

CONTRIBUTOS DA DISCUSSÃO MATEMÁTICA PARA A APRENDIZAGEM DOS NÚMEROS RACIONAIS

Rosa Alves, Agrupamento de Escolas do Sátão, *rosamalves23@gmail.com*
Luís Menezes, Escola Superior de Educação de Viseu e CI&DETS, Instituto Politécnico de Viseu, *menezes@esev.ipv.pt*

RESUMO: Este artigo surge de um estudo que tem por objetivo compreender como se processa a aprendizagem de alunos do 5.º ano de escolaridade, no tema “Números racionais”, quando estes são envolvidos numa experiência de ensino que privilegia uma abordagem exploratória da Matemática, promotora de uma cultura de discussão. O estudo segue uma abordagem qualitativa e interpretativa, assumindo a primeira autora deste texto o papel de professora e, simultaneamente, investigadora. A recolha de dados inclui: observação participante, registos áudio das discussões coletivas, entrevistas, questionário e produções escritas dos alunos, teste final e notas de campo.

Os resultados do estudo evidenciam que os alunos aderiram a uma cultura de discussão na aula de Matemática, desenvolvendo capacidades relacionadas com o saber discutir (questionar, responder, explicar, ouvir, bem como outras ações relacionadas com iniciação de diálogos ou reflexão sobre o que foi apresentado). Para além disso, os alunos, de modo geral, evidenciam compreender o conceito de número racional e as suas representações, transformando-as de acordo com as situações, o que facilita a realização das tarefas relacionadas com a comparação e ordenação, bem como a compreensão do algoritmo da adição/subtração de números racionais representados por frações.

Palavras-chave: Discussão matemática; Cultura de discussão; Aprendizagem dos números racionais.

ABSTRACT: This paper arises from a study that aims to understand how to perform the learning of rational numbers by 5th grade students when involved in an educational experience that focuses on inquiry based approach to mathematics teaching, given a culture of discussion. The study follows a qualitative and interpretative methodology, taking the first author the teacher role and simultaneously the investigator one. The data collection includes: participant observation, audio recordings of collective discussions, interviews, questionnaires and written productions of students, final test and field notes.

The study results show that students adhered to a culture of discussion in mathematics classroom, developing discussion skills (questioning, answering, explaining, listening, as well as other actions related to the initiation of dialogue or reflection on the what was presented). Furthermore, students generally show to understand the concept of rational number and their representations, transforming them according to specific situations, which facilitates the completion of tasks about to the comparison and sorting, as well as understanding the addition / subtraction algorithm of rational numbers represented by fractions.

Keywords: Mathematical discussion; Culture of discussion; Learning of rational numbers.

Introdução

Dadas as potencialidades da discussão como discurso produtivo, em especial as discussões coletivas, trabalhar a, e com a discussão na sala de aula tem vindo a ser uma realidade para muitos professores, já que se reconhece o seu contributo positivo na aprendizagem dos alunos (Chapin, O'Connor & Anderson, 2003, 2009). Ponte (2005) observa que os momentos de discussão são importantes, pois é durante esses momentos que os alunos apresentam o seu trabalho, relatam as suas conjecturas e conclusões, apresentam justificações e questionam-se mutuamente, enquanto o professor orienta o debate para que se clarifiquem conceitos e procedimentos, se avalie o valor dos argumentos e se estabeleçam conexões dentro e fora da Matemática.

O tema dos números racionais, pelas possibilidades de trabalhar com problemas da realidade e por ser um campo complexo, com uma multiplicidade de significados e de representações, surge com potencialidades para estudar a forma como a discussão matemática pode ser usada na sua aprendizagem, já que esta é uma ocasião privilegiada para o confronto de ideias, estabelecimento de conexões, negociação de significados e construção de ideias matemáticas com compreensão.

Com base em resultados preliminares de uma investigação mais ampla, este texto analisa as aprendizagens realizadas por alunos do 5.º ano de escolaridade, no tema números racionais, através de uma abordagem exploratória da Matemática que privilegia a discussão coletiva.

Discussão matemática: aprender a discutir *versus* aprender com a discussão

A discussão pode assumir diferentes formas, de acordo com o modo como o professor pretende organizar a interação na sala de aula. Esta pode ocorrer entre pares de alunos, entre grupos mais restritos, entre o professor e um aluno ou um grupo de alunos, ou mesmo envolver toda a turma e o professor, sendo designada, neste caso, por discussão coletiva (Chapin, O'Connor, & Anderson, 2003, 2009). Cada uma destas formas proporciona diferentes oportunidades para a aprendizagem da Matemática, mas naturalmente contém limitações e regras próprias que os alunos têm de conhecer. Chapin, O'Connor e Anderson (2003, 2009), reconhecendo a existência de muitas formas de discussão, descrevem três delas como particularmente produtivas: (i) discussão coletiva (*whole-class discussion*); (ii) discussão em pequeno grupo (*small-group discussion*); e (iii) discussão em pares (*partner talk*).

