos padrão mais simples de que o homem dispõe. Pela distribuição assimétrica de seus dedos, a mão inclusive respeita perfeitamente a limitação (até quatro) da capacidade humana de reconhecimento imediato e visual dos números: como o polegar se afasta consideravelmente do indicador, ele permite uma verdadeira oposição em relação aos outros quatro dedos; o que torna os cinco primeiros números uma série reconhecível de um só golpe de vista. De modo tal que o número 5 se impõe por si mesmo como unidade de contagem, ao lado do patamar da dezena. Finalmente, em função da especificidade de cada um de seus dedos, a mão pode também ser vista como uma verdadeira sucesssão de unidades abstratas obtidas consecutivamente a partir da primeira, através da associação suplementar de uma unidade.

Além disso, o que é também muito importante, a mão representa o aspecto cardinal e o aspecto ordinal do número inteiro de uma forma tão elementar que se torna um procedimento intuitivo. É bom lembrar que números cardinais exprimem, por exemplo, quantos indivíduos constituem um grupo e números ordinais indicam a posição ocupada por um dado acontecimento dentro de uma seqüência (ver figura nº3 , extraída de IFRAH,1989,p.51).

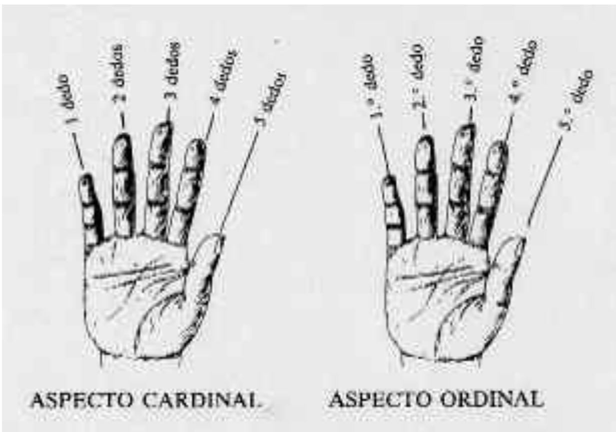


FIGURA 3

Com a evolução da capacidade aritmética, o homem enfrentaria a dificuldade em operar com números elevados. No entanto, o recurso corporal ainda não tinha atingido seu pleno exaurimento. Ainda seria possível elaborar a ideia de agrupamento, mesmo que restrita aos parâmetros corporais. O conceito matemático de agrupamento refere-se à ideia de base numérica.

Nos registros da história, as bases mais conhecidas foram a base dez, a base cinco, a base doze, a base vinte e a base sessenta. È possível hoje encontrar vestígios dessas bases na história da matemática e nas nossas vidas. Todas essas bases e inclusive a escolha da base dez como a base universal, tiveram motivos oriundos da utilização corporal.

A base dez é evidente. Sua universalidade se deu em decorrência da utilização dos dez dedos da mão.

A base cinco se deu de forma similar. Restringia-se aos povos que contavam com uma única mão. O prolongamento da série numérica para números maiores que cinco se dava com a utilização da outra mão. Cada dedo dessa outra mão correspondia a cada cinco dedos contados a partir da primeira mão. Esta técnica digital é empregada até hoje por vários comerciantes indianos da região de Bombaim (IFRAH,1989,p.60).

Segundo IFRAH(1989,p.61), para contar 25 (ver figura nº 4, extraída de IFRAH)

Contam-se inicialmente as cinco primeiras unidades, estendendo sucessivamente os dedos da mão esquerda. Em seguida, quando se chega ao numero 5, dobra-se o polegar direito. Depois se continua a contar até 10, estendendo novamente os dedos da mão esquerda, para dobrar o indicador direito quando as cinco unidades suplementares tiverem sido consideradas. Assim se poderá contar até 25. E, se não bastar, a operação poderá ser prolongada até 30, voltando de novo aos dedos da mão esquerda, agora livre.

FIGURA 4

A base doze tem sua origem ainda hoje não esclarecida. Apesar de apresentar muito mais vantagens que as demais bases dado o número de divisores que possui, isto é, 12 é divisível por 2, 3, 4 e 6, esta base não se tornou universal.

Segundo alguns autores, a origem da base duodecimal provavelmente esteja também fundamentada nas mãos. A técnica digital aí presente é que a contagem de um a doze é possível de ser efectuada utilizando-se de uma única mão. Basta apoiar o polegar, sucessivamente, em cada uma das três falanges (ou articulações) dos quatro dedos opostos da mesma mão (ver figura nº5, extraída de IFRAH,1989,p.66).

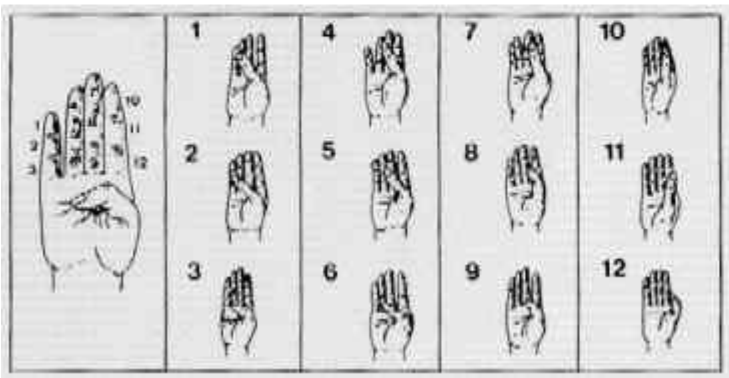


FIGURA 5

A base vinte decorre da utilização dos dedos das mãos e dos pés. Fez-se presente em vários povos como os malinké do Alto Senegal e da Guiné, os yébu e os ioruba da Nigéria, os esquimós da Groenlândia e outros (ibidem,p.61).

Algumas línguas apresentam vestígios da utilização passada dessa base. O exemplo mais conhecido é a da língua francesa com o termo "vingt". Oitenta, por exemplo, é "quatre-vingts" (o que seria "quatro vintes").

Finalmente, a base sessenta pode ter origem na combinação da contagem das doze falanges de um mão pelo polegar oposto com a contagem digital elementar de base cinco (ver figura nº 6, extraída de IFRAH,1989,p.71).

Assim, lançando-se do recurso das mãos, o homem desenvolveu sistemas de contagens que se perpetuaram ao longo dos séculos chegando inclusive, a se constituir em instrumento pedagógico do ensino da aritmética no período medieval (ver figura nº7, extraída de IFRAH,1989,p.90).

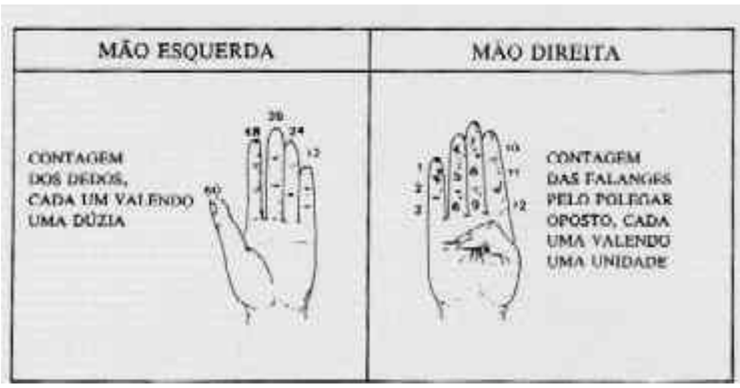


FIGURA 6

Quanto à noção de medida, esta surgiu da própria necessidade do homem de comparar, confrontar uma grandeza com outra. Para isso, o homem utilizava-se de partes constitutivas de seu corpo.

As unidades de medidas que posteriormente viriam a ser mais conhecidas foram o cúbito, o dígito, o palmo, a polegada e o passo.

Unidade de medida é "o valor, quantidade ou tamanho de um peso ou medida, pesos quais se fixam valores, quantidades ou tamanhos de outros pesos e medidas" (BENDICK, 1985, p.19).

Segundo BENDICK(1965), o cúbito era a medida da ponta do cotovelo ao fim do dedo médio; o dígito era a largura de um dedo ou aproximadamente 1,87 cm; o palmo era a distância da ponta do polegar à ponta do dedo mínimo, com a mão completamente aberta e media 22,5 cm; a polegada era a largura de um polegar de um homem; o passo era o comprimento de uma passada dupla, contada de onde um pé deixasse o chão até onde fosse novamente colocado. Já quanto à noção de peso de um objecto, sua associação à dimensão corporal gerou a ideia daquilo que um homem poderia erguer ou carregar. Tal ideia viria a cercear a própria compreensão da noção de medida de peso. Isto porque a medida de peso independe do tamanho e da consistência do objecto. A primeira ideia de uma máquina de pesar viria a aparecer muito mais tarde.

Das unidades de medidas acima apresentadas cabe aqui acrescentar a jarda. Embora o conceito mais comum de jarda fosse aquele referente à distância igual entre o nariz e o polegar de um braço esticado, segundo BENDICK(1965,p.16) em outras etapas do processo de elaboração dos conceitos matemáticos, esse conceito seria

FIGURA 7

entendido como sendo o comprimento da cinta usada pelos anglo-saxões (para o norte da Europa) ou o dobro do comprimento de um cúbito (para o sul da Europa).

Interessante ressaltar que, embora a etapa aqui tratada visasse salientar a produção do conhecimento matemático atrelada tão somente à dimensão corporal, é necessário que se entenda que algumas noções viriam a ser expressas posteriormente sob outras matizes que aquelas atreladas à dimensão corporal. Mas mesmo aparecendo sob diferentes formas em outras etapas, essas noções viriam a ser mais conhecidas pelo critério da dimensão corporal. Tanto que observa-se em épocas históricas posteriores a etapa aqui tratada, que muitos povos optaram por retornar a utilizar noções elaboradas pela dimensão corporal. Nesse sentido, BENDICK(1965,p.14) afirma que tal situação ocorrera com os europeus no século XVI.

É importante esclarecer o porque disto ocorrer: o que determina a noção de uma determinada unidade de peso ou de medida era a actividade aí processada para satisfação de necessidades específicas. Ao longo da história da humanidade se verá unidades desaparecendo e retornando ao uso comum. Portanto, o parâmetro aí processado que explica o retorno ao uso, ou mesmo o desuso de determinadas unidades, era a actividade ai processada. Segundo BENDICK(1965,p.16)

Os pesos e medidas antigos foram inventados para a satisfação de necessidades específicas. Quando a necessidade desaparecia, a medida caía em desuso, exatamente como sucede hoje, se deixam de fazer falta. Uma vez que a jarda tinha sido padronizada, não era mais preciso medir tecidos em torno do cotovelo, e a vara pode desaparecer. Atualmente, o valor das moedas é o que vem gravado nelas, em lugar do valor real do metal de que elas são feitas. Assim, alguns pesos peqüeníssimos que os fabricantes de dinheiro usavam para produzir moedas de peqüeno valor não servem para mais nada.

As considerações aqui apresentadas, referentes à primeira etapa do processo histórico-social de elaboração do conhecimento matemático, atesta muito bem o conhecimento nos limites da dimensão corporal humana. É importante observar que os conhecimentos aí elaborados revelam um nível conceptual primário, nível esse adequado ao também primário estágio de desenvolvimento das forças produtivas dado o grau elementar das actividades do homem aí imprimidas. Tratava-se já de uma fase em que o homem se encontrava num processo de utilização de seu corpo para finalidades não-naturais mediante um primeiro nível de apropriação da natureza.

Dando continuidade a análise, a seguir pretende-se explicitar a 2ª etapa aqui apresentada, isto é, a fase em que, embora ainda empírica, pois, seus elementos decorrem do imediatamente observado na natureza, os conhecimentos matemáticos não são mais desenvolvidos tendo como parâmetro o corpo humano, mas vão além, isto é, o homem passa a recorrer a elementos da natureza presentes à sua volta.

b) A expressão conceitual matemática tendo como referência a prática utilitária.

Frente às novas necessidades, a utilização do corpo humano como referência para elaboração cognoscente se viu limitada chegando ao seu máximo exaurimento. De avanço, a utilização do corpo humano revelar-se-ia entrave. A prática utilitária se torna mais complexa elevando-se à nova referência para elaboração cognoscente. Viu-se, assim, a elaboração de conhecimentos vinculados aos fenómenos interpretados da natureza em que a experiência do dia-a-dia apresentou-se como elemento decisivo para a interpretação da realidade.

No caso específico da contagem, essa mudança de referência ocorreu da seguinte forma: o homem foi percebendo que a correspondência um-a-um também estava presente quando, em vez de utilizar o corpo, tomava outros instrumentos para "contar" como pedras, pauzinhos, ossos, dentes, grãos, etc. Bastava dispor tais objectos em fileiras ou montes correspondentes à quantidade enumerada.