À semelhança do que acontece no ensino direto, na *discussão coletiva* o professor é responsável por toda a turma, mas não como um transmissor de conhecimentos, pois o foco é o desenvolvimento do pensamento dos alunos. Na *discussão coletiva*, o professor é um orientador que leva os alunos a partilhar os seus pensamentos, a explicar raciocínios, a ouvir e acompanhar ideias, a negociar significados e a construir conhecimentos. Abstendo-se de rapidamente dar as respostas corretas, não deve rejeitar à partida respostas incorretas que, muitas vezes, decorrem de falácias, erros de cálculo ou mal-entendidos, já que o foco da discussão são as ideias dos alunos e não a simples correção das respostas. As respostas incorretas podem relançar a discussão e permitir aos alunos descobrirem o porquê das falhas, pelo que é importante que os alunos desenvolvam livremente os seus raciocínios na discussão

sem que haja uma preocupação imediata com as respostas e linguagem matemática corretas. Esta atitude do professor incentiva os alunos a progredirem nas suas aprendizagens e, em situações futuras, serem eles próprios a terem a iniciativa de reanalisarem o seu pensamento matemático quando detetarem incongruências. Criar nos alunos o hábito de expressarem as suas ideias e opiniões pode ter efeitos profundos no seu pensamento matemático e na forma como pensam (Chapin, O'Connor, & Anderson, 2003, 2009; Menezes, Tomás Ferreira, Martinho, & Guerreiro, 2014; Rodrigues, Menezes, & Ponte, 2014).

Com a discussão coletiva, os alunos podem tornar-se sujeitos ativos na construção do seu conhecimento, com maior autoconfiança para usarem conceitos matemáticos na resolução de problemas e na comunicação de ideias matemáticas complexas. É simultaneamente uma oportunidade para o professor detetar incompreensões por parte dos alunos e conceções erróneas. Cabe ao professor, apoiado no seu conhecimento matemático e didático, socorrer-se da discussão coletiva nos momentos em que esta é aplicável e potenciadora das aprendizagens visadas, preparando-a e gerindo-a para que seja produtiva. Se, pelo contrário, o conhecimento matemático está ligado a convenções, a discussão coletiva deixa, em grande medida, de fazer sentido para promover a aprendizagem dos alunos (Chapin, O'Connor, & Anderson, 2003, 2009).

Na *discussão em pequeno grupo* em sala de aula, dependendo do número de alunos, o professor organiza a turma em grupos não muito numerosos (três a seis alunos) e dá-lhes uma tarefa para resolverem e discutirem entre si (Chapin, O'Connor, & Anderson, 2003, 2009). Comparando com a discussão coletiva, esta forma de discussão apesar de ter um papel importante, tem algumas limitações. Uma delas tem a ver com o conhecimento e cumprimento das regras no próprio grupo e outra com o facto do professor não acompanhar algumas discussões, pois, embora observe e possa intervir, não pode “orquestrar” todas as “vozes”, não garantido que a conversa seja realmente produtiva (Chapin, O'Connor, & Anderson, 2003, 2009).

Na *discussão em pares*, os alunos resolvem tarefas curtas, partilhando com um colega os seus pensamentos matemáticos (Chapin, O'Connor, & Anderson, 2003, 2009). Traduzir por palavras o que se está a pensar a apenas um colega pode ajudar alguns alunos a ultrapassarem a sua timidez, a aumentarem a sua compreensão sobre a questão que está a ser discutida e a prepararem as suas intervenções para poderem ser alargadas ao grande grupo. O professor pode servir-se estrategicamente desta forma de discussão, podendo intercalá-la com a discussão coletiva.

Estas três formas de discussão podem ser bastante produtivas e apesar de terem regras específicas, têm em comum o facto de levarem os alunos a pensar em voz alta, a aprenderem com a discussão e aprenderem a discutir. Podem ser utilizadas de modo a complementar com a intenção de envolver todos os alunos e de aumentar as oportunidades de aprendizagem (Chapin, O'Connor, & Anderson, 2003, 2009).

Apesar de os benefícios de utilizar a discussão na sala de aula serem largamente apontados pela investigação (Ponte, 2005; Rodrigues, Menezes, & Ponte, 2014), os professores que tentam orientar discussões enfrentam desafios que ultrapassam a simples seleção e adaptação das tarefas à sua aula, já que “os alunos dispõem de uma ampla margem de intervenção e influenciam, individual e coletivamente, os rumos dos acontecimentos” (p. 16). Se o professor não estiver bem preparado e se não tiver indicações de como deve orientar uma discussão, tenderá a realizar este tipo de atividade com pouca frequência, perdendo-se a oportunidade de se realizarem aprendizagens significativas por parte dos alunos.