O domínio da operação de números elevados começaria a ser dado através da busca de relações de correspondências mais complexas por procedimentos os mais criativos possíveis como os efectuados por pastores de certas regiões da África Ocidental (procedimentos utilizados até pouco tempo):

Eles faziam os animais passarem em fila, um a um. Após a passagem do primeiro enfiavam uma concha num fio de lã branca, após o segundo uma outra concha, e assim por diante até dez. Nesse momento desmanchava-se o colar e se introduzia uma concha numa lã azul, associada às dezenas. E se recomecava a enfiar conchas na lã branca até a passagem do vigésimo animal, quando se introduzia uma segunda concha no fio azul. Quando este tinha, por sua vez, dez conchas, e cem animais haviam sido contados, desfazia-se o colar das dezenas e enfiava-se uma concha numa lã vermelha, reservada desta vez para as centenas. E assim por diante até o término da contagem dos animais. Para duzentos e cinqüenta e oito animais, por exemplo, haveria oito conchas de lã branca, cinco azuis e duas vermelhas. (IFRAH,l989,p.53)

O que se viu paulatinamente ocorrer era a efectiva possibilidade de desvinculação da dimensão corporal humana diante da necessária mobilidade imposta ao homem dada a complexidade das actividades aí processadas. O homem necessitaria estar "livre" da utilização corporal para responder a essas novas necessidades.

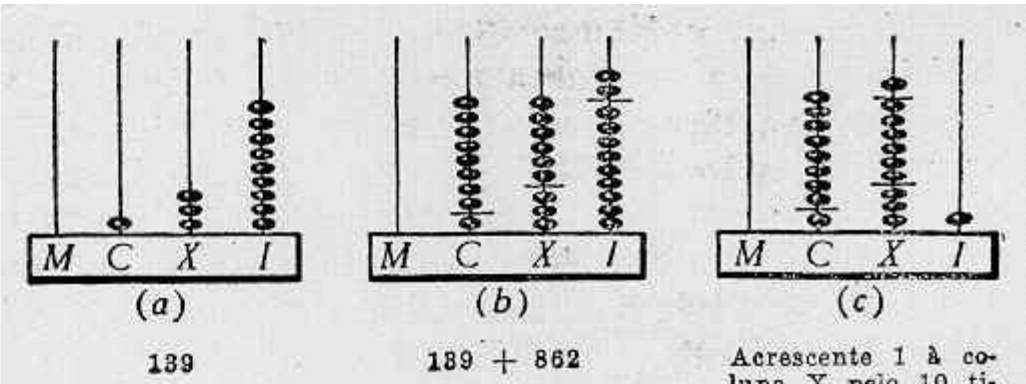
A plena mobilidade procurada para a execução da contagem viria a se concretizar com o ábaco (ver figura nº 8a, extraída de HOGBEN,1946,p.53).

Segundo esse autor:

Logo que o homem cessou de confiar inteiramente em talhas e de representar os números por entalhes e gravações, concebeu a idéia de utitizar seixos e conchinhas, que podia desarmar com facilidade e tornar a usar quantas vezes quisesse. É esta, provavelmente, a origem do ábaco. A principio mais não era, talvez, que uma superfície lisa sulcada por vários rasgos paralelos. Com o passar dos anos transformou-se numa série de estacas verticais, em que se enfiavam seixos furados, conchas e missangas, até que, finalmente, a armação fechada... suplantou o tipo primitivo. (HOGBEN,1946,p.51)

De registro de contagem, o ábaco transformou-se num instrumento de cálculo (ver figura nº 8b, extraída de HOGBEN,1946,p.53) na medida em que

O homem percebeu que não precisaria ficar contando o novo conjunto formado pela união de dois outros. Ele poderia simplesmente "juntar" os dois registros, no ábaco, das quantidades de elementos de cada conjunto. E assim foi desenvolvendo pouco a pouco as outras operações. (DUARTE,1987,p.59)



(a) 139 | (b) 139 + 862 | (c) Acrescente 1 à coluna X pelo 10 tirado da coluna I.

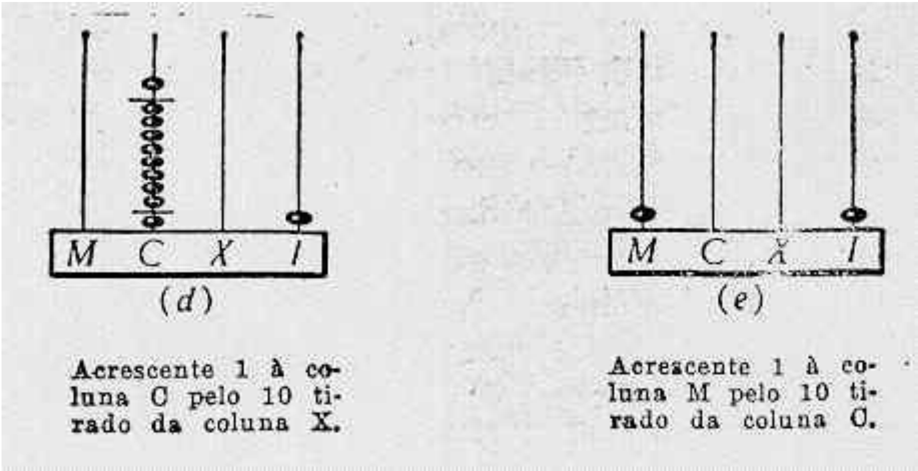


FIGURA 8a

É importante enfatizar o sentido histórico-social da criação do ábaco. Sua elaboração é fruto da necessidade de agilização da contagem. Essa agilização não se deu por acaso: as novas actividades processadas, ao impor novas necessidades, determinam que o homem busque responder a essas novas necessidades, o que determinou uma diversificação ainda maior nas relações entre homens gerando, entre outras coisas, trocas comerciais e uma maior organização no comércio. Isto impôs a busca de respostas condizentes a essa agilização processada. Enfim, é a actividade humana que vai tornando necessárias novas formas, novos conceitos, determinando novos contextos históricos que impulsionam o rompimento de etapas que antes eram avanço, mas que agora, revelam-se incapazes para responder às novas exigências colocadas.

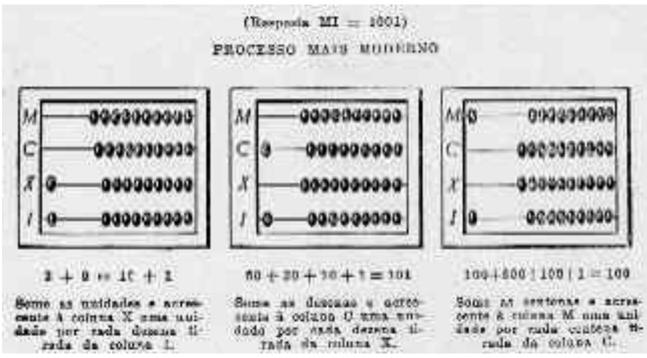


FIGURA 8b

O ábaco traduz um desses momentos, uma etapa de rompimento de limites.