Alguns estudos sugerem que os professores, mesmo os mais experientes, têm dificuldades em orientar discussões (Stein, Smith, & Hughes, 2008). A compreensão deste facto passa pelo reconhecimento da multiplicidade de ações que o professor deve realizar, não apenas para compreender a forma como os alunos abordam as questões, mas também para promover um confronto de ideias e estratégias diversificadas apresentadas pelos alunos. Conscientes deste facto, e na tentativa de apoiar os professores a orientarem (*orquestrarem*) uma discussão coletiva, Stein, Smith e Hughes (2008) apresentam um modelo pedagógico que contempla cinco práticas: *anticipating*, *monitoring*, *selecting*, *sequencing* e *connecting*. A primeira ocorre no momento anterior à aula e o professor *antecipa* diferentes processos de resolução da tarefa, tentando prever as possíveis interpretações que os alunos poderão fazer. O professor procura então antever as estratégias que poderão ser utilizadas pelos alunos (corretas e até incorretas) e a relação que têm com as aprendizagens que pretende que os alunos realizem. A segunda prática (*monitoring*) inicia o trabalho do professor na aula, onde este procura *monitorizar* a atividade dos alunos e o seu envolvimento na tarefa. Esta é uma fase de apoio, em que o professor observa e tenta compreender os raciocínios que estão por detrás das resoluções dos alunos, ao mesmo tempo que vai estando atento aos diferentes caminhos por eles seguidos, registando resoluções inesperadas e pensando já de que modo poderá organizar a discussão coletiva para atingir os objetivos previstos para a aula. Segue-se depois a etapa em que o professor procura *selecionar* os alunos ou grupos que deverão apresentar os seus trabalhos, guiado pelos objetivos que estabeleceu para a aula e pela

avaliação sobre o modo como cada apresentação contribuirá para alcançar estes mesmos objetivos. Posteriormente, através de uma escolha intencional, o professor é levado a *sequenciar* a ordem pela qual as apresentações são feitas à turma. Assim, aumentará as possibilidades de que os objetivos matemáticos para a discussão sejam atingidos. Por fim, segue-se a etapa *estabelecer conexões*, na qual os alunos são ajudados a estabelecer ligações entre as suas resoluções e as dos colegas, bem como a estabelecer relações com os objetivos da aula e com aprendizagens prévias. Estas “cinco práticas” permitem que a discussão não se limite a uma sequência de apresentações sem relação entre si, mas num desejável encadeamento interativo e capaz de ajudar os alunos a compreender *ideias matemáticas poderosas*.

As questões ligadas às práticas de ensino, nomeadamente, as que se prendem com a discussão no quadro do ensino exploratório da Matemática, continuam a ser alvo da atenção da investigação. Recentemente, Canavarro, Oliveira e Menezes (2012, 2014, 2015) desenvolveram um estudo no âmbito do projeto de investigação *P3M, Práticas dos Professores de Matemática* com o objetivo de criar um quadro de referência para a prática de ensino exploratório da Matemática. Assim, partindo do trabalho de Stein, Smith e Hughes (2008) e conscientes da natureza *relacional e multidimensional* do ensino da Matemática, analisam a prática de professores do ensino básico experientes na condução de aulas de natureza exploratória, propondo um quadro que adota um modelo de quatro fases para a aula: 1) introdução da tarefa; 2) realização da tarefa; 3) discussão da tarefa; e 4) sistematização das aprendizagens matemáticas.

O trabalho coletivo da turma que se segue à resolução da tarefa é realizado durante as duas últimas fases da aula (discussão da tarefa e sistematização das aprendizagens matemáticas), distinguindo-se nele dois fins distintos. Durante a discussão coletiva orquestrada pelo professor, comparam-se e confrontam-se as estratégias de resolução dos alunos, enquanto na fase da sistematização, evidencia-se e institucionaliza-se as aprendizagens matemáticas visadas pelo professor. Reforça-se a possibilidade de o ensino exploratório ser adequado não só ao desenvolvimento de capacidades transversais dos alunos, mas ser também adequado à aprendizagem de conceitos e procedimentos relacionados com tópicos matemáticos que ainda não foram trabalhados na aula (Canavarro, Oliveira, & Menezes, 2012).

As propostas de Stein *et al.* (2008) e de Canavarro, Oliveira e Menezes (2012) assentam nas ideias veiculadas pela perspetiva interacionista da aprendizagem, projetadas no

ensino exploratório da Matemática. O professor que utilize a discussão matemática como um método de ensino, ou como forma dos alunos aprenderem Matemática em interação, ou ainda com estes dois propósitos que acabam por ser indissociáveis, necessita de construir ambientes comunicativos ricos, em que os alunos participem ativamente no discurso da aula, através de diferentes ações comunicativas (explicar, questionar, ouvir, responder). Levar os alunos a realizarem naturalmente estas ações para partilharem e negociarem significados, desenvolvendo aprendizagens com compreensão matemática, pode ser conseguido em aulas de natureza exploratória, já que nestas aulas os alunos são chamados a realizar tarefas desafiantes em interação com os colegas e com o professor. Habitualmente, numa primeira fase, a interação faz-se em pequeno grupo onde se realiza o trabalho autónomo, seguindo-se então o momento de discussão coletiva. Este é, por excelência, o momento privilegiado de produção de conhecimento partilhado. Durante as discussões coletivas orquestradas pelo professor, há lugar à construção conjunta de ideias, através da partilha de pensamentos, do ouvir e responder às ideias dos outros e da negociação de significados (Quaresma & Ponte, 2012; Staples, 2007).