O mesmo ocorreu para as noções de medidas. Se na etapa anterior, as unidades de medidas exigidas se bastavam enquanto parâmetro da dimensão corporal, com a relativa complexidade atingida pela actividade humana nessa nova etapa, as novas exigências colocadas implicariam na necessária padronização das diversas unidades de medida até então existentes. Como afirma BENDICK(1965,p.10):

Mas, à medida que a civilização se foi complicando, estas maneiras de medir foram ficando muito confusas. Como é que um pé podia ser usado como medida, se o pé de um homem podia ser maior ou menor que o de outro? Ou a mão maior ou os dedos mais grossos? Logo que os homens começaram a fazer negócios em grande escala precisaram de melhores medidas. Logo que começaram a construir casas e navios, a dividir terras, a comerciar com homens que nunca haviam visto, as maneiras primárias, naturais de medição, não se mostraram suficientemente boas. Tinha que haver medidas-padrão, que fossem as mesmas em qualquer lugar.

Elaborava-se então, a noção de unidade-padrão, uma referência para medição de outras grandezas.

BENDICK(1965,p.13) afirma que os antigos babilónios, egípcios, gregos e romanos padronizaram varias centenas de diferentes pesos e medidas para atender a necessidades específicas de suas civilizações. No século XII, com Ricardo I da Inglaterra tem-se a primeira lei, criando padrões de comprimento e de capacidade (capacidade é a quantidade que um recipiente contém). Ainda segundo esse autor (ibidem, p.19):

Eram feitos de ferro e guardados por autoridades em diversos pontos do país. Se alguém desconfiasse das medidas de um comerciante, estas eram levadas e comparadas aos padrões

Entretanto (ibidem,p.20)

Quando os primeiros padrões foram feitos, não havia dois que fossem exatamente iguais. Ninguém podia notar uma diferença de décimos de milímetros, e nunca se necessitava de medidas tão precisas. Hoje fazem-se máquinas de precisão com auxílio dos padrões, e uma diferença de décimos de milímetros pode impedir que elas trabalhem perfeitamente.

Somente no século passado com a fundação, em Paris, da Repartição Internacional dos Pesos e Medidas, viu-se ocorrer a efectiva universalização das unidades-padrões. Definiu-se como sendo o comprimento-padrão, o metro. O conceito de "padrão" refere-se a reprodução física de uma unidade. Daí, o metro ser uma barra de platina medindo a décima-milionésima parte de um quarto de um meridiano terrestre. Já a jarda-padrão é uma barra de bronze com duas linhas finíssimas gravadas em duas tachas de ouro, a distância de exactamente 9l,4 cm uma da outra (ibidem,p.19).

Além da criação do ábaco e da necessidade de elaboração de unidades-padrões, destaca-se nesta 2° etapa do processo histórico-social de elaboração da matemática, o registro das estações, a origem da geometria e os primeiros conceitos de astronomia. Novamente, trata-se de um conhecimento ainda intimamente vinculado aos fenómenos interpretados da natureza em que a experiência do dia-a-dia apresentou-se como elemento decisivo para interpretação da realidade.

Assim, por exemplo, nas actividades de plantio e colheita, o homem se viu na necessidade de registrar as estações. Segundo HOGBEN(l956,p.44)

Quase todos os povos primitivos sabiam reconhecer as estações, observando quais as primeiras constelações que se viam nascer logo após o pôr do sol, e também contar o número de luas transcorridas entre as estações secas e chuvosas. Os Egípcios, antes de 4000 A.C., já haviam fixado a duração do ano em 365 dias, e o fizeram contando os dias transcorridos entre as duas ocasiões sucessivas em que se via a estrela do cão, Sirius, nascer pouco antes do arrebol.

Das estações, o homem conseguiu também obter os dias que compõe o ano. Para tal procedimento, a sombra solar foi o parâmetro perfeito. Isto porque o homem registrou o dia em que a sombra do meio-dia é mais curta, denominado de solstício de verão (no hemisfério Norte é 21 de junho, no hemisfério Sul é 21 de dezembro) e percebeu o ano como sendo o número de dias transcorridos entre dois solstícios de verão sucessivos.

A sombra solar foi também instrumento para regular a hora das refeições e trabalho. Para tanto, o homem construía obeliscos de pedra para observar o comprimento da sombra solar (HOGBEN,1956,p.46).

Paulatinamente desenvolveu-se no homem a relação espaço-tempo. PRADO JÚNIOR(l952,p.229) afirma:

Estabelecendo correspondência entre a sucessão intuitivamente percebida dos acontecimentos de sua vida e as posições diferentes ocupadas pelos Corpos Celestes, os homens implicitamente caracterizaram e ligaram entre si duas noções: a de sucessão (tempo) e a de posição dos Corpos Celestes (espaço), constituindo-se a noção única de sucessão de posições, que é "o movimento e que implica simultânea e inseparàvelmente, devido à sua origem, o tempo e o espaço ligados na noção de velocidade. (grifos do autor)

Um outro exemplo a se considerar é a própria origem da geometria. Esta se deu (segundo a versão mais conhecida) em função da necessidade da resolução de um problema prático presente entre os agrimensores egípcios conforme testemunhara HERÓDOTO (ibidem,p.115). Tratava-se da necessidade de demarcar porções rectangulares de terra constantemente inundadas pelas enchentes do rio Nilo. Cada porção de terra correspondia a um certo tributo a ser pago ao rei Sesostris. Como haviam as inundações eram necessários novas demarcações para uma correcta cobrança de tributos correspondente as terras efectivamente utilizadas. Para proceder as demarcações existiam os chamados "puxadores de cordas", os "harpedonaptas" (KARLSON,1961,p.83) que nada mais faziam que utilizar um caso particular do que posteriormente iria a ser sistematizado e denominado de "Teorema de Pitágoras" (o quadrado do maior lado de um triângulo rectângulo é igual a soma dos quadrados dos outros dois lados desse triângulo). Tratava-se do caso particular do triângulo de lados 3, 4 e 5 que sabiam que se tratava de um triângulo necessariamente rectângulo. Através do ângulo recto implícito no triângulo rectângulo "construído" pela utilização de uma corda demarcada por nós em segmentos 3, 4 e 5, era possível obter a ângulo necessário para a formatação rectangular dos lotes (figura nº9, extraída de KALSON,1961,p.84).