Muitos estudos empíricos mais focados no trabalho do professor quando este desenvolve um ensino exploratório da Matemática (Canavarro, Oliveira, & Menezes, 2012, 2014, 2015; Mestre & Oliveira, 2012; Quaresma & Ponte, 2012, 2014; Quaresma *et al.*, 2013), bem como outras investigações já mais voltadas para o trabalho dos alunos neste tipo de ensino que dá especial ênfase aos momentos de discussão (Santos, 2011; Razfar & Leavitt, 2014), indiciam fortemente as potencialidades da discussão matemática na sala de aula. Mas, para que esta seja um instrumento de aprendizagem matemática, é necessário preparar os alunos para que vejam a discussão como forma de aprender, o que implica a criação daquilo a que Sherin (2002) designa por *comunidade de discurso matemático*, referindo-se esta expressão a ambientes de sala de aula em que os alunos apresentam e defendem as suas ideias, reagem e comentam os contributos dos colegas para obter consensos sobre o significado de ideias matemáticas importantes. É então necessário construir uma *cultura de discussão*, ou seja, envolver os alunos no discurso de sala de aula através de atividades de discussão, promotoras de aprendizagens construídas através do diálogo, entrecruzando-se ações comunicativas do professor e dos alunos. Constituir e manter uma comunidade com estas características passa não só por o professor fazer surgir ideias dos alunos, como também por garantir condições para que este tipo de comunicação ocorra (Boavida, 2005).

Metodologia

Dado que se visa a compreensão da forma como os alunos realizam aprendizagens matemáticas em ambiente de discussões matemáticas, este estudo opta por uma metodologia de natureza qualitativa e interpretativa (Bogdan & Biklen, 1994). Para isso, desenvolveu-se uma experiência de ensino que se insere numa metodologia de investigação de *design research* (Bereiter, 2002).

Este estudo incide sobre os alunos de uma turma do 5.º ano de escolaridade constituída por 21 alunos (11 rapazes e 10 raparigas), cuja média de idades é de 9,7 anos (14 alunos com 10 anos e sete com 9). Nesta turma, a investigadora é, simultaneamente, a professora titular da disciplina de Matemática, de Ciências Naturais e de Apoio ao estudo, assumindo assim um duplo papel neste estudo. A professora conta já com vinte e três anos de serviço e tem feito formação na área da Didática da Matemática, nomeadamente com a gestão do Programa de 2007 (ME), recorrendo-se a atividades de natureza exploratória. Desta forma, levando os novos conhecimentos didáticos à sua prática letiva, tem já experiência na preparação de aulas desta natureza, nomeadamente na condução de discussões coletivas. Quanto aos outros participantes na investigação, os alunos (foco do estudo), é de salientar que se trata de uma turma com um bom rendimento global, incluindo, no entanto, alguns alunos com resultados menos satisfatórios. É uma turma bastante irrequieta e que nem sempre respeita as regras do diálogo. Muitos alunos não valorizam o “ouvir”, intervindo como se não tivessem ouvido os raciocínios, mostrando não respeitar a ideia dos colegas. O professor é visto pelos alunos como fonte e transmissor de conhecimento. Os alunos preocupam-se mais com os resultados finais do que com os processos que conduzem aos mesmos. No entanto, globalmente, manifestam gosto pelo trabalho de grupo e por atividades que impliquem um trabalho mais autónomo.

Nesta investigação optou-se por realizar um estudo de caso múltiplo que engloba o *estudo de caso turma* e o *estudo de caso alunos*, tendo sido alvo três alunos, escolhidos de entre os que atingiram ao longo da sua escolaridade diferentes níveis de desempenho. De forma a não tornar demasiado extenso este artigo, apresentam-se globalmente resultados da turma e resultados referentes apenas ao caso individual de uma aluna, a Laura, com bom desempenho na disciplina de Matemática, muito participativa em todos os momentos das atividades desenvolvidas e com grande disponibilidade para as entrevistas realizadas fora das aulas.

A recolha de dados contou com vários instrumentos, salientando-se as entrevistas com

gravação áudio, realizadas num momento inicial da experiência de ensino e no final da mesma; a observação participante, com gravação áudio das discussões coletivas; e a recolha documental das produções dos alunos (reflexões escritas dos alunos, resoluções das tarefas, relatórios e teste final). Assim, foram também feitas entrevistas aos três alunos *estudo de caso* em dois momentos: logo após as duas primeiras tarefas incluídas na experiência de ensino e, numa fase final, depois da conclusão da última tarefa. Estas entrevistas foram orientadas para conhecer a opinião dos alunos sobre: o tipo de tarefas, a importância atribuída às discussões coletivas para a aprendizagem, as aprendizagens desenvolvidas e a participação nestes momentos de interação da turma.