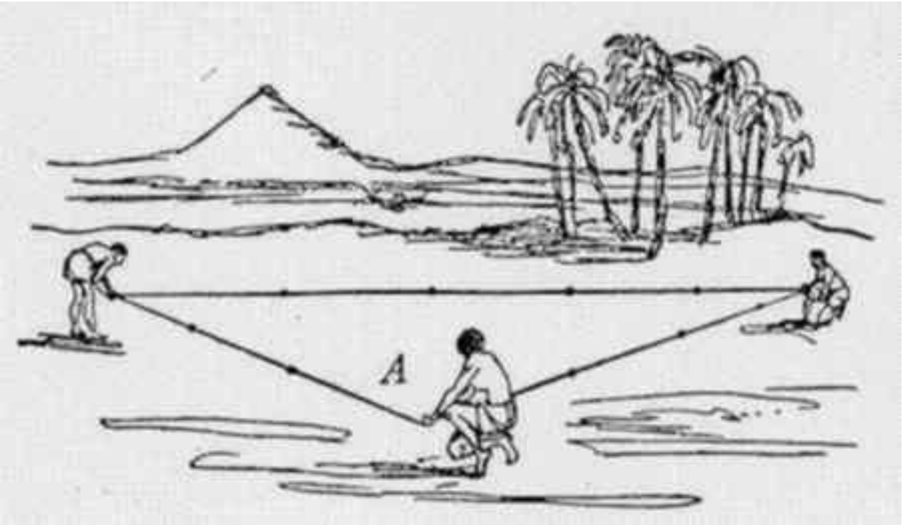


FIGURA 9

Os primeiros conceitos da astronomia se deram em função das actividades práticas das navegações através da observação das estrelas no que se refere aos movimentos de suas órbitas.

Graças às navegações, alguns povos tiveram a crença na esfericidade da Terra. Essa crença se deu em função da observação do disco circular, formato da sombra da terra projectado nos eclipses lunares. Outro dado, muito mais simples, que alimentava a crença na esfericidade da terra era a observação feita da costa, pelos marinheiros quando estes se aproximavam ou se afastavam dela. Perceberam que ao se afastarem da costa as cidades "mergulhavam" e "emergiam" quando se aproximavam dela (HOGBEN,l956,p.170).

A evolução do conhecimento matemático através das etapas aqui apresentadas tem como características básicas uma elaboração intimamente atrelada aos problemas emergidos do dia-a-dia, embora a 1ª etapa apresente um grau muito mais elementar de elaboração cognoscente se comparado com a 2ª etapa, na medida em que se tratava de um conhecimento atrelado à dimensão corporal.

Ocorre que novas necessidades vão sendo impostas ao homem colocando a ele a necessidade de um domínio cada vez maior da realidade o que se traduz numa ampliação e generalização do conhecimento até então existente num sistema conceptual que de conta de interpretar outros tipos de experiências e necessidades práticas. Entre outras coisas, isto significará a necessidade de ultrapassar a experiência sensível que lhe servia como instrumento de investigação. Caberia ao homem buscar novos mecanismos de interpretação da realidade que aqueles oriundos da manifestação mais imediata dos fenómenos até então observados. A prática utilitária revelar-se-ia insuficiente.

Nessa nova etapa do processo de elaboração dos conceitos, a matemática começa paulatinamente a se erigir num grau de evolução que se traduz pela conquista de uma relativa autonomia para com os problemas da realidade, autonomia que no entanto, jamais alcança graus de autonomia absoluta. A matemática começa a "logificar-se", começa a se transformar também em método de pensamento.

Nesse processo "logificador", o saber matemático enquanto ciência vai se diferenciando daquele saber mais imediato, empírico.

Importante observar que essa nova fase começou a surgir já na segunda etapa aqui apontada a partir da maior complexidade processada pelos próprios conceitos de contagem e medida. Segundo PRADO JÚNIOR(1956,p.224):

Antes de ser esse método [método de pensamento - JRBG], como se viu acima a Matemática é Aritmética e Geometria, isto é, dois setores do conhecimento que se equiparam ao que denominaríamos hoje ciencias físicas e naturais, pois objetivam diretamente certas feições da Natureza que se apresentam ao homem no curso de suas atividades e observação do mundo exterior; e resultam originariamente, tanto como outro qualquer, de simples discriminações e identificações realizadas no curso de tais atividades: a contagem, sobretudo, no que diz respeito à Aritmética; a medida espacial - sem dúvida a primeira forma de medição - quanto à Geometria. É êsse o ponto de partida, como vimos, da Matemática, e é no interior daqueles conhecimentos que ela se elabora, até destacar-se como método. A partir dêsse momento - que é aliás uma longa fase de transição que somente chega propriamente a têrmo no mundo moderno - a Matemática já não será mais Aritmética e Geometria, mas a resultante do desenvolvimento desses conhecimentos, a logificação dêles; e por isso mesmo um método ou processo formal de pensamento que embora aplicado ainda, como no passado, à elaboração daqueles conhecimentos particulares, aplicar-se-á também a outros objetos. (grifos do autor)

O que se nota ainda na segunda etapa, é o início de uma elaboração cognoscente não mais totalmente limitada ao nível do imediatamente observável. Embora recorrendo a dados directamente observados da prática, tais dados começam a se transformar em instrumentos de raciocínio para além do imediato. Um bom exemplo disto, é a utilização da sombra como instrumento de medição geométrica verificada entre os egípcios para medir a altura das pirâmides (ver figura 10, extraída de HOGBEN(1958,p.161).

Verificava-se aí a utilização da sombra como um instrumento para expressar relações geométricas que permitiam alcançar resultados até então não acessíveis. Aqui, a sombra, de elemento imediato presente na realidade, torna-se mediação para elaboração cognoscente. É graças à seqüência de raciocínios que os egípcios conseguiam medir a altura das pirâmides "sem tocá-las", isto é, os egípcios alcançam um resultado que está além da possibilidade mais imediata da medição.

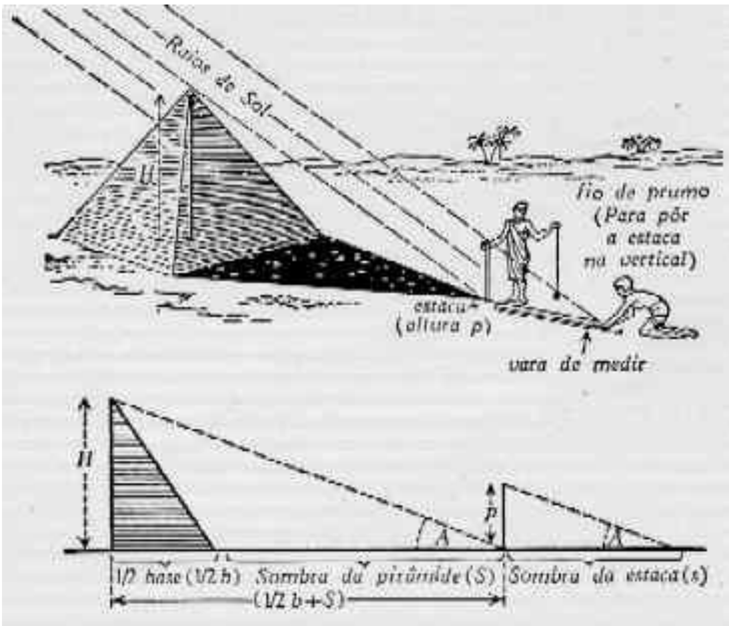


FIGURA 10

O fato do conhecimento matemático ir cada vez mais além da experiência sensível, só foi possível mediante a elaboração de instrumentos lógicos de investigação que permitiram transformar a matemática num método de pensamento capaz de galgar níveis cada vez mais altos de abstrações.

Em outras palavras, a matemática se torna paulatinamente como método de pensamento para além do imediatamente observado. A matemática "logifica-se". Cabe então entender quais são os elementos fundamentais que permitam que agora a matemática ganhe essa nova feição, isto é, se transforme em método de pensamento. Tais elementos são as relações, assunto da próxima etapa.

c) O conhecimento matemático enquanto processo de abstrações de abstrações: as relações.

Na etapa anterior, a utilização da prática utilitária como referência para elaboração cognoscente, determinou um aglomerado de registros de casos isolados, conceitos fragmentários, incompletos, restritos à superação imediata das tarefas presentes no dia-a-dia. Nessa etapa, não houve um esforço generalizador, sistematizador dos resultados obtidos em decorrência desse vínculo mais directo com a prática e pela ausência de instrumentos lógicos que permitissem a superação dos dados isolados, sistematizando-os.

Nesta 3ª etapa do processo histórico-social de produção do conhecimento matemático, seus conceitos traduziriam exigências maiores que aquelas da 2ª e 1ª etapa. Nesse novo momento, a prática utilitária revelar-se-ia insuficiente para dar respostas as problemas que exigiam altos níveis de abstrações, muito além, do nível imediato das argüições empíricas. Foi necessário elaborar cada vez mais instrumentos abstractos de raciocínio em que as abstrações não mais seriam produto de relações imediatas com o objecto cognoscente.

Segundo PRADO JÚNIOR(1952,p.122), a elaboração progressiva do conhecimento matemático se dirige para a sua sistematização. Isto quer dizer que a tendência será "relacionar a conceituação contida naquelas fórmulas [fórmulas e receitas empíricas e aleatórias que forneciam o conhecimento antigo-JRBG], generalizando o assunto, e tornando-o com isso mais simples, explícito e portanto prático" (ibidem). A compreensão do processo de elaboração do conhecimento matemático enquanto método de pensamento, se traduz pelo resgate da natureza básica de seus conceitos: são instrumentos que objectivam relações. Daí a denominação dada por PRADO JÚNIOR(1952,p.197) à matemática enquanto a "ciência das relações". O termo "relação", segundo o autor, é "a existência concomitante e simultânea de termos que existem um no outro e não separadamente; e devem por isso ser apreendidos por uma operação única do pensamento" (ibidem,p.233).

Para melhor explicar esse carácter relacional do conhecimento matemático, a linha de raciocínio aqui utilizado segue a mesma utilizada por PRADO JÚNIOR(1952) em seu livro "Dialética do Conhecimento", tomo I, a partir das considerações da natureza das figuras geométricas presente entre os gregos (a partir do século VI a.C.) na época da denominada Antigüidade Clássica.

Importante esclarecer que a escolha aqui utilizada para o desenvolvimento deste terceiro item visando tecer considerações sobre o carácter relacional do conhecimento matemático presente entre os gregos não se dá por acaso. Trata-se de um período histórico em que ocorreu efectivamente um primeiro trabalho sistematizador, generalizador dos conhecimentos existentes até então. A geometria clássica grega, isto é, a geometria euclidiana foi, possivelmente, a primeira forma de utilização da matemática enquanto método de pensamento.

PRADO JÚNIOR(1952,p.120), ao procurar explicitar o conceito de rectângulo, aponta sua origem nas actividades de demarcação de terras (prática essa comum já entre os babilónios e os egípcios) onde, após sucessivas tentativas empíricas, os agrimensores deduzem que o procedimento mais prático para essas demarcações era, partindo da linha que constituía o caminho de comunicação de todos os lotes a serem demarcados, traçar linhas perpendiculares eqüidistantes que dividiriam todos os lotes entre si. Ao fundo, os lotes eram também delimitados por uma outra linha recta paralela ao caminho. Tal procedimento, considerado o melhor para os fins a que se propunham, era obtido após várias tentativas e erros. Ao procederem desta maneira, lidavam, sem conceituá-los, com propriedades da linha recta, das perpendiculares e de ângulos.

O autor afirma (ibidem,p.121):

Verifica-se pois que o conceito de retângulo se formou construtivamente a partir de suas propriedades (ou relações que implica); e a figura retângulo, representada depois na imaginação, ou reproduzida numa planta topográfica, será uma resultante daquela construção; não sua inspiradora. Não será a imagem concreta de retângulos porventura existentes na Natureza (e muito menos, está claro, no mundo "ideal" de Platão e dos idealistas em geral); nem deriva de formas inexplicavelmente configuradas pela imaginação: é uma construção, na elaboração conceptual realizada pela sistematização de relações reveladas pela experiência adquirida progressivamente no curso dos atos praticados durante as tentativas de demarcação e medição que se ensaiaram sucessivamente até dar com a solução mais conveniente. Essa experiência, conceptualizada e sistematizada na conceituação, dá a demarcação retangular que se exprime sinteticamente na figura do retângulo.

No caso das demais formas geométricas, o que inspirou os gregos não foram as formas concretas dessas curvas, mas sim, as relações aí envolvidas. A origem das figuras geométricas entre os gregos é uma conseqüência das relações. Quanto às construções geométricas desenvolvidas até a exaustão pelos gregos, tratava-se, na verdade, do detalhamento de relações que eram expressas por meio das figuras geométricas. Quando, por exemplo, em uma determinada construção lançava-se do recurso do compasso para a construção de uma circunferência, o que interessava em tal construção não era a figura, mas sim, a relação que é a eqüidistância entre pontos que compõem a figura e seu centro (e vice-versa). Não são as figuras que constituem a essência da Geometria Euclidiana, mas sim, as relações representadas por essas figuras e pelas operações de construção (ibidem,p.215).