Após a realização de cada tarefa em grupo, seguiram-se os momentos de discussão coletiva, tendo-se procedido à gravação áudio de todos eles. Dado tratar-se de uma observação participante, a investigadora procedeu também ao registo em diário de bordo sobre a forma como decorreram os diferentes momentos das aulas. Todos os registos áudio que resultaram das entrevistas e dos momentos de discussão coletiva foram integralmente transcritos. Como já se referiu, foram também recolhidas as produções escritas dos alunos efetuadas aquando da realização das tarefas (resoluções e relatórios), o teste final e as reflexões escritas e individuais de todos os alunos da turma. Estas reflexões foram também feitas em momentos distintos: o primeiro logo após a tarefa inicial e os seguintes ao longo da experiência de ensino e no final da mesma. Nestas reflexões, os alunos foram chamados a fazer um balanço global, devendo: i) emitir as suas opiniões sobre as tarefas, as aprendizagens que conseguiram realizar (sobre as matérias estudadas e sobre as capacidades transversais desenvolvidas); ii) avaliar a sua própria participação na discussão coletiva (forma de participação, dificuldades sentidas e esforços feitos para as superar); e iii) avaliar igualmente a participação dos colegas.

Dada a natureza qualitativa e interpretativa desta investigação, a análise dos dados assumiu um carácter descritivo e interpretativo. Assim, de acordo com os objetivos do estudo e a revisão da literatura, traçou-se um quadro de análise *a priori* com três domínios: (i) aprendizagem dos processos de interação e discussão; (ii) aprendizagem dos números racionais; e (iii) conceção da discussão enquanto atividade com valor formativo/educativo. No primeiro domínio foram incluídas categorias correspondentes às ações comunicativas utilizadas pelos alunos nas discussões coletivas, em momentos de *output* e de *input* de informação, emergindo da análise das transcrições das discussões, das entrevistas aos alunos caso e das reflexões escritas por todos os alunos, subcategorias que se prendem com: iniciação

da conversação (apresentar de ideias e questionar); continuação da conversação (questionar e responder); e ouvir. O segundo domínio de análise inclui quatro categorias, identificando-se aprendizagens relacionadas com diferentes tópicos matemáticos: noção e representação de número racional; comparação e ordenação de números racionais; operações com números racionais (adição e subtração); e percentagem. O terceiro domínio, relacionado com as concessões dos alunos sobre a discussão, integra três categorias: importância das discussões coletivas para a aprendizagem; aprendizagens promovidas pelas discussões matemáticas; e participação nas discussões coletivas.

A experiência de ensino

A experiência de ensino desenvolveu-se tendo em conta a verificação da hipótese de que as discussões matemáticas promovem aprendizagens, com compreensão, relacionadas quer com os tópicos matemáticos, quer com as capacidades transversais (comunicação, raciocínio e resolução de problemas). Por se entender que o campo dos números racionais é, de facto, complexo para os alunos, carecendo do entendimento da sua multiplicidade de significados e de representações, a escolha para a experiência de ensino recaiu sobre o estudo deste tema, acreditando-se que a discussão é um momento de interação privilegiado para o confronto de ideias, estabelecimento de conexões, negociação de significados e construção de ideias matemáticas com compreensão.

A experiência de ensino desenvolveu-se ao longo de toda uma unidade programática destinada ao estudo dos números racionais, lecionada entre os meses de março a maio (finais do 2.º período e meados do 3.º período), ao longo de 20 aulas de 90 minutos, apesar de inicialmente prever-se a utilização de 14 aulas. Procurando vivenciar uma alternativa à aprendizagem que os alunos realizam num “ensino direto”, desenvolveu-se uma estratégia de ensino alternativa a que podemos designar de exploratória (Canavarro, Oliveira & Menezes, 2015; Ponte, 2005). Desde o início do ano letivo até ao início da investigação, os alunos apenas tinham experimentado, de forma esporádica, ensino exploratório da Matemática.

Propôs-se aos alunos um conjunto de tarefas desafiantes retiradas da brochura “Números Racionais Não Negativos – Tarefas para o 5.º Ano”, propostas por Menezes *et al.* (2009), dando-se particular importância aos momentos de discussão coletiva. A escolha das tarefas para a experiência realizada teve a intencionalidade de: (i) dar ênfase às tarefas de exploração e investigação; (ii) abordar todos os tópicos de uma unidade programática “números racionais” (5.º ano) com tarefas de investigação encadeadas, de modo continuado;

(iii) privilegiar os momentos de discussão coletiva. Desta forma, para abordar a noção e representação de um número racional, trabalharam-se as tarefas: “Dobras e mais dobras”; “Biscoitos em migalhas”; “À descoberta da tira”; e “Investigando dízimas”. Para o estudo da comparação e ordenação de números racionais utilizaram-se as tarefas: “Ao ataque”; e “Quem tem razão?”. A abordagem das operações adição e subtração de números racionais foi feita através da tarefa: “Terrenos nas aldeias”. Por fim, as percentagens foram estudadas com recurso às tarefas: “Desconto de desconto” e “Descontos na *Bit-@-byte*”. Por fim, tendo em conta o desenvolvimento do cálculo mental, organizou-se uma sessão do jogo: “Mental”, incluído na referida brochura. A concluir a unidade programática, os alunos realizaram um teste escrito final, cujas questões incidiram sobre todos os tópicos tratados.

As aulas foram organizadas pela investigadora e docente da turma, de acordo com o modelo de quatro fases proposto por Canavarro, Oliveira e Menezes (2012, 2014, 2015) no âmbito do projeto de investigação *P3M*, para estruturar as aulas de natureza exploratória: (i) introdução da tarefa; (ii) desenvolvimento da tarefa; (iii) discussão da tarefa; e (iv) sistematização das aprendizagens matemáticas. No início da experiência foram definidos grupos de trabalho, formando-se cinco grupos de alunos (quatro grupos de 4 alunos e um grupo de 5 alunos) que mantiveram sempre a mesma constituição. Todas as aulas seguiram o mesmo modelo, tendo-se realizado, simultaneamente, ações que visavam a promoção da aprendizagem matemática e a gestão da aula.

Apresentação e discussão dos resultados

Ainda em fase de execução, a análise dos dados tem permitido identificar episódios nos momentos de discussão coletiva, visões dos alunos em entrevistas/reflexões escritas e produções escritas (resolução das tarefas, relatórios e teste final) ilustrativos das diferentes categorias e subcategorias definidas para cada domínio de análise. Assim, nesta secção, apresentamos, sumariamente, alguns dados relacionados com a aprendizagem dos processos inerentes à interação e discussão (participação no diálogo) e dos números racionais e com as conceções que os alunos têm da discussão enquanto atividade com valor formativo/educativo, destacando dados referentes a um dos alunos estudados e da turma na globalidade.

A aprendizagem dos processos de interação e discussão. Ao longo da experiência de ensino, Laura, uma das alunas da turma, interage com os colegas durante as discussões coletivas. Para

isso, recorre a um conjunto de ações típicas das discussões, que vai aprimorando ao longo da experiência de ensino.

i) *Iniciando a conversaço*o. A aluna inicia a conversaço ao recordar em que consiste a tarefa:

Laura - Nesta tarefa, como dizia no enunciado, havia várias frações unitárias. Tínhamos de descobrir que, por exemplo, na fração $\frac{1}{2}$, se dividirmos o numerador pelo denominador, qual era a dízima que dava, se era infinita ou finita. (Aula, Tarefa “Investigando dízimas”)

ii) *Questionando para ser esclarecida*. A aluna coloca perguntas procurando entender os colegas:

Laura - Mas como é que sabias que só vinha uma pessoa? (...) Mas como? Os amigos iam passar o fim de semana à casa dela, não dividiam se fosse só uma. (Aula, Tarefa “Biscoitos em migalhas”)

iii) *Respondendo a questões/explicando raciocínios*. Num dos episódios ocorridos numa discussão coletiva, Laura mostra que acompanhou o raciocínio dos colegas, ouvindo-os. Intervém para explicar a resposta dada por uma colega.

Professora - Vamos então confrontar as vossas resoluções, ver a que algoritmos é que chegaram e ver se eles funcionam ou não. Podemos começar pelo vosso grupo. Chegaram a algum algoritmo? Como fizeram?

Aluno 1 – Nós optámos por fazer com cálculos.

Aluno 2 – Fala mais alto.

Aluno 1 – Fizemos, por exemplo, $\frac{1}{4}$ menos $\frac{1}{16}$ dá $\frac{3}{16}$.

Aluno2 – Mas não dá!

Professora – Calma! O colega diz que não pode ser.

Laura – Mas dá, ele tem razão, mas primeiro tínhamos de transformar $\frac{1}{4}$ numa fração que tivesse o mesmo denominador, que era 16. E $\frac{1}{4}$ é igual a $\frac{4}{16}$. Por isso $\frac{4}{16}$ menos $\frac{1}{16}$ é igual a $\frac{3}{16}$. (Aula, Tarefa “Terrenos nas aldeias”)

A aprendizagem dos números racionais. A partilha de ideias matemáticas e de estratégias realizada aquando das discussões coletivas, indicia a compreensão do conceito de número racional. Numa questão do teste final (Figura 1), os alunos recorrem a estratégias diversificadas (Figuras 2 e 3) mostrando ter flexibilidade na conversão entre diferentes representações de número racional, utilizando-as para comparar e ordenar números.

<p>2 – Foi pedido à Beatriz que indicasse três números racionais entre $\frac{1}{4}$ e $\frac{3}{2}$.</p> <p>A Beatriz respondeu acertadamente. Dá exemplo de três números que poderiam ter sido referidos pela Beatriz, indicando a(s) estratégia(s) que ela poderia ter utilizado.</p>
--

Figura 1. Questão do teste final.