O autor afirma, referindo-se ao conceito de polígonos:

Assim os polígonos, cuja conceituação é estimulada e condicionada pelos procedimentos da demarcação e medição de terrenos, fazem-se figuras geométricas (isto é, se conceituam) em conseqüência de tais procedimentos em que as medições e o estabelecimento de relações entre as medidas precedem a concepção das figuras propriamente; concepção essa que resulta de tal relacionamento, e não constituiu, como se pretende geralmente, o ponto de partida dêle. Em outras palavras, não é da consideração das figuras que se partiu historicamente para a determinação de suas propriedades ou relações: a marcha foi em sentido contrário, das propriedades para as figuras. (ibidem,p.119)

O instrumental da geometria euclidiana se mostrou riquíssimo para conceituar os fenómenos. Já na Antigüidade viu-se conceituar os fenómenos celestes, observação de fatos mecânicos e luminosos lançando as bases sólidas para a Astronomia, a Mecânica e a Óptica.

Por exemplo, na Astronomia tem-se Aristarco de Samos (310-230 a.C.) com o cálculo das distâncias relativas que separam respectivamente a Terra, a Lua e o Sol, interpretando esses três corpos entre si nas relações de um triângulo rectângulo; Eratóstenes (276 - l95 a.C.) com o cálculo das dimensões da Terra utilizando-se das relações angulares entre a altura do Sol sobre o horizonte em dois pontos diferentes num mesmo meridiano; e Hiparco de Nicéia (l90 - 120 a.C.) com a descoberta da predecessão dos equinócios (ibidem,p.226).

Em tais conceitos, o seu aspecto relacional interno se aflora:

Observe-se como nesses casos não somente as relações geométricas passam para o primeiro plano em prejuízo das figuras propriamente, que não interessam e são desprezadas; mas ainda é somente o relacionamento observado nos fatos, celestes que se toma em consideração: os Corpos Celestes perdem neles sua individualidade de "coisas" ou "entidades" existentes por si, para se considerarem como têrmos de um complexo de relações. (ibidem, p.226)

O processo de pensamento operado pelos gregos, mesmo atingindo momentos de máxima elaboração conceptual, viria a apontar suas limitações (JARDINETTI5,l991). Dentre essas limitações, há o fato de que as construções geométricas se revelariam morosas demais. Novas formas de relacionamento viriam a ser desenvolvidas. Daí, o progressivo desenvolvimento da álgebra.

Surgem os primeiros trabalhos algébricos com Heron de Alexandria (50 a 100 d.C.) e Diofanto (2ª metade do século III).

Tratava-se, na verdade, de tratados aritméticos elaborados de forma independente da geometria (cf. JARDINETTI,l99l,p.142-52).

Entretanto, caberia aos matemáticos hindus e árabes, um enorme impulso para o desenvolvimento da álgebra.

Posteriormente, com as traduções das obras árabes e hindus na Europa a partir do século XII, viu-se um progressivo aprimoramento da simbologia algébrica culminando com François Viète (1540-1603), o precursor da notação algébrica moderna, através da ideia de utilizar letras no lugar de números específicos, isto é, consoantes para quantidades conhecidas e vogais para as quantidades desconhecidas (cf. JARDINETTI,l991,p.165-71).

A importância da álgebra para a progressiva "logificação" da matemática está no avanço que a álgebra propicia face à geometria. Na álgebra expressa-se directamente as relações ai envolvidas já que as grandezas algébricas evidenciam desde logo e ao menor exame, que não tem por si sós, sentido algum; e que é somente no conjunto da expressão a que pertencem que significam algo. E êsse conjunto é uma relação, ou exprime uma relação: nada mais. (PRADO JÚNIOR,l952,p.221)

Isto quer dizer que, se nas expressões geométricas dos matemáticos gregos, as relações são expressas pelas figuras, na álgebra as relações são expressas por símbolos.

A álgebra viria a propiciar uma enorme mobilidade para os tratamentos matemáticos e contribuiria em muito para a transformação da matemática em método de pensamento.

Com a notação algébrica moderna processada por Viète, foram dadas as condições para a representação conceptual das relações, o cerne do pensamento científico moderno, principalmente a partir de Galileu Galilei. Galileu procedeu seu estudo a partir de relações: a relação entre o espaço e o tempo e entre a velocidade e o tempo decorrido da queda dos corpos.

Segundo PRADO JÚNIOR (1952:238):

É gracas sobretudo à Matemática liberta de suas origens na Aritmética e Geometria, e transformada em processo de relacionamento, ou antes de expressão do relacionamento, que os Grócios, Stevinus, Galileus, Keplers e tantos outros de menor envergadura, poderão abordar os fatos mecânicos e os fenômenos astronômicos, e exprimi-los nas relações cuja estrutura formal a Álgebra fornecia. É procurando matematizar êsses fatos, isto é, conceituá-los matematicamente, que darão nessas relações que os exprimirão conceptualmente.

Posteriormente, com Descartes (1596-1650), através do seu método cartesiano, constatou-se um avanço decisivo para a "logificação" da matemática. O que Descartes pretendia com seu método, era exactamente matematizar os dados da realidade objectiva através dos conceitos que viriam a ser a Geometria Analítica e que lançaria as bases para a Análise através do desenvolvimento da representação matemática para as linhas curvas em geral. Porém, na verdade, a geometria analítica viria a abarcar tão somente a análise das figuras que podem ser representadas por equações algébricas (cf JARDINETTI, 1991,p.198-9).

Com a análise, abriu-se um universo ilimitado para a potencialidade da matemática. Conforme PRADO JÚNIOR (1952,p.124):

Em essência, a Análise consistia num método de relacionamento de grandezas que variam concomitantemente. Quaisquer grandezas nessas condições tornavam-se suscetíveis portanto de expressão conceptual por equações algébricas: a fôrça, a massa e a velocidade de um corpo; a pressão, a temperatura e o volume de uma massa de gás; a quantidade de moeda circulante num país e o nível de preços; a população, os nascimentos, a mortalidade, a nupcialidade, etc. de um país; e assim por diante. Dependendo pois dos dados que a experiência e a observação concreta pudessem fornecer acêrca da variabilidade concomitante de quaisquer grandeza ou quantidades, torna-se possível conceituar matematicamente as relações dessa variabilidade. E nisso tem consistido a maior parte do trabalho de elaboração cientifica dêstes últimos 300 anos. Constituiu-se assim toda a Física, e uma parte mais ou menos apreciável de outras ciências. 0 que quer dizer que pela Análise foi possível conceituar a maior parte da experiência verificada em três séculos de evolução da Humanidade; e três séculos de atividade que tanto pela sua extensão como pela sua velocidade, não guarda proporção com todo o passado anterior da espécie humana. E reside nisso o sentido profundo da Análise matemática: um sistema conceptual sempre aberto para nêle se enquadrar a experiência, ou antes, um setor da experiência humana.

Na Geometria Euclidiana, as expressões das relações se davam pelas figuras. Na Álgebra, as relações eram expressas por símbolos. Agora, na Análise as relações se dariam por um relacionamento generalizado, em outras palavras por relações de relações .