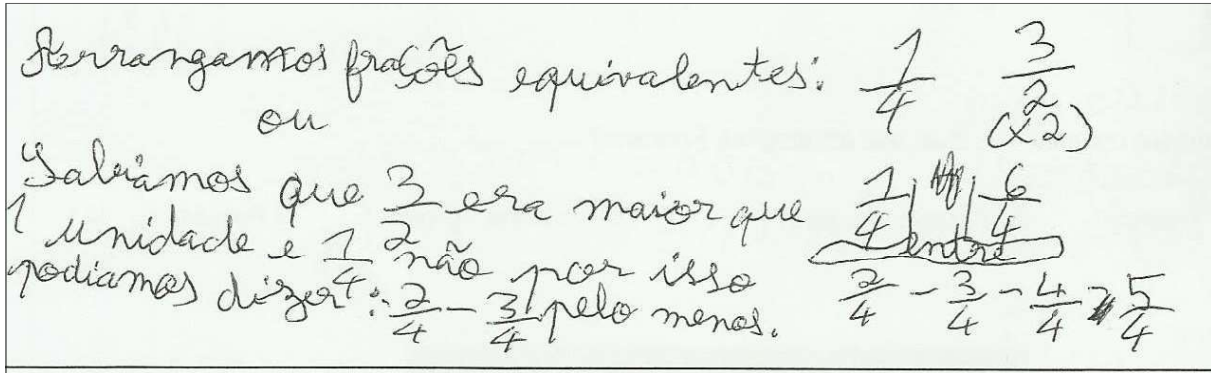


Figura 2. Resolução dos alunos.

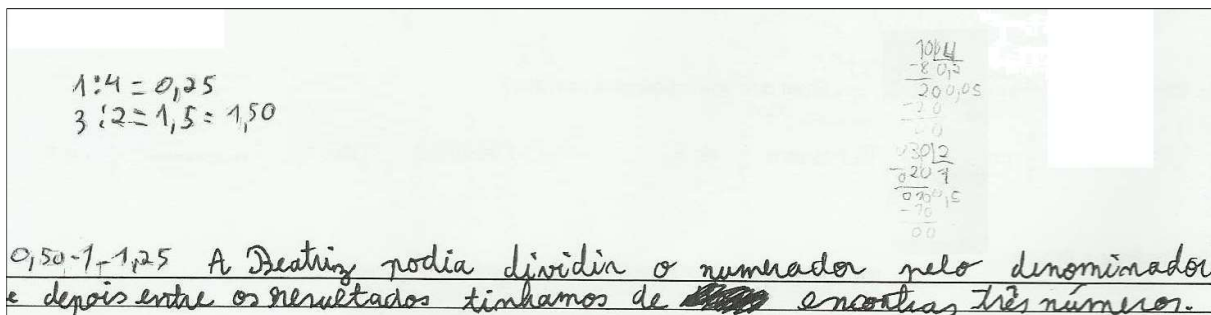


Figura 3. Resolução dos alunos.

A conceção da discussão enquanto atividade com valor formativo/educativo. Laura considera que a discussão coletiva contribuiu para a sua aprendizagem dos números racionais, na medida em que há partilha de ideias e estratégias de resolução. Refere-se também a aprendizagens relativas a capacidades transversais como a comunicação e o raciocínio matemático.

Sim, com a discussão aprendemos melhor os números racionais, porque quando, por exemplo, uma pessoa não sabia o assunto que estava nessa tarefa depois ao ouvir todos os grupos, já tinha várias maneiras para calcular e se se esquecia de uma, tinha outra, porque ficava a conhecer os raciocínios dos grupos todos, em geral, dava para aprender a matéria dos números racionais. Por exemplo, na tarefa “Terrenos nas aldeias” que foi dividido em três partes, na última parte tínhamos de aprender a somar e a subtrair frações e acho que sim, aprendi a subtrair e a somar frações e acho que os meus colegas também. Nas adições quando queríamos somar números que não tinham o mesmo denominador temos de encontrar frações equivalentes e depois somar. Chegamos a esta conclusão experimentando com várias frações, fazendo várias somas e depois indo calcular o m.m.c. com os dois denominadores das frações. (Entrevista Final)

A participação nas discussões coletivas é percebida não só como uma forma de realizar aprendizagens matemáticas, mas como uma forma de aprender a discutir.

É importante participar nas discussões coletivas, porque assim aprendemos mais a comunicar matematicamente, aprendemos também a seguir outros raciocínios, a saber outras maneiras para resolvermos os problemas que nos vão dando ao longo das aulas. Aprendemos a comunicar na discussão, a falar todos melhor do que antes, quando estávamos todos a falar ao mesmo tempo e ninguém se ouvia. (Entrevista Final)

As reflexões escritas realizadas por todos os alunos da turma no final da experiência de ensino, mostram que estes valorizam igualmente a discussão como uma forma de realizar aprendizagens nos diferentes tópicos relacionados com os números racionais e, simultaneamente, como forma de aprender a comunicar matemática. Ao refletirem sobre a sua participação na discussão, os alunos apontam a sua timidez inicial, o receio da reação dos colegas perante respostas erradas, as dificuldades em acompanhar raciocínios e de explicar as suas resoluções como fatores que prejudicaram a participação nas discussões.

Considerações finais

Em resultado da experiência de ensino, os alunos envolveram-se nas discussões coletivas, desenvolvendo dinâmicas comunicativas que contribuíram para serem dados os primeiros passos na criação de uma cultura de discussão, assente na participação de todos, no respeito pelos outros e pelas suas ideias, e no reconhecimento da discussão como forma de aprender (Boavida, 2005; Rodrigues, Menezes, & Ponte, 2014; Sherin, 2002).