Esse relacionamento generalizado galgaria planos cada vez mais abstractos que, no entanto, não podem receber uma conotação idealista. Enquanto elaboração conceptual revela-se ser um processo que se estende desde a experiência sensível até níveis de abstração que na Matemática se encontram já tão afastado da experiência, que fazem perder de vista a base em que em última instância se fundam e que dá existência. Como essa ligação com a experiência se realiza habitualmente por operações puramente formais de explicação, a intuição desaparece completamente, e o matemático pode ter a ilusão de se encontrar completamente desconectado da experiência. É assim que diante de uma dessas complicadas expressões que são por exemplo as equações diferenciais, é praticamente impossível ter a intuição do que elas significam concretamente, isto é, referí-las direta e imediatamente aos fatos reais e à experiência sensivel que em última análise elas exprimem. (ibidem,p.126)

Considerações Finais

A caracterização das três etapas da evolução do conhecimento matemático aqui apresentada atesta a evolução dos conceitos para além da esfera da vida cotidiana para dar respostas que vão servir à própria vida cotidiana em última instância.

Até a segunda etapa, o conhecimento aí produzido apresentava-se enquanto resposta aos problemas da prática social, embora começasse a surgir formas embrionárias (com os egípcios, babilónios, por exemplo) do primeiro processo de "logificação" que se daria posteriormente com os gregos no século VI a.C.. Com a terceira etapa, isto é, a matemática erigindo-se em método de pensamento, o conhecimento foi se tornando cada vez mais complexo em conseqüência da própria complexidade atingida pela produção material humana. Se nas épocas mais primitivas, havia uma certa unidade entre a vida cotidiana e a produção do conhecimento, as três etapas aqui apresentadas evidenciam o progressivo distanciamento entre o saber produzido no cotidiano e o saber produzido em outras esferas da vida social, pois, exige cada vez raciocínios com o uso de complexas abstrações mediante relações sobre relações.

As considerações históricas aqui apresentadas evidenciam que, dado o desenvolvimento atingido pelo género humano, a formação de todo homem não mais se basta no nível das suas relações mais imediatas com os demais homens. A realidade tornou-se tão complexa ao ponto de a vida cotidiana não mais ser suficiente na formação do indivíduo. Nesse contexto, a escola surge como a instituição social que possibilita aos indivíduos o acesso às formas de conhecimento não necessariamente atreladas à vida cotidiana. A escola surge como um elemento fundamental para a necessária formação do indivíduo enquanto cidadão participante de um determinado contexto social, pois, é através dela que esse indivíduo tem a possibilidade de se apropriar6 de um conhecimento que não lhe é possível apropriar ao nível da vida cotidiana.

Bibliografia

BENDICK, J. Pesos e medidas. Rio de Janeiro : Fundo de Cultura, 1965.

DUARTE, N. A relação entre o lógico e o histórico no ensino da matemática elementar. São Carlos : UFSCar, 1987. Dissertação (Mestrado), Universidade Federal de São Carlos.

________. O Ensino de Matemática na Educação de Adultos. São Paulo: Cortez: Autores Associados, 1989. (Coleção Educação Contemporânea).

GIARDINETTO, J.R.B. Matemática escolar e matemática da vida cotidiana. Campinas, Estado de São Paulo: Editora Autores Associados, 1999. (Coleção Polêmicas do Nosso Tempo, nº 65)

_____. O fenômeno da supervalorização do saber cotidiano em algumas pesquisas da Educação Matemática. São Carlos, Estado de São Paulo: Universidade Federal de São Carlos, 1997 (Tese de Doutoramento)

HOGBEN, L. Maravilhas da matemática: influência e função da matemática nos conhecimentos humanos. 4. ed. Rio de Janeiro : Globo, 1956.

IFRAH, G. Os números: a história de uma grande invenção. Rio de Janeiro: Globo, 1989.

JARDINETTI, J.R.B. A relação entre o abstrato e o concreto no ensino da geometria analítica a nível do 1º e 2º graus. São Carlos : UFSCar, 1991. Dissertação (Mestrado), Universidade Federal de São Carlos.

____. A relação entre o lógico e o histórico: categoria subsidiadora da investigação histórica para elaboração de procedimentos de ensino da matemática". HPM História e Educação Matemática. Braga, Portugal, 24 a 30 de julho de 1996 (Comunicação Oral - Congresso).

KARLSON, P. A magia dos números. Porto Alegre: Editora Globo,1961 (Coleção Tapete Mágico).

PRADO JÚNIOR, C. Dialética do conhecimento: preliminares, prehistória da dialética. São Paulo : Brasiliense, 1952, v.1.

SAVIANI, D. Pedagogia histórico-crítica: primeiras aproximações. São Paulo: Cortez / Autores Associados, 1991 (Coleção Polêmicas do Nosso Tempo, 40)

O vento sopra frio de norte
e um caminho mais leve se abre
entre a quente terra e o céu transparente.
Do múltiplo, a razão emerge
e dançando
pelos frescos ares se lança
o Centro recordando
e a esquecida harmonia dos números inteiros naturais
-- os únicos que verdadeiramente existem
pois que os outros todos
são apenas obra do homem. . .

TO L. KRONECKER

____

1) De Maio de 1999 a Abril de 2000, o professor realizou estágio de pós-doutoramento em Portugal sobre a temática "Educação Matemática, Globalização e Multiculturalismo". O referido estágio foi financiado pela Fundação de Amparo a Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP).

2) < www.autoresassociados.com.br >

3) O saber não-cotidiano denota formas de saber cujos raciocínios são mais complexos que os raciocínios prático-utilitários próprios do saber cotidiano

4) Para maiores considerações sobre a dinâmica do processo histórico e suas implicações na elaboração de procedimentos de ensino, indica-se aqui o trabalho do autor apresentado no HPM História e Educação Matemática, Universidade do Minho, Braga, em 1996 (ver bibliografia).

5) J.R.B. Jardinetti e J.R.B.Giardinetto são o mesmo autor. O sobrenome "Jardinetti" veio a ser corrigido para "Giardinetto". Essa correção se deu depois da defesa da Dissertação de Mestrado do autor. Daí o

porque na bibliografia deste artigo a referida Dissertação aparece como autoria de J.R.B. Jardinetti. A referida Dissertação está publicada pela A.P.M., Colecção Teses, já com o sobrenome "Giardinetto".

6) Essa apropriação não se dá pela negação do saber cotidiano. Trata-se de uma apropriação regida por uma lógia da superação do saber cotidiano por incorporação de um "núcleo válido" presente no cotidiano (DUARTE, 1989 e GIARDINETTO, 1999). Esse facto é importantíssimo, mas dado os limites desse artigo, não pode ser aqui desenvolvido.