Ao longo da experiência de ensino, os alunos recorreram progressivamente a ações comunicativas de *output* (explicar, questionar, responder) e de *input* (ouvir) (Menezes *et al.*, 2014). Registou-se evolução mais significativa nos momentos de *output*, quer na iniciação dos diálogos (capacidade de expor ideias, destacando o essencial) e no questionamento, quer na continuação dos diálogos quer na reação ao que está a ser dito (resposta e colocação de novas questões). Quanto aos momentos de *input* ligados ao ato de ouvir, fundamental para a interpretação do discurso durante as discussões coletivas, a evolução foi menos saliente. Denotou-se alguma dificuldade por parte dos alunos em comparar e confrontar diferentes raciocínios, por razões que se prendem com a falta de concentração, com o receio da reação dos colegas, bem como com o hábito de valorizarem os resultados em detrimento dos processos que conduzem aos mesmos.

Os resultados apontam para a compreensão dos números racionais tal como objetivado nesta unidade de ensino a partir de uma abordagem baseada na valorização da discussão e também para o reconhecimento por parte dos alunos da importância da discussão coletiva para a sua aprendizagem da Matemática.

Referências bibliográficas

- Bereiter, C. (2002). Design Research for Sustained Innovation. *Cognitive Studies, Bulletin of the Japanese Cognitive Science Society*, 9(3), 321-327. Obtido a 20/08/2015 de: <http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.199.9222&rep=rep1&type=pdf>
- Bishop, A. & Goffree, F. (1986). Classroom organization and dynamics. In B. Christiansen, A. Howson & M. Otte (Eds.), *Perspectives on mathematics education* (pp. 309-365). Dordrecht: D. Reidel.
- Boavida, A. M. (2005). *A argumentação em Matemática: Investigando o trabalho de duas professoras em contexto de colaboração* (Tese de doutoramento, Universidade de Lisboa, Departamento de Educação da Faculdade de Ciências).
- Bogdan, R. & Biklen, S. (1994). *Investigação qualitativa em educação: Um introdução à teoria e aos métodos*. Porto: Porto Editora.
- Canavarro, P., Oliveira, H., & Menezes, L. (2012). Práticas de ensino exploratório da matemática: o caso de Célia. In P. Canavarro, L. Santos, A. Boavida, H. Oliveira, L. Menezes, & S. Carreira (Orgs.), *Actas do Encontro de Investigação em Educação Matemática 2012: Práticas de Ensino da Matemática*. Portalegre: Sociedade Portuguesa de Investigação em Educação Matemática.
- Chapin, S.H., O'Connor, C., & Anderson, N.C. (2003). *Classroom discussions: using math talk to help students learn, grades 1-6*. Sausalito, CA: Math Solutions Publications.
- Chapin, S.H., O'Connor, C., & Anderson, N.C. (2009). *Classroom discussions: using math talk to help students learn, grades K-6* (2.^a ed.). Sausalito, CA: Math Solutions Publications.
- Dillon, J.T. (1994). *Using discussions in classroom*. Buckingham: Open University Press.
- Hufferd-Ackles, K., Fuson, K. C., & Sherin, M. G. (2004). Describing levels and components of a math-talk learning community. *Journal for Research in Mathematics Education*, 35(2), 81-116.
- Menezes, L., Tomás Ferreira, R., Martinho, M. H., & Guerreiro, A. (2014). Comunicação nas práticas letivas dos professores de Matemática. In J. P. Ponte (Ed.), *Práticas Profissionais dos Professores de Matemática* (pp. 135-161). Instituto de Educação: Lisboa.
- Mestre, C. & Oliveira, H. (2012) A co-construção da generalização nas discussões coletivas: Um estudo com uma turma do 4.º ano. *Quadrante*, 21(2), 111-137.
- Ponte, J. P. (2005). Gestão curricular em Matemática. In GTI (ed.), *O Professor e o desenvolvimento curricular* (p. 11-34). APM: Lisboa.
- Quaresma, M. & Ponte, J. P. (2012). Compreensão dos números racionais, comparação e ordenação: O caso de Leonor. *Interações*, 20, 37-69.
- Quaresma, M. & Ponte, J. (2014). A condução de discussões matemáticas como vertente da prática profissional do professor. In J. P. Ponte (Ed.), *Práticas Profissionais dos Professores de Matemática* (pp. 135-161). Instituto de Educação: Lisboa.
- Razfar, A. & Leavitt, D. R. (2011) Developing Metadiscourse: Building Mathematical Discussions in an Urban Elementary Classroom, *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education*, 11(2), 180-197.
- Santos, E. & Martinho, M. H. (2010). Discussão matemática na sala de aula com recurso à tecnologia: Os alunos explicam para se compreenderem. In *Actas XXI Seminário de Investigação em Educação Matemática*. Aveiro: APM.
- Sherin, M. G. (2002). A balancing act: Developing a discourse community in a mathematics classroom. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 5(3), 205-233.
- Staples, M. (2007). Supporting whole-class collaborative inquiry in a secondary mathematics classroom. *Cognition and Instruction*, 25(2), 161-217.
- Stein, M. K., Engle, R. A., Smith, M. S., & Hughes, E. K. (2008). Orchestrating productive mathematical discussions: Helping teachers learn to better incorporate student thinking. *Mathematical Thinking and Learning*, 10(4), 313-340.